



Analyse spectrophotométrique d'œuvres d'art par traitement d'images

Henri Maître, Francis Schmitt, Jean-Pierre Crettez, Wu Yifeng

École Nationale Supérieure des Télécommunications, Département Images

46 rue Barrault, 75634 Paris Cedex 13

Tél : (1) 45 81 76 42 - Fax : (1) 45 81 37 94 - Email :x@ima.enst.fr

RÉSUMÉ

Nous proposons d'analyser des peintures à travers un petit nombre de filtres chromatiques de façon à conserver en chaque pizel une information radiométrique spécifique des pigments utilisés. Nous déterminons par un calcul rigoureux le nombre de filtres nécessaires, ainsi que le choix de ces filtres dans une collection de filtres réels. Nous donnons les formules de reconstruction de la courbe photométrique du pigment à partir de ses projections sur la base des filtres, ainsi que les formules permettant l'affichage de l'image sur un moniteur de colorimétrie connue.

ABSTRACT

We propose a method to reconstruct the spectral reflectance function of every pizel of a fine-arts painting, from a series of acquisitions made through commercially available chromatic filters. We rigourously determine the minimal number of necessary filters, as well as their choice in an available set. We give the exact reconstruction formulae of the spectral reflectance functions, as well as the most adequate way to display the painting on a display of known colorimetric parameters.

1 Introduction

L'analyse des œuvres d'art, et plus particulièrement des peintures, s'appuie depuis près d'un demi-siècle sur un outillage technique très élaboré emprunté aux technologies les plus avancées : rayons X, résonance magnétique, accélérateurs de particules. Parallèlement, l'imagerie numérique permet de conserver une image très fidèle de ces peintures, qui respecte tout à la fois la résolution la plus fine exigée par l'expert, la géométrie exacte de l'original, et l'exactitude des couleurs. Mais la couleur d'une peinture n'est qu'un aspect, très important certes, mais limité de l'œuvre peinte. C'est l'aspect lié à la perception sous des conditions particulières d'éclairément des pigments par un observateur humain. Pour de nombreuses tâches qui concernent aussi bien le restaurateur que l'historien d'art, il est important d'apporter une analyse plus complète de l'œuvre, qui rend compte de la spectrophotométrie des pigments.

Cette analyse est traditionnellement faite à l'aide de spectrophotomètres qui analysent avec une grande précision l'absorption d'une zone de la peinture, étendant d'ailleurs cette analyse en deça et au-delà du spectre visible. Lorsqu'une grande résolution spatiale est souhaitée, des microspectrophotomètres permet-

tent de limiter cette mesure à de tout petits échantillons. Mais dans ces deux cas, la lenteur de la mesure interdit que l'on analyse la totalité de la peinture avec une résolution suffisante. Très récemment, des systèmes imageurs, parfois appelés hyperspectraux, ont été développés, principalement pour les besoins de la télédétection. Utilisant généralement un élément diffractant placé devant une matrice de détecteurs bidimensionnelle, ils permettent d'acquérir plusieurs centaines de mesures pour chaque pixel d'une ligne. En déplaçant la ligne ainsi analysée, on peut alors faire l'analyse complète de l'œuvre. Mais ces détecteurs sont encore très chers et d'un emploi difficile, laissant leur usage confidentiel.

Nous nous sommes intéressés à une méthode moins onéreuse inspirée des méthodes d'imagerie numérique, dans laquelle on interpose, entre l'œuvre d'art et la caméra numérique, des filtres chromatiques. Avec 3 filtres convenablement choisis, on parvient à reconstituer assez bien la perception colorée de l'observateur humain de référence tel qu'il est défini en colorimétrie. Avec plus de filtres, nous souhaitons reconstruire d'aussi près que possible la courbe de réflectance spectrale. Nous présenterons la solution originale que nous avons mise au point et qui s'appuie très fortement sur les propriétés des pigments utilisés



en peinture traditionnelle (la peinture de chevalet). Cette étude ne saura donc s'étendre facilement aux peintures contemporaines qui utilisent des produits modernes : peintures fluorescentes ou acryliques, matériaux rapportés, inclusions, etc.

2 Acquisition des peintures

2.1 Calibration

Nous faisons une analyse directe de la peinture à l'aide d'une caméra numérique. La peinture est observée sous incidence normale, elle est éclairée par un illuminant à spectre large, sous une incidence proche de 45 degrés, conformément aux recommandations de la CIE. Nous désignons la densité spectrale de l'illuminant par s_λ , la transmittance spectrale des systèmes optiques utilisés par o_λ , la sensibilité spectrale de la caméra par c_λ .

