

# ANALYSE PYRAMIDALE DE TEXTURES NATURELLES A TRAVERS LA DIMENSION FRACTALE

K. KPALMA - V. HAESE-COAT - A. BRUNO

Laboratoire d'Automatique, Equipe Image  
Institut National des Sciences Appliquées  
35043 RENNES Cedex (FRANCE)

## RÉSUMÉ

En appliquant le modèle du mouvement brownien fractionnaire à chaque niveau de la pyramide d'une image de texture, on extrait des paramètres fractals  $H$  suivant plusieurs directions de déplacement. Un vecteur attribut est alors formé à partir des paramètres correspondant à la même position spatiale dans la pyramide. Les performances de la méthode sont évaluées sur des images de textures naturelles à travers une segmentation par classification bayésienne.

## ABSTRACT

By applying the fractional Brownian motion model to each level of a texture image pyramid, we extract a fractal feature  $H$ . Choosing several directions of displacement and several pyramid levels, we construct an attribute vector with the extracted  $H$ 's to which is successfully applied the image segmentation process through Bayesian classifier.

## I INTRODUCTION

La texture occupe une place sans cesse grandissante dans tous les domaines qui traitent de l'image. Aussi l'utilise-t-on dans de nombreuses applications en traitement d'images. Si la reconnaissance des textures par l'œil humain est relativement aisée, son automatisation reste une tâche difficile et complexe : cela explique l'existence de nombreuses méthodes de caractérisation des textures [HARA79]. A la notion de texture, on associe souvent deux aspects qui guident le choix des modèles :

- l'aspect macroscopique dans lequel la texture est définie comme un ensemble de primitives distribuées de façon plus ou moins régulière. Ce modèle s'appuie également sur la définition de règles de placement [GUO89, VILN81].

- et l'aspect microscopique ou stochastique dans lequel la texture se présente comme une distribution anarchique de pels : c'est la réalisation d'un processus aléatoire. Plusieurs modèles statistiques ont été développés pour l'étude des textures de ce type.

L'approche fractale permet de prendre en compte simultanément ces deux aspects. Son application se fait, ici, dans un contexte de pyramide d'image.

## II L'APPROCHE PYRAMIDALE

Elle opère à partir d'une série d'images de résolutions différentes d'une même image. Cette technique permet d'obtenir rapidement des informations liées à des structures spatiales de tailles différentes. Elle est largement utilisée en traitement d'images pour diverses applications : segmentation [HONG82], classification [PELE84], détection des objets [HONG84], ...

Les images de différentes résolutions encore appelées niveaux de pyramide de l'image sont le résultat d'un processus récursif combinant un filtrage passe-bas et un sous-échantillonnage (décimation de facteur 2) comme le montre le bloc diagramme de la figure 1.

Considérons une image  $I_0$  de taille  $N \times N$ . En général, on prend  $N = 2^L$  où  $L$  est un entier positif.  $I_0$  est la base ou le niveau 0 de la pyramide et correspond à l'image de plus forte résolution de cette pyramide. Soit  $f$  un filtre passe-bas de support  $(2K+1) \times (2K+1)$  défini par sa réponse impulsionnelle  $f(m,n)$  choisie pour répondre aux contraintes de rapidité d'exécution, de moindre repliement dans la bande passante et de maximum de réjection dans la bande coupée [MEER87]. Pour cette étude, nous choisissons  $K = 2$ . Le niveau  $k+1$  de la pyramide est donné par le processus suivant :

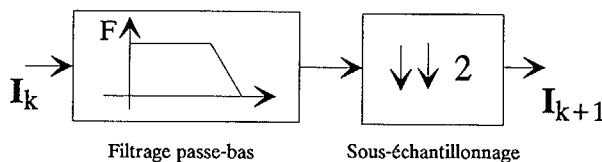


fig. 1 : génération récursive de niveaux de pyramide d'une image.

