

## UTILISATION D'UN MODELE D'OBJET EN RECONSTRUCTION 3D

Solange DELAGENIERE, Pierre GRANGEAT

LETI - Département Systèmes - SETIA, Centre d'Etudes Nucléaires de Grenoble,  
85 X, 38041 GRENOBLE Cedex, FRANCE

### RÉSUMÉ

Nous décrivons un système de reconstruction 3D pour la tomographie en transmission intégrant l'algorithme RADON développé au LETI et l'utilisation de connaissances a priori sous forme d'un modèle 3D de l'objet à reconstruire. Les objets que nous cherchons à reconstruire sont naturellement bien contrastés. Le modèle markovien choisi nous permet de mieux préserver les frontières naturelles de l'objet alors que les méthodes classiques ont tendance à lisser les transitions.

### 1. INTRODUCTION

#### 1.1. Imagerie X tridimensionnelle

L'imagerie médicale tridimensionnelle à rayons X correspond à une nouvelle génération des tomographes à rayons X. L'objet à étudier est placé entre un détecteur bidimensionnel et une source X. L'ensemble source/détecteur tourne autour du patient. On obtient ainsi une série d'acquisitions bidimensionnelles représentant l'atténuation des rayons X. Un algorithme de reconstruction permet alors de remonter au volume d'intérêt à partir des projections.

Il existe essentiellement deux familles de méthodes de reconstruction.[1] Les méthodes analytiques adoptent dès le départ une formulation continue du problème. La résolution est donnée par des équations fonctionnelles et la discrétisation n'est effectuée qu'à la fin pour une implémentation logicielle. Les méthodes algébriques discrétisent le problème au début. La résolution se présente sous forme d'un système linéaire creux. On utilise alors des méthodes de résolution itératives.

Dans le cas où l'on dispose de beaucoup de points de vue, il est préférable d'utiliser les méthodes analytiques qui sont plus rapides en temps d'exécution car elles fournissent la solution en une seule passe.

#### 1.2. Position du problème.

L'objet est représenté par une fonction tridimensionnelle  $f(x,y,z)$  donnant la répartition spatiale des valeurs du coefficient d'atténuation  $\mu$ . Le problème direct consiste à décrire la relation liant les mesures  $m$  à l'objet étudié. On obtient :

$$m = Xf \tag{1}$$

$Xf$  est l'opérateur intégral de la transformée rayon X en géométrie conique.

### ABSTRACT

We propose a software for 3D image reconstruction in transmission tomography. This software is based on the use of a model and of the RADON algorithm developed at LETI. The introduction of a markovian model helps us to enhance contrast and straitened the natural transitions existing in the objects studied, whereas standard transform methods smoothe them.

$$Xf(S, A) = \int_{a=0}^{+\infty} f(S + a \cdot \vec{u}) da \text{ avec } \vec{u} = \frac{\vec{SA}}{\|SA\|} \tag{2}$$

$S$  est le point source,  $A$  est un point du plan de détection. Le rayon  $(S, A)$  est appelé droite d'acquisition.

La résolution du problème de reconstruction se pose alors comme un problème inverse : trouver la fonction  $f$ , connaissant les mesures  $m$ . Les algorithmes de reconstruction analytiques fondés sur ces méthodes utilisent des fenêtres d'apodisation afin de régulariser les filtres sur les projections. Le résultat ainsi obtenu est stable, mais les transitions naturelles entre des zones contrastées comme l'interface os/tissu mou sont alors trop fortement lissées et deviennent floues.

Nous travaillons sur des objets à fort contraste. Le but recherché est de conserver des transitions franches lors de la reconstruction et d'obtenir des mesures précises de densité moyenne à l'intérieur de zones particulières. Nous devons donc régulariser l'inversion tout en conservant les contrastes.

### 2. UTILISATION D'UN MODELE

#### 2.1. Choix d'un modèle

Le logiciel de reconstruction RADON [2], [3] utilisé ici a tendance à étaler les transitions lors des différents filtres. Nous allons donc introduire de l'information a priori sur l'objet pour le régulariser. Des contraintes de positivité, ou de support [4] peuvent déjà être appliquées. Afin de pouvoir introduire des informations plus précises, nous choisissons d'exprimer ces connaissances sous forme d'un modèle 3D de l'objet à reconstruire. Nous proposons alors un schéma de reconstruction assez général utilisant un modèle d'objet.

