



## APPLICATION DES METHODES A HAUTE RESOLUTION SUR UN RESEAU D'ANTENNES PERTURBEES PAR LE COUPLAGE(1)

A.FERREOL , J.L.ROGIER et G.MULTEDO

THOMSON-CSF

Division RGS, 66 rue du Fossé Blanc, 92231 Gennevilliers

RÉSUMÉ

ABSTRACT

*Dans la gamme VHF, l'estimation d'angles d'arrivée est fortement perturbée par le couplage et la présence de multi-trajets (signaux cohérents en bande étroite).*

*Dans ce papier nous validons expérimentalement un modèle de couplage sous forme d'une matrice calculée à partir de points de calibration. Ceci permet d'améliorer les traitements sur les multi-trajets avec des méthodes haute résolution précédées de techniques de lissage spatial.*

*In VHF range , bearing estimation of radiation sources is affected by mutual coupling and multipaths propagation (coherents and narrow band signals )*

*In this paper we present a method which take into account mutual coupling on experimental data with a coupling matrix obtained by calibration measurements. This approach allows to process more efficiently multi-paths with high resolution algorithms preceded by spatial smoothing techniques.*

### 1. INTRODUCTION.

L'estimation d'angles d'arrivée de sources dans un milieu de propagation à partir d'un réseau d'antennes est une technique utilisée dans divers domaines de la physique ( acoustique, sismique, radio, ... ). La plupart du temps , il est supposé que le front d'onde est plan avec des sources non cohérentes et un bruit additionnel sur les capteurs gaussien , spatialement blanc et décorrélié entre antennes .

Les méthodes à haute résolution exploitent les propriétés algébriques de la matrice de covariance des signaux observés à la sortie des antennes. On rappelle que l'espace propre de cette matrice se décompose en deux sous-espaces orthogonaux : espace source et espace bruit. Dans le cas de sources non cohérentes , l'espace source est engendré par les vecteurs directionnels de chacune des sources .

Afin d'appliquer les méthodes à haute résolution, il est nécessaire de connaître, dans un premier temps , la fonction reliant les vecteurs directionnels aux azimuts , c'est à dire la réponse du réseau de capteurs à une source. Dans le cas général cette fonction est calculée analytiquement à partir de la position des capteurs, en supposant que le front d'onde est plan. La présence du couplage provoque une distorsion de ce dernier, biaise les vecteurs directionnels et donc l'estimation des angles d'arrivées. Ce phénomène est particulièrement significatif lorsque l'espacement entre capteurs est faible.

Dans un deuxième temps, il faut que les sources incidentes soient non cohérentes. Dans le cas contraire, la dimension de l'espace source étant inférieure au nombre de sources, il résulte que cet espace n'est plus engendré par les vecteurs directionnels des sources mais par des combinaisons linéaires de ceux-ci. Cette hypothèse n'est plus vérifiée pour des multi-trajets qui apparaissent comme des sources cohérentes ou fortement corrélées. Afin d'augmenter la dimension de l'espace source, il est nécessaire de faire des prétraitements sur la matrice de covariance des observations, tels que le lissage spatial ou le Forward-Backward. Ceux-ci demandent néanmoins certaines contraintes sur le réseau de capteurs.

L'objectif de ce papier est de s'affranchir du problème du couplage dans le but de respecter ces contraintes, ce qui nous

permettra de faire du lissage spatial et de traiter les multi-trajets. Tout d'abord nous exposons notre modèle de signal puis nous décrivons une méthode pour s'affranchir du problème du couplage. Nous validons ces techniques sur données réelles. L'influence de la phase de la corrélation sur les techniques de lissage est également mise en évidence, influence que l'on retrouve sur certains résultats expérimentaux.

