



RESTAURATION D'IMAGE BRUITÉE PAR ANALYSE MULTIRÉSOLUTION ET CHAMPS DE MARKOV

L. Blanc-Féraud, M. Barlaud

LASSY, Equipe de l'ISS du CNRS, Université de NICE-SOPHIA ANTIPOLIS

Bât. 4, 250 Av. A. Einstein 06560 Valbonne (FRANCE)

RÉSUMÉ

ABSTRACT

La méthode présentée permet de restaurer des images très bruitées, tout en préservant les contours de l'image. L'image est modélisée par un champ de Markov, avec un processus de ligne pour les discontinuités. Ce modèle est développé en multirésolution par transformée en ondelettes pour une meilleure efficacité de l'algorithme de restauration en même temps qu'une diminution des temps de calculs.

The restoration methods which uses Markov random fields with line process for the discontinuities are known to give good results in edge preserving image restoration. The Markov model is developed on the image decomposed at several resolutions using a wavelet transform. The multiresolution model provides better results with less computation time.

INTRODUCTION :

Les traitements de restauration d'image, de rehaussement (enhancement), sont indispensables pour améliorer la qualité des images numériques, généralement dégradées lors de leur acquisition. Nous nous intéressons dans cet article au problème de la suppression de bruit sur une image dégradée par un bruit blanc additif. Le but est de lisser l'image, tout en préservant les contours intacts. La modélisation de l'image par champ de Markov et processus de ligne pour les discontinuités introduite par Geman et Geman [1] est bien connue pour être performante en restauration d'image. Cependant, les problèmes mathématiques posés (minimisation de fonctions non convexes, nombre de variables important), impliquent un temps de calcul prohibitif pour la recherche de la solution optimale (méthode de relaxation du type recuit simulé [1]). Les méthodes déterministes permettent d'approcher la solution optimale et sont plus rapides. (MFA [4], ICM [5], GNC [2]). Cependant, leur temps de calcul reste important pour des images 256x256 pixels.

Le but de ce papier est de présenter une méthode de restauration utilisant une modélisation markovienne multirésolution de l'image. Nous exploitons ainsi deux propriétés : d'une part les techniques multirésolution permettent d'accélérer significativement la convergence des algorithmes de traitement d'image [6] ; d'autre part elles permettent une meilleure adaptation des traitements en fonction de la résolution et donc d'améliorer significativement la qualité de la restauration.

Les différents points sont développés dans l'ordre suivant :

Nous présentons en partie I de cet article la modélisation par champ de Markov, l'estimation de l'image restaurée par le critère du MAP, et la méthode de relaxation mise en œuvre (GNC) pour cette estimation.

Dans une deuxième partie nous rappelons comment décomposer une image à différents niveaux de résolution par transformée en ondelettes biorthogonales. Nous évaluons la loi de croissance du rapport signal sur bruit (SNR) de l'image bruitée décomposée à des résolutions de plus en plus grossières, et introduisons une modélisation markovienne multi-échelle pour la restauration de bruit.

Dans une troisième partie nous exploitons les résultats présentés en partie II, et présentons un algorithme de restauration multirésolution. Une modification du modèle des contours de l'image nous permet d'améliorer les résultats de la restauration multirésolution. Enfin un autre schéma de restauration multirésolution est présenté, mettant en œuvre un traitement sur les coefficients en ondelettes. Des résultats sont présentés pour ces algorithmes sur l'image du Cameraman bruitée à +4,4dB.

I. RESTAURATION PAR CHAMP DE MARKOV EN MONORÉSOLUTION

1.1 Modélisation Markovienne

Une image X est représentée par ses niveaux de gris X_s en chaque site $s=(i,j)$ d'un réseau 2D fini $G=\{s=(i,j) / 1 \leq i,j \leq N\}$. L'image bruitée Y est modélisée par $Y=X+N$ où N est un bruit blanc indépendant de X . On suppose que le champ intensité X a la propriété de Markov :

$$P(X_s / X_{s'}, s' \in G - \{s\}) = P(X_s / X_{s'}, s' \in \mathcal{V}_s)$$

Le voisinage \mathcal{V}_s définit un modèle de Markov à l'ordre un (à 4 voisins, positionnés en croix).

De plus, il s'avère intéressant de prendre en compte les discontinuités de l'image afin de ne pas lisser les contours lors de la restauration. Les discontinuités sont modélisées



par un processus L de ligne et de colonne défini sur le réseau $J=J_m+J_l$ suivant :

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{l} \circ \in G \\ | \in J_l \\ - \in J_m \end{array} & \begin{array}{l} (X_{ij}) \\ (l_{ij}) \\ (m_{ij}) \end{array} \end{array}$$

Le processus de ligne et colonne prend ses valeurs dans $\{0, 1\}$. La valeur 0 marque l'absence de discontinuité, la valeur 1 la présence d'une discontinuité. On suppose qu'il n'y a pas d'interaction sur le processus L.