La valeur du pel  $I_{k+1}(i,j)$  du niveau  $k+1$  est définie par :

$$I_{k+1}(i,j) = \sum_{m=-2}^2 \sum_{n=-2}^2 f(m,n) \cdot I_k(2i-m, 2j-n) \quad (E1)$$

avec  $0 \leq i, j < \frac{N}{2^{(k+1)}}$  et  $k = 0, 1, \dots, L-1$

et où  $I_k$  est le niveau immédiatement inférieur. Le niveau  $I_{k+1}$  est le résultat de  $k+1$  itérations du processus de génération de



pyramide. Celle-ci comporte, au maximum,  $L + 1$  niveaux dont le dernier est de la taille d'un pel.

### III LA DIMENSION FRACTALE ET LE MOUVEMENT BROWNIEN FRACTIONNAIRE

Un objet fractal est défini comme un ensemble dont la dimension de Hausdorff-Besicovitch ou dimension fractale est fractionnaire et strictement supérieure à sa dimension topologique. Cette dimension fractale qui est la mesure de notre perception du degré de fragmentation ou d'irrégularité dans un objet [MAND75, PENT84] est un paramètre qui peut être intéressant pour la caractérisation des images de textures naturelles. La figure 2 montre la surface (représentation 3D des niveaux de gris) de trois textures synthétiques de dimensions fractales différentes. Cette figure met en évidence la variation du degré d'irrégularité d'une image à l'autre. Plus la dimension fractale d'une image est élevée et plus la surface paraît irrégulière (rugueuse).

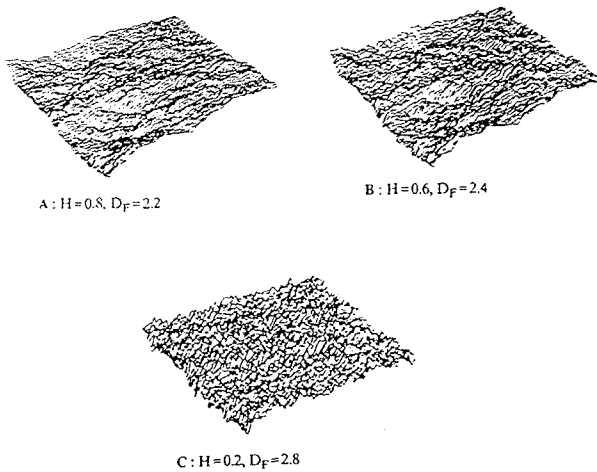


fig. 2 : 3 images représentant la surface de trois textures de dimensions fractales différentes

Sous leur aspect aléatoire, les textures peuvent être efficacement décrites par le modèle du fBm (fractional Brownian motion) [PENT84, KANE88]. C'est un modèle stochastique qui généralise le mouvement brownien ordinaire. Soit  $B_H(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}^{D_T}$  ( $\mathbb{R}^{D_T}$  est un espace vectoriel de dimension topologique  $D_T$ ), un signal aléatoire paramétré par un réel positif  $H$ . Ce signal est une fonction brownienne si, pour un déplacement quelconque  $\Delta x$ , on a la relation :

$$\Pr\left[\frac{B_H(x+\Delta x)-B_H(x)}{\|\Delta x\|^H} < s\right] = F(s) \quad (E2)$$

où  $F$  est la fonction de répartition de la variable aléatoire  $s$  de type gaussien  $N(m, \sigma^2)$ .

On en déduit la relation suivante :

$$E[(B_H(x+\Delta x)-B_H(x))^2] = \|\Delta x\|^H \cdot C^{stc} \quad (E3)$$

Cette équation met en évidence l'intérêt du paramètre  $H$  et nous permet d'envisager une méthode simple d'extraction. Le signal  $B_H$  peut alors être caractérisé par sa dimension fractale  $D_F$  définie par [PENT84] :

$$D_F = D_T + 1 - H \quad (E4)$$

avec  $H \in ]0, 1[$ . Le tableau I ci-dessous montre des valeurs de  $H$  calculées sur des textures naturelles différentes [BROD66]. Ce tableau met en valeur la validité de ce paramètre comme caractéristique de la texture.