### 2.MODELE DU SIGNAL

Dans cet article nous nous intéressons seulement aux signaux bande étroite autour d'une fréquence  $f_0$ . A la sortie de chaque capteur nous recevons un signal  $x_n(t)$  (  $n : 1..N$  ) à l'instant  $t$ . Nous obtenons une observation vectorielle à la sortie du réseau  $X(t)=[x_1(t) \dots x_N(t)]^t$  :

$$X(t) = \sum_{m=1}^M S_m(t) a^c(\theta_m) + B(t) \quad (1)$$

$\theta_m$  : azimut de la  $m^{\text{ième}}$  source

$S_m(t)$  : signal émi par la  $m^{\text{ième}}$  source

$a^c(\theta_m)$  : vecteur directionnel de la source  $m$

$B(t) = [b_1(t) \dots b_N(t)]^t$

$b_n(t)$  : bruit additif sur le capteur  $n$

La relation (1) peut se mettre sous la forme :

$$X(t) = A_c S(t) + B(t) \quad (2)$$

avec  $A_c = [a^c(\theta_1), \dots, a^c(\theta_M)]$

et  $S(t) = [S_1(t), \dots, S_M(t)]^t$

Nous notons par  $a^c(\theta)$  un vecteur directionnel du réseau en présence de couplage et  $a(\theta)$  le vecteur directionnel théorique.  $a(\theta)$  se met sous la forme :

$$a(\theta) = [a_1(\theta), \dots, a_N(\theta)]$$

où  $a_n(\theta) = \exp(j2\pi(f_0/c) [u_n \sin(\theta) + v_n \cos(\theta)])$

$c$  : célérité de la lumière

$(u_n, v_n)$  : coordonnées du capteur  $n$

Le couplage est provoqué par le rayonnement des capteurs les uns sur les autres. Lorsque nous avons une source d'azimut  $\theta$  le

(1) Cette étude a été menée dans le cadre du marché SEFT 88 50 280 92.



$n^{i\text{ème}}$  capteur reçoit l'onde directe associée à  $a_n(\theta)$ , ainsi que l'ensemble des diffractions provenant des autres capteurs. Le couplage peut se modéliser sous forme matricielle (Ref.[4][5][6]) de la façon suivante:

$$a_c(\theta) = Z a(\theta) \tag{3}$$

$a_c(\theta)$  : vecteur directionnel avec le couplage

$a(\theta)$  : vecteur directionnel géométrique

Dans une telle formulation, la matrice Z, appelée matrice de couplage est indépendante de l'azimut  $\theta$ . D'après Z nous pouvons déduire la forme du couplage et les influences d'un capteur sur les autres. La relation précédente correspond à un changement de base entre l'espace engendré par les vecteurs  $a(\theta)$  et l'espace engendré par les  $a^c(\theta)$ .

Pour terminer ce paragraphe nous nous attachons ici à un modèle de multi-trajets en champ lointain. Un multi-trajet correspond à une réflexion d'une source  $S_o(t)$  sur un obstacle. Le système de réception reçoit la source ainsi que son écho (ou plusieurs) qui est  $S_o'(t)$ .

L'amplitude du signal sur le système est inversement proportionnelle au carré de la distance parcouru par l'onde. Sachant que l'obstacle atténue et que les sources  $S_o(t)$  et  $S_o'(t)$  ont suivi des trajets différents,  $S_o'(t)$  est atténué d'un coefficient  $\eta$ .  $S_o'(t)$  a un retard de propagation  $\tau$  sur  $S_o(t)$ :

$$\tau = d\delta / c$$

$d\delta$  : avance en distance de la source  $S_o(t)$  sur la sources  $S_o'(t)$ .

Il existe ainsi la relation suivante entre le multi-trajet  $So'$  et la source principale  $So$  :

$$So'(t) = \eta So(t-\tau) \text{ avec } \tau = d\delta/c$$

Le coefficient de corrélation entre  $So$  et  $So'$  vaut :

$$r_{ss'} = r(\tau)/r(0) \text{ où } r(\tau) = E[So(t)So^*(t-\tau)] \tag{4}$$

$r(\tau)$  correspond à la fonction d'autocorrélation du signal  $S(t)$ . Dans le cas où  $S(t)$  est un signal à bande limitée B, autour de la fréquence  $f_0$  :

$$r_{ss'} = \left( \frac{\sin(\pi B\tau)}{\pi B\tau} \right) \exp(j2\pi f_0\tau) \tag{5}$$

En bande étroite  $B \rightarrow 0$  il en résulte que :

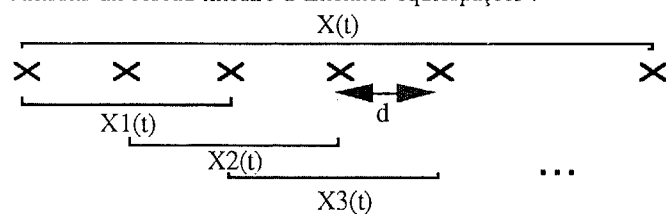
$$r_{ss'} \rightarrow \exp(j2\pi f_0\tau)$$

En conclusion un multi-trajet en bande étroite est cohérent ou fortement corrélé avec le trajet principal.