1.2 Le critère

L'image est estimée au sens du critère du maximum à posteriori (MAP) c'est-à-dire obtenue en maximisant la probabilité $P(X,L / Y)$.

Le théorème de Hammersley-Clifford [1] montre qu'un champ aléatoire est un champ de Markov si et seulement si sa densité de probabilité est une distribution de Gibbs, pour laquelle l'expression de l'énergie de l'image est déterminée directement en fonction du modèle de Markov, par des fonctions potentiel définies sur des cliques données par le modèle. Ce théorème traduit donc l'hypothèse de Markov, exprimée en terme de probabilité $P(X)$, par un modèle explicite sur l'énergie du processus X [1]. Ainsi, maximiser la probabilité $P(X,L / Y)$ équivaut à minimiser l'énergie $E(X,L / Y)$, ou encore, en utilisant le théorème de Bayes, à minimiser l'énergie $E(Y / X,L) + E(X,L)$.

D'après le modèle de bruit choisi et les interactions définies sur les champs X et L, cette énergie s'écrit [1] :

$$E = E_1 + E_2 + E_3 \quad \text{avec}$$

$$E_1 = \sum_{i,j} (y_{i,j} - x_{i,j})^2 \quad ; \quad E_3 = \sum_{i,j} \alpha (l_{i,j} + m_{i,j})$$

$$E_2 = \sum_{i,j} \lambda^2 [(x_{i,j} - x_{i-1,j})^2(1-l_{i,j}) + (x_{i,j} - x_{i,j+1})^2(1-m_{i,j})]$$

E_1 assure une bonne adéquation de la solution aux données observées, E_2 est un terme de lissage classique (λ^2 gradient²) mais qui tient compte des discontinuités, E_3 est le coût à payer pour l'introduction d'un contour.

Ce critère est non convexe en fonction de $\{x_{i,j}, l_{i,j}, m_{i,j}\}$. Blake et Zisserman [2] ont développé une méthode déterministe de relaxation qui permet d'approcher de manière relativement correcte la solution optimale. L'idée est de construire une approximation convexe E^* de E et une suite de fonctions $E^{(p)}$ variant de E^* à E (pour p variant de 1 à 0), de telle sorte qu'en minimisant successivement $E^{(p)}$ de $E^{(1)}=E^*$ à $E^{(0)}=E$ (en initialisant la nouvelle minimisation par le dernier optimum calculé), la solution de ce processus approche le minimum global de la fonction E.

La construction de la suite $E^{(p)}$ est relativement simple: en remarquant que E_1 ne dépend pas de L, on minimise d'abord E_2+E_3 par rapport à $l_{i,j}$ et $m_{i,j}$. Le critère résultant à minimiser par rapport à $x_{i,j}$ est :

$$\sum_{i,j} (y_{i,j} - x_{i,j})^2 + g_{\alpha\lambda}(x_{i,j} - x_{i-1,j}) + g_{\alpha\lambda}(x_{i,j} - x_{i,j+1})$$

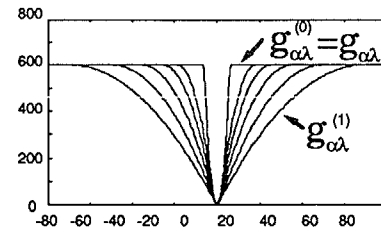
$$\text{où } g_{\alpha\lambda} \text{ est définie par : } \begin{cases} g_{\alpha\lambda}(t) = \lambda^2 t^2 & \text{si } |t| < \frac{\sqrt{\alpha}}{\lambda} \\ g_{\alpha\lambda}(t) = \alpha & \text{si } |t| \geq \frac{\sqrt{\alpha}}{\lambda} \end{cases}$$

La suite des critères $E^{(p)}$ pour $p=1$ à 0 est simplement construite grâce à une suite de fonctions $g_{\alpha\lambda}^{(p)}$ remplaçant $g_{\alpha\lambda}$, telle que :

$$g_{\alpha\lambda}^{(1)} \text{ est telle que le Hessien de } E^{(1)} \text{ soit positif, soit } E^{(1)} = E^*, \\ g_{\alpha\lambda}^{(0)} = g_{\alpha\lambda} \quad \text{soit } E^0 = E$$

Ces fonctions sont tracées en **figure 1** pour $\lambda=4, \alpha=675$, et $p=1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$.