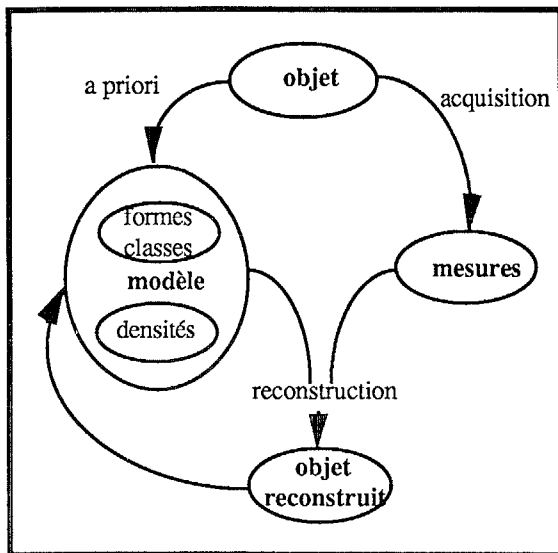


Figure 1: Système de reconstruction 3D

Notre système de reconstruction construit dans un premier temps le modèle à l'aide d'informations a priori et d'une première reconstruction. Ensuite, l'objet est reconstruit à l'aide des mesures initiales, tout en tenant compte du modèle. Le système peut également se boucler afin de mettre à jour le modèle, une fois qu'une reconstruction a été effectuée.

Nous nous situons dans le domaine des applications médicales. Aussi nous ne pouvons pas espérer décrire de manière exacte la forme des objets étudiés. D'un autre côté, nous possédons des informations locales telles que les densités moyennes à l'intérieur de sous-régions et le nombre de régions contrastées discernables. D'autres informations de type statistique peuvent être étudiées, citons par exemple la corrélation des densités. Nous choisissons donc un modèle de classes, chaque classe représentant une zone contrastée de l'objet. Le modèle choisi sera probabiliste. En effet, il nous apparaît plus facile d'incorporer les connaissances citées plus haut dans un tel modèle plutôt que dans un modèle déterministe.

Nous choisissons les champs aléatoires de Markov. Cette modélisation a déjà été utilisée de nombreuses fois en restauration d'images [5], [6]. En effet, cela permet de tenir compte des interactions spatiales locales présentes dans l'objet. Pour deux voxels voisins, il se présente deux cas de figure. Soit ils appartiennent tous deux à la même région contrastée et dans ce cas leurs densités respectives sont très proches l'une de l'autre d'où une forte interaction, soit ils appartiennent à des régions différentes, et dans ce cas leurs densités respectives sont totalement indépendantes et peuvent prendre des valeurs très différentes. L'interaction est alors faible.

## 2.2. Introduction du modèle markovien dans le schéma de reconstruction.

L'utilisation d'un modèle probabiliste est couplée à une régularisation bayésienne du problème formulé en termes stochastiques [7]. Ecrivons la relation du théorème de Bayes :

$$P(f/m) = \frac{P(m/f) \cdot P(f)}{P(m)} \quad (3)$$

L'approche bayésienne nécessite alors :

- la connaissance du processus d'observation  $P(m/f)$
- le choix d'un modèle a priori de l'objet ; ce sera un champ de Markov

- le choix d'un estimateur pour trouver la meilleure estimation de  $f$  sachant  $m$  au sens d'un critère d'erreur particulier.

- un algorithme adapté au calcul de l'estimateur choisi.

Nous utiliserons l'estimateur M.A.P. qui sélectionne le Maximum A Posteriori de la probabilité conditionnelle  $P(f/m)$ . D'autres travaux en reconstruction utilisent le Maximum d'Entropie [7].

Pour définir un champ de Markov, il faut tout d'abord définir le système de voisinage utilisé et les cliques associées. Comme nous travaillons en 3D, avec des volumes assez importants, pour ne pas trop alourdir les calculs, nous ne considérons que les 6 plus proches voisins et les cliques formées par des paires de voisins (cf. figure 2).