D'autre part la corrélation  $r_{ss'}$  a une phase  $\phi = 2\pi f_0\tau$ . Nous verrons plus loin, que cette phase joue un rôle important dans l'efficacité des techniques de lissage.

### 3. INFLUENCE DE LA PHASE SUR LE LISSAGE

Dans notre cas nous voulons séparer des trajets multiples qui sont cohérents ou fortement corrélés, pour cela nous appliquons des prétraitements tels que le lissage spatial ou le Forward-Backward. Pour ce faire, le lissage spatial requiert un réseau constitué de sous réseaux invariants par translation et le Forward-Backward une symétrie centrale. Afin d'obéir à ces contraintes nous utilisons un réseau linéaire à antennes équiépaçées :



$d$  : distance intercapteurs

$X_i(t)$  ( $1 < i < N-L+1$ ) :  $i^{\text{ème}}$  sous réseau constitué de L capteurs

Dans le cas du lissage spatial nous décomposons le réseau principal en sous réseaux de longueur L. Sur chaque sous réseau  $i$  nous estimons la matrice de covariance  $R_x^{(i)}$  et moyennons l'ensemble :

$$R_{x\text{lisse}} = \frac{1}{N-L+1} \sum_{i=1}^{N-L+1} R_x^{(i)} \text{ avec } R_x^{(i)} = E(X_i X_i^+) \tag{6}$$

Le Forward-Backward consiste à moyenner deux autres types de sous réseaux. Si  $X(t)$  est le vecteur observation nous le moyennons avec le vecteur  $\widetilde{X}(t)$  tel que :

$$X(t) = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T$$

$$\text{et } \widetilde{X}(t) = [x_N(t)^*, \dots, x_1(t)^*]^T$$

Le calcul de la matrice de covariance est le suivant :

$$R_{XFB} = \frac{1}{2} [R_X + \widetilde{R}_X]$$

avec  $R_X = E(X(t)X(t)^+)$

$$\widetilde{R}_X = E(\widetilde{X}(t)\widetilde{X}(t)^+)$$

Pour deux sources données, nous pouvons quantifier la qualité d'un prétraitement de décorrélation avec le paramètre  $\rho$  suivant :

$$\rho = \frac{R_{SS'12}}{R_{SS12}} \quad R_{SS12} = r_{12} \exp(j\phi)$$

$r_{12}$  : module de la corrélation

$\phi$  : phase de la corrélation

$R_{SS12}$  : intercorrélation des signaux sources 1 et 2

$R_{SS'12}$  : intercorrélation des signaux sources après un prétraitement de décorrélation.

L'objectif des prétraitements de décorrélation est d'atténuer le terme d'intercorrélation  $R_{SS'12}$ , soit de diminuer  $R_{SS'12}$ . Ainsi le rang de la matrice  $R_{SS'}$  est supérieur à  $R_{SS}$ . Dans ce cas il n'y a aucune décorrélation lorsque  $|\rho|=1$  et une décorrélation parfaite pour  $|\rho|=0$ .

Nous résumons les résultats de  $\rho$  dans le tableau suivant :

	$\rho$
lissage spatial	$\frac{\sin((N-L+1)\phi)}{(N-L+1)\phi} \exp(-j(N-L)\phi)$
Forward-Backward	$\cos(\phi - (N-1)\phi) \exp(-j(N-1)\phi)$

avec  $\Phi = \pi (d/\lambda) [\sin\theta_2 - \sin\theta_1]$

$\phi$  : phase de la corrélation

$\theta_1, \theta_2$  : azimuts des deux sources incidentes

Dans le cas du lissage spatial nous aurons une mauvaise décorrélation lorsque  $\Phi > 0$  et pour le Forward-Backward il n'y a aucune décorrélation pour :

$$\phi = \pi(N-1)(d/\lambda) [\sin\theta_2 - \sin\theta_1] + k\pi \tag{7}$$

D'autre part le lissage spatial diminue la résolution du réseau. En effet nous travaillons dans ce cas avec des sous réseaux d'ouverture plus faible  $L(d/\lambda)$  alors que le Forward-Backward garde l'ouverture totale du réseau qui est  $N(d/\lambda)$ .