Textures	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
H	0.38	0.54	0.45	0.63	0.30	0.26	0.40	0.60	0.51	0.12
$D_F=2+1-H$	2.62	2.46	2.55	2.37	2.70	2.74	2.60	2.40	2.49	2.88

Tableau I : Valeurs de  $H$  et de la dimension fractale  $D_F$ , calculées sur 10 textures différentes.

### IV LA NOUVELLE METHODE

Le modèle du fBm est isotrope : c'est-à-dire que la valeur de  $H$  est identique dans toutes les directions. Mais cette hypothèse d'isotropie n'est pas vérifiée sur les images de textures naturelles, comme on peut le voir sur le tableau II. Nous sommes donc contraints d'utiliser un modèle anisotrope. Par exemple, Kaneko a introduit le modèle matriciel du fBm où  $H$  n'est plus un scalaire mais une matrice  $2 \times 2$  [KANE88] ; il obtient ainsi 4 paramètres caractéristiques. Avec notre méthode, nous mesurons le paramètre  $H$  suivant plusieurs directions de déplacement et nous obtenons ainsi un vecteur caractéristique.

Direction	0°	45°	90°	135°
H (T1)	0.50	0.26	0.53	0.32
H (T2)	0.35	0.32	0.50	0.33

Tableau II : Valeurs de  $H$ , calculées sur 2 textures différentes et dans 4 directions différentes.

Soit  $V = (H_1, H_2, \dots, H_d)^T$  le vecteur extrait pour un ensemble de  $d$  directions. En appliquant le modèle du fBm aux différents niveaux d'une pyramide, on en extrait un vecteur de ce type, qu'on note  $V_n$ , au niveau  $n$ . Si on choisit  $N$  niveaux quelconques ( $n_1, n_2, \dots, n_N$ ) dans la pyramide, on peut concaténer, au besoin, les vecteurs  $V_{n_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) en un seul vecteur attribut  $V_a = (V_{n_1}, \dots, V_{n_2}, \dots, V_{n_N})^T$ .

### V APPLICATION DE LA METHODE A LA SEGMENTATION

Bien que le modèle du fBm soit un bon descripteur des images de textures naturelles, il est soumis à certaines

contraintes d'applicabilité. En effet, ce modèle n'est applicable que dans un domaine de  $\Delta x$  ( $\Delta x \in [\Delta x_{min}, \Delta x_{max}]$ ) autour du point courant. Il est donc nécessaire de déterminer ce domaine avant l'extraction de H. La figure 3 illustre ce phénomène sur la courbe représentée par  $\text{Log}(E[(I(x+\Delta x) - I(x))^2])$  vs  $\text{Log}(\|\Delta x\|)$ . Pour les textures naturelles, cette représentation n'est pas une droite de pente 2H, mais une courbe avec deux zones distinctes : une zone de saturation (au-delà d'une valeur  $\Delta x_{max}$ ) et une zone de pente 2H (entre une valeur  $\Delta x_{min}$  et  $\Delta x_{max}$ ) qui définit le domaine d'applicabilité du modèle. En déterminant ce domaine, on peut alors extraire le paramètre H par une estimation linéaire quadratique, par exemple, sur quelques valeurs de ce paramètre calculées dans ce domaine  $[\Delta x_{min}, \Delta x_{max}]$  [PENT84, TOKO89].

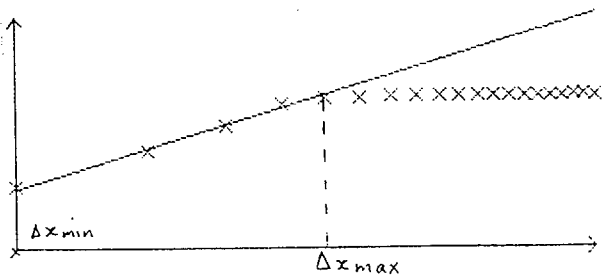


fig.3 : courbe représentant  $E[(I(x+\Delta x)-I(x))^2]$  en fonction  $\|\Delta x\|$  sur une échelle Log/Log.