Figure 1



Un résultat obtenu par cette méthode en monorésolution est présenté sur les images 1,2 et 3 : l'image 1 est l'image originale du Cameraman (image 256x256 pixels, codée sur 8 bits soit 256 niveaux de gris) ; l'image 2 est l'image bruitée de SNR_{var} (rapport des variances) = 4,4dB ; l'image 3 est le résultat de la restauration. Les paramètres du modèle sont : $\lambda=4, \alpha=4050$, soit $h = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda}} = 45$.

λ et α apparaissent explicitement dans le critère. λ est le paramètre de lissage. Le paramètre h donne une idée du seuil à partir duquel un contour est introduit si la différence entre deux pixels voisins est supérieure à ce seuil.

Cette méthode, bien que plus rapide qu'une méthode de relaxation stochastique, reste coûteuse en temps de calcul pour des images 256x256. On prendra ce temps de calcul comme référence T_{ref} pour comparer la complexité des différentes méthodes proposées.

D'autre part, avec cette modélisation, il est impossible d'obtenir une image restaurée ayant moins de bruit que l'image restaurée 3, tout en conservant visibles certains éléments de l'image, comme la tour blanche à droite du cameraman. En changeant les valeurs des paramètres du modèle, il est possible d'avoir une image ayant moins de bruit, mais les contours de la tour disparaissent.

II. ANALYSE MULTIRÉSOLUTION

2.1 Décomposition en ondelettes biorthogonales

Les techniques multirésolution [9] ont aujourd'hui montré leur efficacité aussi bien d'un point de vue diminution du temps de calcul que du point de vue de l'amélioration de la qualité des résultats [6].

Nous calculons l'image aux différentes résolutions par transformée en ondelette. Le signal image étant généralement lisse, continu, excepté aux contours, il semble approprié d'utiliser un schéma de décomposition en sous-bande de l'image qui corresponde à une base orthogonale engendrée par une ondelette mère suffisamment régulière. De plus, les filtres doivent être courts pour un calcul rapide,



et symétriques. Ces conditions étant contradictoires [7], nous utilisons des bases d'ondelettes biorthogonales, qui permettent de conserver la propriété de symétrie, importante en traitement d'image, en relaxant la contrainte d'orthogonalité [7]. Ces bases ont été largement utilisées pour le codage d'image [3].

Sur les signaux échantillonnés, la décomposition se calcule par l'intermédiaire de filtres. Dans le cas biorthogonal, nous disposons de deux paires de filtres : (h_0, g_0) pour la décomposition et (h_1, g_1) pour la reconstruction. h_0 et h_1 sont les deux filtres passe bas et g_0 et g_1 sont les filtres passe haut [3, 8].

Les filtres que nous utilisons correspondent à une variation des filtres splines [3, 7]. Ces filtres offrent un bon compromis entre les différentes propriétés sur les ondelettes pour l'analyse d'image (régularité, nombre de moments nuls, symétrie, support compact,...). De plus l'ondelette à la décomposition est semblable à l'ondelette à la reconstruction, ce qui signifie que l'on est proche d'une base orthogonale de \mathcal{L}^2 [3].

L'extension de la transformée 1D au cas 2D peut se faire suivant deux schémas. Le premier schéma "dyadique" [3] correspond à des fonctions d'échelle séparables. Ceci conduit à une décomposition de facteur d'échelle 2 et privilégie les orientations horizontales et verticales.

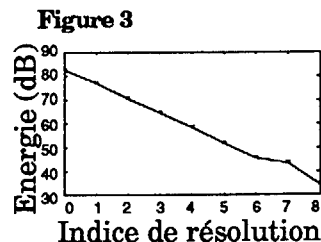
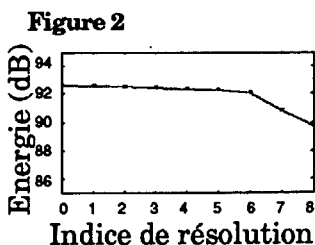
Le second schéma correspond à des fonctions d'échelles non séparables. L'image est alors décomposée avec un facteur d'échelle égale à $\sqrt{2}$, et aucune direction n'est privilégiée. C'est la décomposition en quinquonce. Nous utiliserons l'une ou l'autre décomposition suivant l'algorithme.

2.2 Analyse du SNR en fonction de la résolution

L'image bruitée a été étudiée après décomposition à différentes résolutions. On constate que le SNR de l'image à une résolution donnée est supérieur à celui de l'image à la résolution plus fine : le SNR augmente lorsque la résolution diminue. Cette évolution se justifie par l'étude de la répartition de l'énergie dans les sous-images décomposées, d'une part sur une image type (ex.: Cameraman, Léna...), et d'autre part sur une image de bruit blanc.