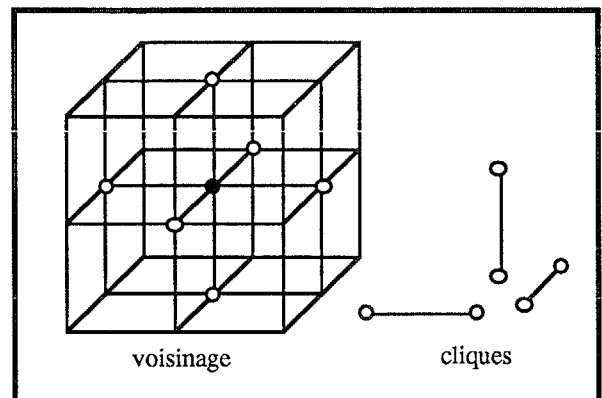


Figure 2 : Voisinage 3D et cliques associées

Les notations utilisées sont les suivantes :

$N$  est le nombre de voxels

$S$  est l'ensemble des voxels

$f_s$  est la densité du voxel  $s$

$f$  est l'image des densités

$n_c$  est le nombre de classes

$\lambda_s$  est l'étiquette décrivant la classe du voxel  $s$

$\lambda$  est l'image des étiquettes

$V_s$  est le voisinage du voxel  $s$

$W_s$  est l'ensemble des voisins appartenant à la même

classe :  $W_s = \{ t \in V_s / \lambda_t = \lambda_s \}$

Dans une classe  $\lambda_s$  :

$\mu_{\lambda_s}$  est la moyenne de la densité

$\gamma_{\lambda_s}$  est lié à la corrélation isotropique

$\sigma^2_{\lambda_s}$  est la variance conditionnelle de la densité

La probabilité d'un champ de Markov  $P(X)$  s'exprime à l'aide d'une énergie de Gibbs  $U(X)$ , qui s'exprime elle-même à l'aide de potentiels  $V_c$  définis sur les cliques :

$$P(X) = \exp(-U(X)) = \exp(-\sum_c V_c) \quad (4)$$

Le modèle markovien choisi est celui adopté par J.M. DINTEN [8]. C'est un modèle mixte où intervient la densité au voxel  $s$  et l'étiquette du voxel  $s$ , c'est-à-dire la classe d'appartenance du voxel. On considère alors la probabilité a priori sur l'objet  $f$ ,  $P(f)$ , comme le produit de la probabilité a priori sur les classes  $P(\lambda)$  et la probabilité des densités conditionnellement aux étiquettes. On peut alors réécrire la relation de Bayes sous la forme :

$$P(f, \lambda/m) = \frac{P(f, \lambda/m) \cdot P(f/\lambda) \cdot P(\lambda)}{P(m)} \quad (5)$$

Le champ de Markov décrivant les classes suit le modèle des plages colorées décrit par J. BESAG [9]. La probabilité en un point connaissant ses voisins s'écrit :

$$P(\lambda_s/\lambda_t, t \in V_s) = \frac{1}{Z} \exp(- \sum_{t \in V_s} \beta_{\lambda_s, \lambda_t}) \quad (6)$$

Z est une constante de normalisation.

$\beta_{\lambda_s, \lambda_t}$  est le potentiel de la clique (s, t) et représente le coût de la configuration  $\lambda_s, \lambda_t$ . Dans le cas où les deux points appartiennent à la même classe, c'est-à-dire  $\lambda_s = \lambda_t$ , ce coût est nul. Dans le cas où  $\lambda_s \neq \lambda_t$ , un coût positif favorise le regroupement par grandes plages homogènes, tandis qu'un coût négatif favorise les zones texturées. Nous choisirons donc un coût positif, constant dans un premier temps.