Pour tester l'efficacité de la méthode, nous avons construit une série d'images composées de quatre textures différentes notées T1 (laine), T2 (paille), T3 (herbe) et T4 (raphia) comme l'indique la figure 4.a. Ces images de textures que nous avons tirées de l'album de textures de Brodatz [BROD66] ont été normalisées (même moyenne et même variance) avant la procédure d'analyse.

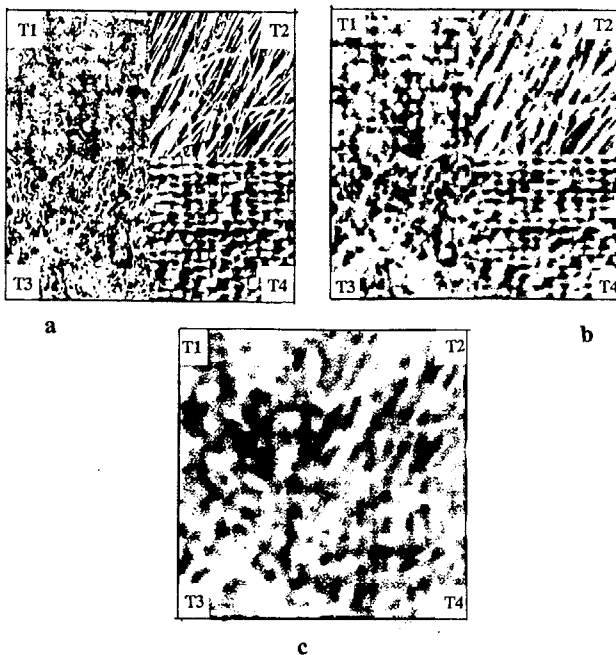


fig.4 : 3 niveaux de la pyramide d'image : a- niveau 0, b- niveau 1 et c- niveau 2.

Le calcul du vecteur attribut  $V_a$  défini plus haut est effectué par la procédure suivante :

**Procédure CalculeAttribut :**

- 1°) choisir N niveaux quelconques dans la pyramide.
- 2°) calculer le vecteur  $V_{nN}$  au point courant  $P_{nN}(i, j)$  du plus haut niveau.
- 3°) pour les N-1 niveaux restants, calculer le vecteur correspondant, au point  $(i', j')$ , fils direct d'ordre k de  $P_{nN}(i, j)$ . Si le niveau courant est n, alors  $k = N - n$  et on a :  
 $i' = 2^k \cdot i$  et  $j' = 2^k \cdot j$ .
- 4°) Concaténer les N vecteurs en un vecteur attribut  $V_a$

Le vecteur  $V_a$  est ainsi de dimension N.d. Dans nos tests, nous avons fixé d à la valeur quatre et utilisé diverses combinaisons des niveaux de la pyramide, donc diverses valeurs de N. Les résultats de la segmentation issus de la classification bayésienne sont représentés sur la figure 5 et le tableau III donne les taux de bonne classification. Les résultats se présentent sous deux formes : d'une part les performances sont mesurées en incluant les zones de frontière où il y a interférence des textures (colonnes *image entière*) et d'autre part, elles sont calculées en excluant ces zones d'interférence (colonnes *zone uniforme*). Les colonnes *global* correspondent aux taux globaux calculés sur l'ensemble des quatre textures alors que les colonnes  $T_x$  ( $x=1, 2, 3, 4$ ) correspondent aux taux de bonne classification dans la texture  $T_x$ .