#### 4. METHODE POUR TRAITER LE COUPLAGE

Dans le paragraphe 2 nous montrons que la matrice  $Z$  de couplage est indépendante de l'azimut  $\theta$  et que  $Z$  correspond à un simple changement de base entre le vecteur  $a^c(\theta)$  et  $a(\theta)$ .  $Z$  est de rang plein c'est pourquoi il suffit de prendre  $N$  vecteurs  $a^c(\theta_m)$  et  $a(\theta_m)$  pour déterminer la matrice de couplage. Nous avons la relation suivante:

$$\begin{aligned} A_c &= Z A \\ \text{avec } A_c &= [a^c(\theta_1) \dots a^c(\theta_N)] \\ \text{et } A &= [a(\theta_1) \dots a(\theta_N)] \end{aligned}$$

$Z$  peut se mettre sous la forme :

$$Z = A^{-1} A_c \quad (8)$$

Les vecteurs  $a^c(\theta_1) \dots a^c(\theta_N)$  sont mesurés lors d'une phase de calibration. Les azimuts  $\theta_1, \dots, \theta_N$  sont choisis de façon à ce que les vecteurs  $a(\theta_1) \dots a(\theta_N)$  soient, angulairement, suffisamment écartés pour que la matrice  $A$  soit bien conditionnée.

Pour rendre plus robuste l'estimation de la matrice de couplage nous pouvons utiliser  $K > N$  vecteurs directionnels différents. Pour cela nous minimisons au sens des moindres carrés la différence  $Ac - ZA$ , la formule (8) devient alors :

$$\begin{aligned} Z &= A_c A^+ (A A^+)^{-1} \\ \text{avec } A_c &= [a^c(\theta_1) \dots a^c(\theta_K)] \\ \text{et } A &= [a(\theta_1) \dots a(\theta_K)] \quad K > N \end{aligned} \quad (9)$$

Cette intégration sur plus de  $N$  vecteurs directionnels nous permet de lisser les erreurs de mesures sur le réseau, bien moins importantes que l'effet du couplage.

Cette méthode de calcul de la matrice de couplage est possible pour n'importe quel type de réseau. Pour cela il suffit d'avoir un nombre fini d'éléments rayonnants discrets correspondant uniquement aux antennes.

Il est important de constater que l'examen des éléments de la matrice  $Z$  nous permet de déduire la forme du couplage. Lorsqu'il n'y a pas de couplage  $Z = Id$  (matrice identité), et un couplage important avec le capteur  $i$  se traduit par des termes plus élevés sur la colonne  $i$ .

La connaissance de  $Z$  nous permet de mettre le vecteur observation  $X(t)$  sous la forme :

$$X(t) = Z A s(t) + B(t) \quad (10)$$

avec  $A = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_M)]$

$M$  : nombre de sources

$a(\theta_m)$  : vecteur directionnel géométrique de la source  $m$ .

La matrice de covariance  $R_x$  de l'observation  $X(t)$  peut alors s'exprimer de la façon suivante.

$$R_x = Z A R_{ss} A^+ Z^+ + R_{bb} \quad (11)$$

avec  $R_{bb}$  : matrice de covariance du bruit

$R_{ss}$  : matrice de covariance des sources

Comme nous souhaitons faire des traitements avec les vecteurs géométriques  $a(\theta)$ , il est nécessaire de faire un changement de base de la matrice de covariance  $R_x$ . La nouvelle matrice  $R_x'$  se met sous la forme :

$$R_x' = Z^{-1} R_x (Z^{-1})^+ \quad (12)$$

D'où d'après (11) :

$$R_x' = A R_{ss} A^+ + R_{bb}' \quad \text{avec } R_{bb}' = Z^{-1} R_{bb} (Z^{-1})^+ \quad (13)$$

Tous les traitements vont se faire avec les matrices  $R_x'$  et  $R_{bb}'$ . D'après la formule (13) nous concluons que la matrice de bruit  $R_{bb}'$  caractérise notre modèle d'erreur.