Dans le cas dyadique, l'image de résolution 2^{-m} (résolution indice m) est décomposée en quatre sous-images: la sous-image de résolution inférieure 2^{-m-1} , qui correspond au filtrage passe bas de l'image que l'on décompose, et trois sous-images de hautes fréquences, qui correspondent aux détails perdus entre la résolution 2^{-m} et la résolution 2^{-m-1} dans le sens horizontal, vertical, diagonal.

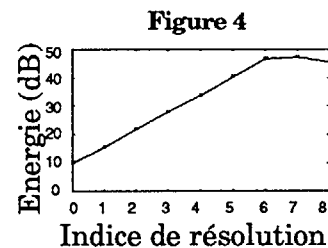
Nous avons calculé l'énergie de l'image à chaque résolution (énergie de la sous-image de basse fréquence). Les résultats sont présentés sur les courbes en figures 2 et 3, respectivement pour l'image du Cameraman et pour une image de bruit blanc de moyenne nulle et de variance 79dB. Le SNR_{var} correspondant sur l'image du Cameraman est de 4.4dB (cf image 2).



On constate que l'énergie de l'image du Cameraman ne diminue que très faiblement jusqu'à la résolution $m=6$ (image de dimension 4×4 pixels). Des tests montrent qu'il en est de même pour d'autres images du même type.

Par contre, pour une image de bruit blanc, on constate une diminution constante de l'énergie (figure 3). Les ondelettes biorthogonales utilisées étant proches d'une base orthogonale, la décomposition sépare le spectre de l'image en 4 zones d'égale énergie. Donc l'énergie dans la sous-image de basse fréquences diminue d'un facteur 4 à chaque niveau de résolution. La pente de la droite en dB (figure 3) est donc de $-20 \cdot \log_{10}(2) \approx -6$ dB.

On en déduit que la variation du SNR de l'image bruitée à la résolution 2^{-m} par rapport au SNR de cette image à la résolution d'origine (résolution 2^0), est de $+20 \cdot m \cdot \log_{10}(2)$. La figure 4 représente l'évolution du SNR_{Ener} (rapport des énergies), de l'image bruitée lorsque la résolution diminue (pente $\approx +20 \log_{10}(2) \approx +6$ dB).



Ainsi la restauration est plus simple aux faibles résolutions puisque l'image est moins bruitée. Elle est aussi plus rapide car il y a moins de points que sur l'image d'origine. La connaissance de l'évolution du SNR nous permet d'adapter les paramètres du modèle Markovien aux différentes échelles (cf paragraphe III).

III. RESTAURATION MULTIRÉSOLUTION

3.1 L'algorithme multirésolution

L'algorithme de restauration est le suivant : l'image est décomposée jusqu'à la résolution 2^{-m} ($m=2$ pour l'image bruitée étudiée). La restauration s'effectue au niveau m puis l'image restaurée est synthétisée avec l'image des coefficients bruités pour donner la nouvelle image bruitée observée à la résolution supérieure 2^{-m+1} . L'algorithme est itéré jusqu'à la résolution d'origine 2^0 . En pratique, l'image observée est très bruitée ($SNR < 5$ dB) et il est préférable de ne pas faire de restauration au niveau d'origine ($m=0$), mais d'interpoler à la résolution 2^0 l'image restaurée à la résolution 2^{-1} , par synthèse avec des coefficients d'ondelettes nuls. Les paramètres sont choisis tels que $\lambda = \text{constante}$ avec la résolution et h augmente de manière à s'adapter à la loi du SNR de l'image bruitée décrite en partie II. Le temps CPU est diminué d'un facteur 5 par rapport à l'algorithme en monorésolution ($= T_{ref}/5$). Cependant, la qualité de la restauration reste médiocre : l'image reste assez bruitée. Comme en monorésolution, différents paramètres λ et h permettent de diminuer le bruit mais au prix de dégradations importantes sur certains éléments de l'image. Ces résultats ne figurent pas dans cet article.

Le problème résulte de la modélisation d'un contour par le champ booléen L qui n'est pas adapté à l'image. Elle ne modélise pas en particulier des contours "mous". C'est pourquoi nous avons choisi de modéliser un contour non pas par un champ booléen mais par des variables $l_{i,j}$ et $m_{i,j}$ dans l'intervalle $[0, 1]$.