La distribution globale s'écrit alors :

$$P(\lambda) = \frac{\exp(-U(\lambda))}{Z} \quad \text{avec :} \quad (7)$$

$$U(\lambda) = \sum_{(\lambda_1, \lambda_2) \in \{1, \dots, nc\}} \dots \beta_{\lambda_1, \lambda_2} \cdot n_{\lambda_1, \lambda_2}$$

$n_{\lambda_1, \lambda_2}$  représente le nombre de fois où l'on rencontre la configuration classe1, classe2 dans l'image totale.

Ensuite, nous définissons une distribution a priori des densités conditionnellement aux étiquettes sous forme d'un champ markovien-gaussien [8] :

$$E[f_s / f_t, t \in W_s, \lambda] = (1 - \sum_{t \in W_s} \gamma_{\lambda t}) \mu_{\lambda t} + \sum_{t \in W_s} \gamma_{\lambda t} f_t \quad (8)$$

$$V[f_s / f_t, t \in W_s, \lambda] = \sigma_{\lambda t}^2 \quad (9)$$

L'énergie correspondant à la forme globale s'écrit alors :

$$U(f / \lambda) = \exp(-\frac{1}{2} \cdot \sum_{t \in W_s} (f_t - \mu_{\lambda t}) \cdot Q_{\lambda t} \cdot (f_t - \mu_{\lambda t})) \quad (10)$$

La matrice  $Q_{\lambda}$  s'exprime à l'aide des corrélations  $\gamma_{\lambda s}$  et des variances conditionnelles  $\sigma_{\lambda s}^2$ .

Il nous reste à exprimer P (m / f). Nous prenons une distribution gaussienne d'énergie :

$$U(m / f) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{t \in W_s} (m_t - X f_t) \cdot V_{b,t} \cdot (m_t - X f_t) \quad (11)$$

Vu les modèles utilisés, maximiser l'expression (5) par rapport à (f,  $\lambda$ ) revient à minimiser l'énergie totale suivante :

$$U = U(m / f) + U(f / \lambda) + U(\lambda) \quad (12)$$

le terme P(m) disparaît puisqu'il ne dépend pas de (f,  $\lambda$ ).

### 3. APPLICATIONS

#### 3.1. Algorithmes développés

Le système de reconstruction contient trois algorithmes principaux : l'algorithme de reconstruction analytique RADON développé au LETI, le programme de classification CLASS qui établit la répartition des étiquettes, le modèle de classes étant alors construit en affectant la valeur moyenne de la classe à chaque voxel lui appartenant, enfin un programme de reprojexion PROJ qui permet de simuler les projections du modèle.

La minimisation de l'énergie totale va se faire suivant le schéma proposé par J.M. DINTEN en deux étapes.

On cherche tout d'abord grâce au programme de classification CLASS la répartition des classes qui minimise l'énergie  $U(f / \lambda) + U(\lambda)$  pour les densités fixées. Cette étape nommée CLASS nous fournit le modèle de classes. Nous choisissons l'algorithme ICM (Iterated Conditional Modes) proposé dans [9] qui opère une optimisation locale en chaque voxel. C'est une approximation

déterministe du MAP. Cet algorithme est beaucoup plus rapide en temps d'exécution que les techniques d'optimisation statistiques telles que le recuit simulé. En effet, celles-ci permettent de s'approcher aussi près que l'on veut du minimum global si l'on est prêt à en payer le prix, alors qu'un algorithme déterministe restera piégé dans le premier minimum local rencontré. La phase d'initialisation est donc très importante.

Le volume est parcouru séquentiellement plusieurs fois. L'algorithme calcule le minimum :

$$\min(\lambda_s / \lambda_t, t \in V_s, f_t) \left\{ \frac{1}{2\sigma_{\lambda_s}^2} \left( (f_s - m_{\lambda_s})^2 - 2 \sum_{t \in W_s} \gamma_{\lambda t} (f_t - m_{\lambda t}) \right) + \sum_{t \in V_s} \beta_{\lambda_s, \lambda_t} \right\} \quad (13)$$

Les densités sont initialisées par une première reconstruction. Les paramètres  $\beta, \gamma, \sigma, \mu$  sont estimés d'une part à l'aide de connaissances a priori et d'autre part à l'aide de la première reconstruction. En pratique, 4 à 5 itérations suffisent pour obtenir un résultat satisfaisant.