Toute transformation sur  $R_x'$  doit se faire sur  $R_{bb}'$ . Si nous faisons un prétraitement de lissage spatial ou Forward-Backward sur la matrice  $R_x'$  il faut réaliser la même chose sur la matrice de bruit  $R_{bb}'$ . Cela montre que nous modifions les caractéristiques de l'erreur et la matérialisons par une nouvelle matrice de bruit qui est  $R_{bb}''$ . Notons que même dans le cas où  $R_{bb}$  est diagonale,  $R_{bb}''$  n'a plus aucune raison de l'être.

Avec une antenne linéaire à capteurs équiésespacés, il sera donc possible, en prenant soin de blanchir par la nouvelle matrice  $R_{bb}''$ , de faire du lissage et d'appliquer des méthodes peu coûteuses en temps de calcul telles que root\_MUSIC ou ESPRIT.

#### 5. APPLICATIONS

Le système est composé d'un module de réception et d'un module d'émission. La réception est constituée de cinq antennes à polarisation verticale, de cinq récepteurs et d'un système de numérisation. L'émission comporte une antenne omnidirectionnelle alimentée par un générateur. Le générateur d'émission est commandé par la réception via un modem. Pour calibrer nous faisons varier l'azimut en pivotant le réseau linéaire autour du capteur central.

Les résultats présentés ci-dessous en biais et résolution sont obtenus à partir des données de calibration. Il a en effet été montré expérimentalement que la reproductibilité des mesures permettait de procéder ainsi.

Dans les figures 1,2 et 3 nous appliquons MUSIC. L'ensemble des résultats est donné à  $d/\lambda = 0.21$ .

Pour commencer nous évaluons la robustesse de notre traitement de blanchiment de la matrice de couplage. Pour ce faire nous utilisons les vecteurs directionnels  $a^c(\theta)$  mesurés lors d'une phase de calibration. C'est ainsi que nous générons une matrice de covariance synthétique  $R_x$  telle que :

$$\rightarrow \text{Pour 1 source} \quad R_x = a^c(\theta_1) a^c(\theta_1)^+$$

$$\rightarrow \text{Pour 2 sources décorréélées: } R_x = a^c(\theta_1) a^c(\theta_1)^+ + a^c(\theta_2) a^c(\theta_2)^+$$

Dans la **figure.1** nous faisons varier  $\theta_1$  de  $-70^\circ$  à  $+70^\circ$  et traçons le biais  $\hat{\theta}_1 - \theta_1$  en fonction de  $\theta_1$ . Nous constatons que la matrice de couplage nous permet de passer d'un biais maximum de  $3^\circ$  à  $0.5^\circ$ .

Dans la **figure.2** nous posons  $\theta_1 = 0$  et faisons évoluer  $\theta_2$  de  $0$  à  $50^\circ$ , nous traçons les deux courbes  $s_1(\theta_2)$  et  $s_2(\theta_2)$  telles que:

$$s_1(\theta_2) = \frac{\hat{\theta}_1 - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \quad \text{et} \quad s_2(\theta_2) = \frac{\hat{\theta}_2 - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1}$$

$\hat{\theta}_1$  et  $\hat{\theta}_2$  sont les estimées de  $\theta_1$  et  $\theta_2$

Ces courbes nous permettent de visualiser la résolution en effet si:

$$\rightarrow \hat{\theta}_1 = \theta_1 \quad \text{et} \quad \hat{\theta}_2 = \theta_2 \quad \text{alors} \quad s_1(\theta_2) = 0 \quad \text{et} \quad s_2(\theta_2) = 1$$

$$\rightarrow \hat{\theta}_1 = \theta_2 \quad \text{alors} \quad s_1(\theta_2) = s_2(\theta_2)$$

Les sources sont séparées pour  $\theta_2 > 50^\circ$  alors qu'avec la matrice de couplage ceci est vrai pour  $\theta_2 > 10^\circ$ .