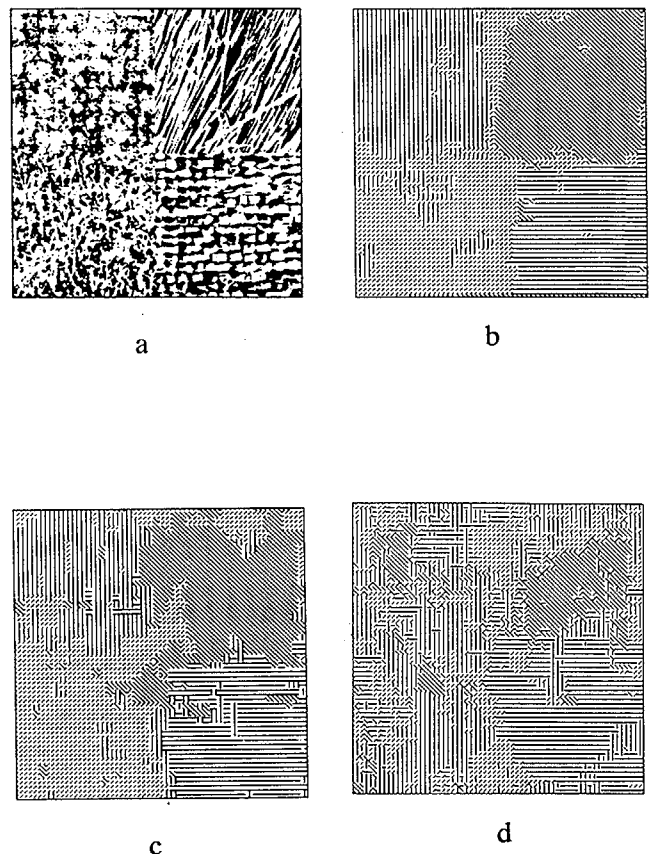


fig.5

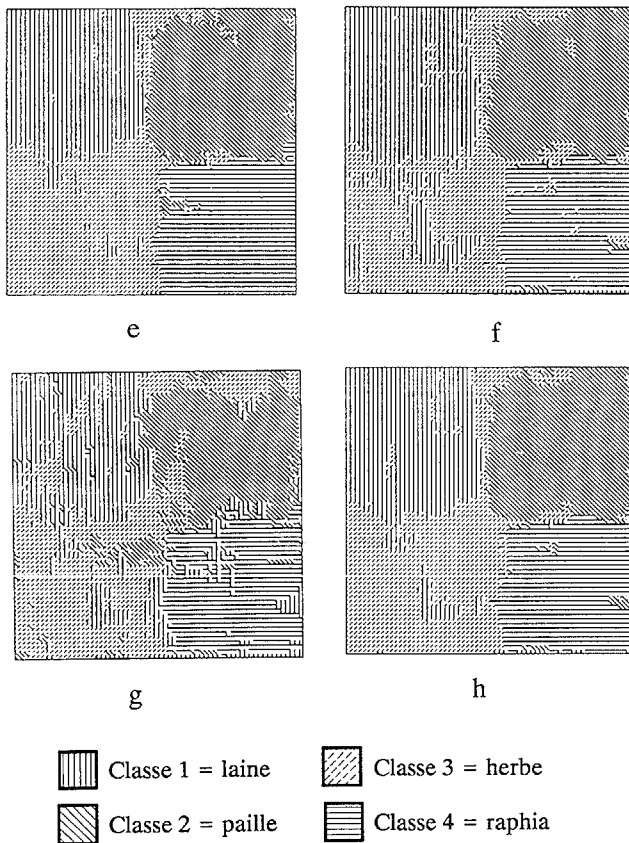


fig.5 (suite) : a-image originale et résultats de segmentation en suivant la combinaison de niveaux choisie : b-niveau 0, c-niveau 1, d-niveau 2, e-niveaux 0+1, f-niveaux 0+2, g-niveaux 1+2, h-niveaux 0+1+2.

Nbre de niveaux	Niveaux combinés	Image entière					Zone uniforme				
		T1	T2	T3	T4	Globa	T1	T2	T3	T4	Global
1 niveau	0	85	91	81	78	84	95	100	83	97	94
	1	70	76	84	78	77	81	90	86	89	87
	2	42	38	29	74	46	34	57	25	85	50
2 niveaux	0, 1	90	92	93	84	89	99	99	95	98	98
	0, 2	88	89	71	74	81	95	99	69	96	90
	1, 2	78	74	76	74	75	83	88	77	91	85
3 niv.	0, 1, 2	89	92	89	79	87	97	100	88	98	96

Tableau III : taux de bonne classification (exprimé en %) dans la segmentation de l'image de la figure 4.a en fonction du nombre et de l'ordre des niveaux utilisés.