Le modèle est alors construit en affectant au voxel s la valeur moyenne de la classe où il est situé. On note le modèle  $\mu_{\lambda}$ .

Une fois le modèle construit, pour cette répartition des étiquettes fixées, il s'agit de trouver la nouvelle répartition des densités qui minimise l'énergie  $U(m / f) + U(f / \lambda)$ . Cette énergie s'écrit :

$$\frac{1}{2} \sum_{t \in W_s} (m_t - X f_t) \cdot V_{b,t} \cdot (m_t - X f_t) + \sum_{t \in W_s} (f_t - \mu_{\lambda t}) \cdot Q_{\lambda t} \cdot (f_t - \mu_{\lambda t}) \quad (14)$$

Nous introduisons pour ceci la différence entre l'objet et le modèle :  $\delta_{\lambda} = f - \mu_{\lambda}$  et la différence entre les mesures et les projections du modèle :  $m - X \mu_{\lambda} = X \delta_{\lambda}$ . Pour calculer les projections, nous avons écrit un programme de projection en géométrie conique PROJ s'appuyant sur la méthode décrite par P. JOSEPH [10].

L'expression à minimiser peut se rapprocher de la formulation algébrique d'une régularisation de Tikhonov-Phillips [11] :

$$\|m - X f\|^2 + \eta \|N(f - f_0)\|^2 \quad (15)$$

où  $\eta$  est le paramètre de régularisation, N une fonction de contrainte sur f et  $f_0$  le modèle  $\mu_{\lambda}$ . Nous pouvons alors réécrire cette expression sous la forme suivante :

$$\|(m - X \mu_{\lambda}) - X \delta_{\lambda}\|^2 + \eta \|N \delta_{\lambda}\|^2 \quad (16)$$

Dans cette partie, on reconstruira grâce au logiciel RADON la différence au modèle et l'objet final sera obtenu en additionnant le modèle à l'écart reconstruit. Il est particulièrement intéressant de ne reconstruire que l'écart. En effet, les transitions présentes sur l'objet et détectées sur le modèle seront donc soustraites et subiront moins l'apodisation des fenêtres appliquées lors des filtrages. Elles seront additionnées à la fin, sans avoir subi de détériorations.

#### 3.2. Résultats

Nous avons conduit deux campagnes de mesures, la première sur des simulations et la deuxième sur des mesures réelles acquises au LETI dans le cadre de différents projets.

Nous disposons d'un logiciel analytique pour simuler des projections en géométrie conique de volumes élémentaires tels que des sphères ou des cylindres. Nous allons tester nos algorithmes sur les quatre fantômes test suivants :

SPH : une sphère centrée

CYL : deux cylindres parallèles d'axe vertical, l'un des deux étant centré



PAL : deux séries de 5 palets empilés d'axe vertical, l'une des deux étant centrée

IMP : deux séries de petites sphères empilées verticalement, l'une centrée.

Nous disposons de 256 projections de  $128^2$  pixels.

Les résultats obtenus (fig.3) sont encourageants. En effet, les transitions ont été renforcées et le contraste amélioré.

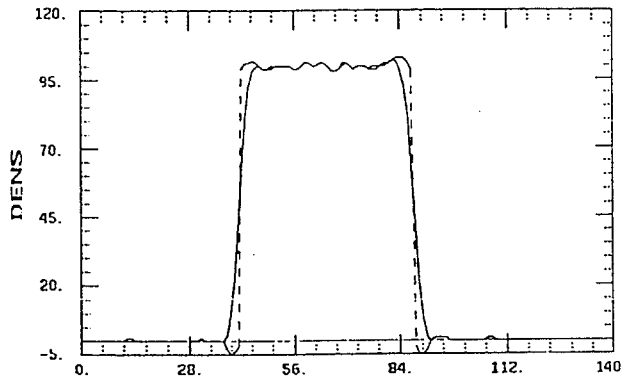


Figure 3: Coupe d'une sphère.  
trait plein : logiciel RADON  
pointillé : après utilisation du modèle

La deuxième série d'essais porte sur des vertèbres lombaires (fig.4) Là aussi, les transitions sont plus marquées.