La **figure.3** évalue les performances du Forward-Backward pour deux sources cohérentes d'azimuts respectifs  $\theta_1 = 0^\circ$  et  $\theta_2 = 20^\circ$ . Nous générons la matrice de covariance synthétique suivante :

$$R_x = [a^c(\theta_1) + \exp(j\varphi) a^c(\theta_2)] [a^c(\theta_1) + \exp(j\varphi) a^c(\theta_2)]^+$$

Nous traçons les fonctions  $\hat{\theta}_1(\varphi)$  et  $\hat{\theta}_2(\varphi)$  en fonction de  $\varphi$ . Lorsque nous utilisons la matrice de couplage nous réduisons considérablement le biais. D'autre part nous n'avons aucune



décorrélation pour les phases  $\varphi=50\text{deg}$  et  $\varphi=250\text{deg}$ , ceci correspond théoriquement aux phases qui vérifient :

$$\varphi = \pi(N-1)(d/\lambda)[\sin\theta_2 - \sin\theta_1] + k\pi$$

Pour continuer nous comparons les méthodes ESPRIT , root\_MUSIC et MUSIC dans la figure.4. Pour chaque méthode nous traçons les fonctions  $s1(\theta_1)$  et  $s2(\theta_2)$  en posant  $\theta_1=0$  et  $\theta_2$  varie de 0 à 30deg. Avec la matrice de couplage les méthodes root\_MUSIC et ESPRIT donnent de meilleurs résultats que ESPRIT. Pour root\_MUSIC et ESPRIT la séparation est obtenue à partir de  $\theta_2=5\text{deg}$  alors que pour MUSIC il faut que  $\theta_2>10\text{deg}$ .

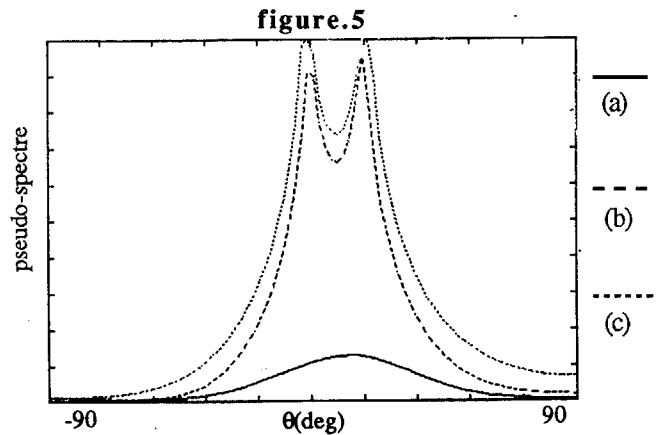
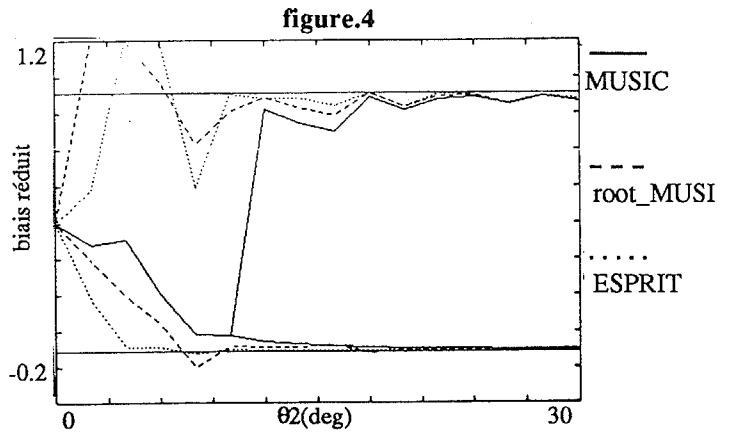
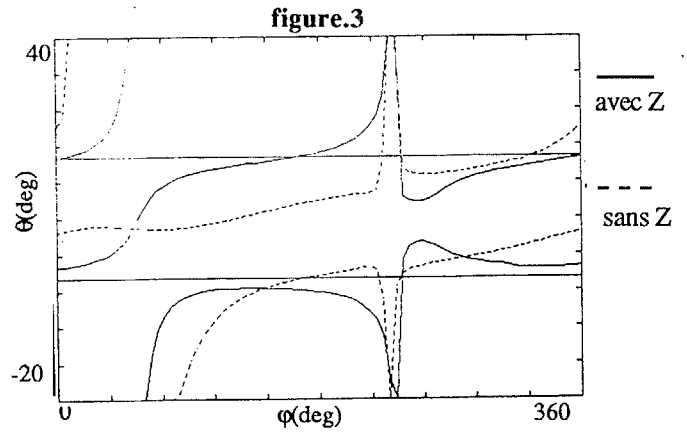
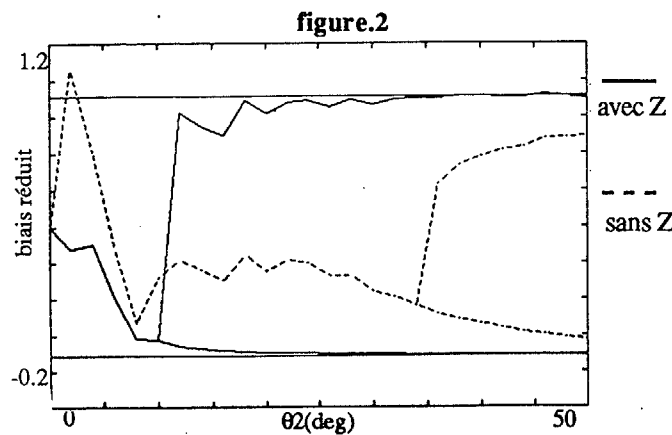
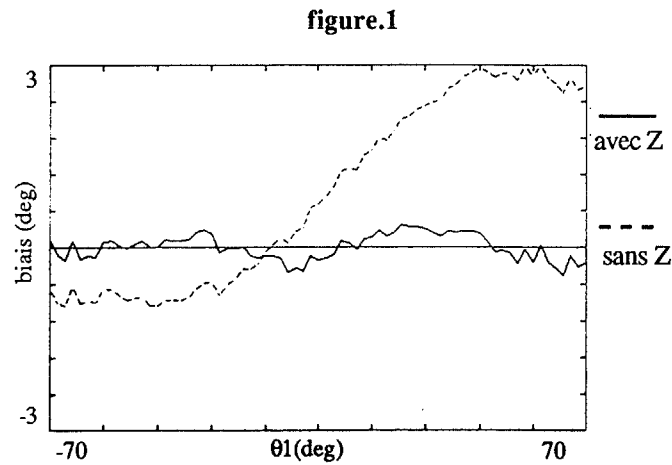
Pour finir la figure.5 représente un cas réel de signaux cohérents , générés à partir de câbles de longueurs différentes, à  $d/\lambda=0.29$ . La source principale se trouve à  $\theta_1=0\text{deg}$  et l'écho est à  $\theta_2=20\text{deg}$ . Dans les courbes (a) (b) (c) , nous traçons la fonction  $-10 \log[a^+(\theta)\Pi_b a(\theta)]$  ( $\Pi_b$ :projecteur bruit), sans prétraitement dans (a), avec Forward-backward dans (b) et Forward-backward + lissage spatial dans (c). L'utilisation des techniques de lissage permet de séparer correctement les deux sources.