L'approximation convexe E^* de E dans l'algorithme GNC présenté en 1.1, suppose elle même les variables l_{ij} et m_{ij} dans $[0,1]$, puis dans la suite des minimisations de $E^{(p)}$ l'estimation de l_{ij} et m_{ij} est affinée pour prendre finalement la valeur 0 ou 1. Nous avons donc uniquement minimisé l'approximation convexe $E^*=E^{(0)}$. E^* devient alors le critère. Il en résulte que les temps de calcul sont évidemment réduits. De plus, cette modélisation des contours est mieux adaptée et les résultats sont de meilleure qualité. Ceci permet d'appliquer la restauration jusqu'à la résolution 2^0 et de restaurer ainsi des détails plus fins. Ces résultats sont présentés sur l'image 4 pour laquelle les paramètres sont : $m=2, \lambda=2, h=22$; $m=1, \lambda=2, h=44$.

Le temps CPU est de $T_{réf}/7$ avec cette nouvelle modélisation. De plus la qualité de l'image 4 est meilleure visuellement : le bruit est affaibli et la tour est conservée.

Il reste toutefois du bruit sur l'image restaurée. En fait, la restauration est de bonne qualité à la résolution 2^{-1} , mais les résultats finaux sont détériorés du fait du bruit très important ajouté lors de la dernière synthèse et difficilement restauré. Nous présentons un dernier résultat pour lequel notre but a été de diminuer ce bruit, par un traitement des coefficients d'ondelettes à la résolution 2^{-1} .

Pour appliquer un traitement sur les coefficients d'ondelettes, on utilise la décomposition en quinconce pour n'avoir qu'une seule image de coefficients.

Les informations de détails de l'image à cette résolution sont toutes noyées dans le bruit, exceptées celles correspondant à des contours francs. Ces contours sont modélisés par un processus de ligne booléen. Le champ de bruit doit être entièrement lissé : nous le considérons donc comme un champ homogène isotrope et le modélisons par un champ de Markov. Ainsi, le critère est le même sur l'image des coefficients et sur l'image observée, seuls les paramètres diffèrent. L'image restaurée est présentée en image 5. Pour ce résultat, l'image n'est décomposée que jusqu'à la résolution 2^{-1} . L'image de basse fréquence est modélisée par un processus de ligne booléen et les paramètres du modèle sont : $m=1, \lambda=2, h=44$. L'image des coefficients est modélisée de la façon avec des paramètres différents: $m=1, \lambda=1, h=60$. Le temps CPU pour traiter ces images est inférieur à $T_{réf}/7$.

CONCLUSION

Nous avons présenté différents schémas de restauration utilisant des champs de Markov multirésolution. La multirésolution permet d'améliorer la qualité des résultats et en même temps de diminuer les temps de calculs. Le traitement de restauration sur les coefficients en ondelettes s'est avéré intéressant.

Un modèle des contours différents du modèle booléen proposé dans [1] a été introduit. Ce modèle donnant de meilleurs résultats, notre objectif est de définir de nouvelles fonctions $g_{\alpha\lambda}$ mieux adaptées à la modélisation des contours d'une image.

Références :

- [1] S.Geman, D. Geman "Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian restoration of Images" *IEEE Trans. Pattern Analysis, Mach. Intel.*, Vol. PAMI-6, November, 1984.
- [2] A. Blake, A. Zisserman "Visual Reconstruction" *MIT Press*, 1987.

- [3] A. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu, I. Daubechies "Image Coding Using Vector Quantization in the Wavelet transform Domain" *IEEE ICASSP 90, Albuquerque, USA*.
- [4] J. Zerubia, R. Chelappa "Mean Field Approximation using compound Gauss-Markov random field for edge detection and image restoration" *IEEE ICASSP 90, Albuquerque, USA*, pp.2193-2196..
- [5] F-C Jeng, J.W. Woods, "Image Estimation by Stochastic Relaxation in the Compound Gaussian Case" *IEEE ICASSP 88*, pp.1016-1019..
- [6] D.Terzopoulos "Multiresolution algorithms in computational vision" in *IMAGE UNDERSTANDING*, Ablex Publishing Corporation, 1984, pp. 225-263.
- [7] A.Cohen, I.Daubechies, J.C.Feauveau "Biorthogonal bases of compactly supported Wavelets": *AT&T Bells Laboratories, Technical report, n° TM 11217-900529-07*.
- [8] S.Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation", *IEEE Trans. on PAMI*, Vol.11, no7, July 1989.
- [9] Y.Meyer, "Ondelettes et Opérateurs", *Tomes I, II et III, Hermann*, 1990.

IMAGES



Image 1



Image 2



Image 3



Image 4



Image 5