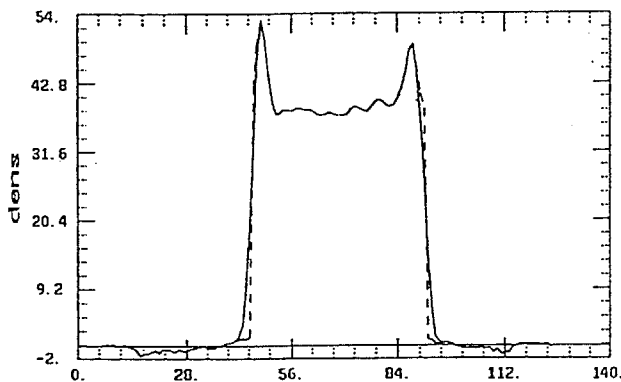


Figure 4 : Coupe d'une vertèbre lombaire

Remarquons que cette façon d'introduire des classes permet également d'adapter la phase de reconstruction à la classe d'appartenance du voxel traité.

## CONCLUSION

Les premiers résultats obtenus sont plutôt encourageants, mais il faut remarquer toutefois certains problèmes. Nous avons constaté que si les frontières étaient mal détectées lors de la classification, on ne pouvait plus corriger cette erreur par la suite. Les frontières sont alors incorrectement restituées. Pour pallier ceci, il faudrait envisager d'employer un système plus souple, permettant par exemple de réajuster les frontières après chaque nouvelle projection traitée.

D'un autre côté si les hypothèses de départ ne sont plus vérifiées, c'est à dire si les objets ne sont plus constitués par des zones fortement contrastées, l'introduction du modèle de classes tel qu'il a été défini a tendance à forcer des transitions brutales là où elles sont progressives. Pour une utilisation du système de reconstruction dans un tel cas de figure, il faudrait revoir la définition du modèle.

Pour la suite de nos travaux, nous envisageons d'étudier le premier point cité, mais de laisser tomber le deuxième. En effet, les hypothèses d'objets contrastés tiennent toujours. Plus tard, nous regarderons comment incorporer la dimension temporelle dans notre système afin de pouvoir reconstruire un objet en évolution.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Herman G.T., "Image Reconstruction From Projections". The fundamentals of computerized tomography. (Academic press). (1980).
- [2] Grangeat P., "Analyse d'un système d'imagerie 3D par reconstruction à partir de radiographies X en géométrie conique". Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications. Paris. (1987).
- [3] Grangeat P., Rizo P., Sire P., Lemasson P., Delagenière S., Melennec P., "Récentes évolution de la tomographie 3D en géométrie conique". *Communication au Congrès GRETSI'91*. Juan-Les-Pins. (1991).
- [4] Rougee A., Saint-Felix D., Troussel Y., "Reconstruction tridimensionnelle en imagerie X par une méthode de détection/animation", *Actes de PIXIM 88*, pp. 44-59. (1988).
- [5] Geman S., Geman D., "Stochastic relaxation, Gibbs distribution, and the Bayesian restoration of images", *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. PAMI-6, pp.721-741. (1984).
- [6] Chalmond B., "Image restauration using an estimated Markov model", *Signal Processing*, Elsevier Science Publishers B. V. North-Holland. (1988).
- [7] Mohammad-Djafari A., Demoment G., "Utilisation de l'entropie dans les problèmes de restauration et de reconstruction d'images", *traitement du signal*, vol.5, n°4, 1988.
- [8] Dinten J.M., "Tomographie à partir d'un nombre limité de projections : régularisation par des champs markoviens". Thèse de doctorat, Université Paris XI. (1990).
- [9] Besag J., "On the statistical analysis of dirty pictures", *Journal of the Royal Statistical Society*, B-48, pp. 259-302. (1986).
- [10] Joseph P.M., "An improved algorithm for reprojecting rays through pixel images". *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. MI-1(3), pp. 192-196. (1982).
- [11] Demoment G., "Déconvolution des signaux", Cours à l'Ecole Supérieure d'Electricité(1988).