**6.CONCLUSION**

Ce papier nous permet de conclure que le couplage se modélise avec une matrice Z . D'autre part il est possible de calculer cette matrice à partir de N vecteurs directionnels mesurés lors d'une phase de calibration .

Il est ainsi possible de réduire le biais de notre estimateur en monoémission et d'augmenter la résolution en situation de biémissions .

Les méthodes de lissage spatial et de Forward-backward ont également été présentées conjointement à cette technique, ce qui permet de résoudre les situations de trajets multiples. Les données expérimentales font apparaître pour les algorithmes ESPRIT et root\_MUSIC un meilleur pouvoir séparateur que MUSIC, ainsi qu'une séparation de signaux cohérents réels.



**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] R.O SCHMIDT "Multiple Emitter location and Signal parameter estimation",IEEE trans on AP , vol34,n°3,p276,march 1986
- [2] R.ROY ,T.KAILATH "Estimation of Signal parameters via rotational invariance technics",IEEE trans on ASSP , vol37,n°7,July 1989
- [3]A.J.BARABELL "Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction finding algorithms " , proc ICASSP 1983.
- [4] H.HERBERT,A.FENN "phased array antenna calibration and pattern prediction using mutual coupling measurements" ,p.844, IEEE trans on AP ,vol37,n°7,July 1989
- [5] H.STEYSKAL,J.HERD "Mutual coupling compensation in small array antennas" IEEE trans on AP ,p.1971,vol37,n°7,december 1990
- [6] B.HIMED ,D.WEINER "Compensation for mutual coupling effects in direction finding",p.2631,ICASSP 1990
- [7] A.OUAMRI ,H.CLERGEOT "Estimation de la matrice de covariance et methodes d'identification à haute résolution",p.201,GRETSI ,juin 1987 .