Ce tableau nous montre que le choix des niveaux a un effet sur l'efficacité de la méthode. Globalement, on peut dire que la méthode est plus efficace quand on se place dans les niveaux inférieurs de la pyramide. Sur les résultats de la segmentation, on peut voir que le niveau 0 (c'est-à-dire l'image originale) donne les meilleurs résultats dans le cas où l'on n'utilise qu'un seul niveau et que le niveau 1 donne un meilleur taux que le niveau 2. Cette hiérarchie se voit aussi dans les combinaisons à deux niveaux : la combinaison "0+1" donne de meilleurs résultats tandis que la combinaison "1+2" donne les plus mauvais. La prise en compte simultanée des trois niveaux, bien qu'assez efficace reste quand même en-dessous de la combinaison des deux niveaux 0 et 1. On peut noter que l'intervention du niveau 2 dans une combinaison

altère les résultats. Il en est de même pour les niveaux supérieurs à 2 et cela s'explique puisque sur la figure 4.c, les quatre textures sont difficilement discriminables à l'œil.

## VI CONCLUSION

Nous avons présenté une nouvelle méthode pour la caractérisation des images de textures naturelles. Dans cette méthode, nous avons utilisé un paramètre fractal calculé sur un ensemble de directions de déplacement et sur un certain nombre de niveaux de la pyramide. La segmentation par classification bayésienne effectuée sur une série d'images composées de textures différentes a révélé les performances de la méthode.

## Bibliographie

- [BROD66] P. Brodatz, "Textures", A photographic Album for Artists and Designers, Dover, New York, 1966
- [GUO 89] W. Guo, "Synthèse d'images de textures naturelles", thèse de doctorat à l'I.N.S.A. de Rennes, Octobre 1989
- [HARA79] R. M. Haralick, "Statistical and Structural Approaches to Texture", IEEE, vol. 67, N° 5, May 1979, pp 786-804
- [HONG82] T. Hong, K. A. Narayanan, S. Peleg, A. Rosenfeld and T. Silberbeg, "Image Smoothing and Segmentation by Multiresolution Pixel Linking", IEEE SMC, vol. 12, N° 5, Sept./Oct. 1982, pp 611-622
- [HONG84] T. H. Hong and M. Shneier, "Extracting Compact Objects Using Linked Pyramids", IEEE PAMI, vol. 30, N° 6, March 1984, pp 229-237
- [KANE88] H. Kaneko, "Fractal Matrix and its Applications to Texture Analysis", IEICE, vol. E71, N° 12, December 1988, pp 1221-1228
- [MAND75] B. B. Mandelbrot, "Les objets fractals : forme, hasard et dimension", Paris (France), Editions Flammarion, 1975
- [MEER87] P. Meer, E. S. Baugher and A. Rosenfeld, "Frequency Domain Analysis and Synthesis of Image Pyramid Generating Kernels", IEEE PAMI, vol. 9, N° 4, July 1987, pp 512-522
- [PENT84] A.P.Pentland "Fractal-Based Description of Natural Scenes", IEEE PAMI, vol. 6, No. 6, November 1984, pp 661-674
- [TOKO89] N. Tokoya, K. Yamamoto and N. Funakubo, "Fractal-Based Analysis and Interpolation of 3D Natural Surface Shapes and Their Applications to Terrain Modeling", CVGIP, vol. 46, 1989, pp 284-302
- [VILN81] F. M. Viltrotter, "Structural analysis of natural textures", Ph. D. dissertation, Tech. Rep. VSCISG 100, USCIP 1040, Dept. Elec. Eng. Comput. Sci., Univ. Southern California, Los Angeles, Sept. 1981