La réponse de la caméra à un pixel couvrant un pigment de réflectance ρ_λ est alors :

$$\chi = \Phi \left(\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} \rho_\lambda \cdot s_\lambda \cdot o_\lambda \cdot c_\lambda \cdot d\lambda \right) = \Phi \left(\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} \rho_\lambda \cdot \omega_\lambda \cdot d\lambda \right), \quad (1)$$

où Φ représente les non-linéarités de la caméra, et ω_λ toutes les inconnues du système. Par inversion de Φ , après étalonnage, on détermine $\hat{\chi}$, la réponse d'une caméra idéalement linéaire.

Si le domaine visible est discrétisé en N plages de longueur d'onde, on peut représenter la réponse $\hat{\chi}$ à un pixel par : $\hat{\chi} = \sum_{j=1}^N \rho_j \cdot \omega_j$, ou, sous forme vectorielle, $\hat{\chi} = r^t \cdot \omega$. Intéressons-nous aux vecteurs inconnus ω . Pour cela, mesurons P pigments de réflectances connues r_i . Lorsque R est de rang N , nous pouvons déterminer ω à partir de :

$$\omega = [R^t R]^{-1} R^t \hat{\chi} = R^- \hat{\chi}. \quad (2)$$

où R^- désigne la pseudo-inverse de la matrice R à P lignes et N colonnes.

2.2 Détermination de la réflectance d'un pigment inconnu

Revenons à l'équation 1 avec pour inconnue ρ , mais maintenant ω connu. Nous disposons de plus d'un jeu de Q filtres chromatiques caractérisés par leur transmittance $\phi_k(\lambda)$, $k = 1 \dots Q$. La réponse de la caméra au pigment ρ en utilisant le $k^{\text{ème}}$ filtre est :

$$\chi_k = \Phi \left(\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} \rho_\lambda \phi_k(\lambda) \omega_\lambda \cdot d\lambda \right) \quad (3)$$

en posant $\Theta = \{\phi_k \omega\}$ la matrice connue à Q lignes et N colonnes, de terme général $\phi_{k,j} \omega_j$, en corrigeant les non-linéarités, et en revenant à une écriture vectorielle, on obtient

$$\hat{\chi} = \Theta r. \quad (4)$$

On peut alors déterminer parfaitement (aux erreurs numériques près), la réflectance du pigment inconnu, si Θ est de rang N :

$$r = [\Theta^t \Theta]^{-1} \Theta^t \hat{\chi} = \Theta^- \hat{\chi}. \quad (5)$$

2.3 Affichage sur un moniteur vidéo

A titre d'exemple particulier d'application de l'analyse précédente, on peut l'utiliser pour reproduire l'image sur un écran de télévision. On connaît les fonctions colorimétriques associées aux primaires de synthèse du moniteur vidéo standard \bar{e}_{λ_i} et les fonctions de non-linéarité γ_i des trois canaux du moniteur. Pour un illuminant S_λ (il n'est pas nécessaire d'utiliser le même que lors de l'acquisition) on obtient alors les trois composantes colorimétriques C_i , précorrégées γ , à fournir à l'entrée des trois canaux *RVB* du moniteur :

$$C_i = \left[\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} \bar{e}_{\lambda_i} \cdot S_\lambda \cdot r_\lambda \cdot d\lambda \right]^{1/\gamma_i}, \quad (6)$$

soit, en notation matricielle :

$$C = [\Psi \cdot r]^{1/\gamma} = [(\Psi \cdot \Theta^-) \cdot \hat{\chi}]^{1/\gamma}, \quad (7)$$

où Ψ est la matrice à 3 lignes et N colonnes dont les éléments sont $\bar{e}_{j,i} S_j$.

3 Choix des filtres d'analyse

3.1 Espace des pigments, pigments propres

Le choix du nombre N de filtres sur l'ensemble du domaine visible est libre. Il semble qu'une parfaite acquisition, dans le cas le plus général, devrait utiliser un nombre infini de filtres pour rendre compte des fines discontinuités du signal. Nous n'avons pas trouvé dans la littérature de réponse adaptée à notre problème spécifique, même si des approches différentes de la nôtre existent [1], [2], [3], [4], [5]. Les pigments utilisés dans la peinture traditionnelle présentent tous des courbes d'absorption assez régulières, sans pics étroits, ni discontinuités (Fig. 1). Nous avons appuyé notre étude sur une palette significative de pigments que nous a donnée la National Gallery de Londres

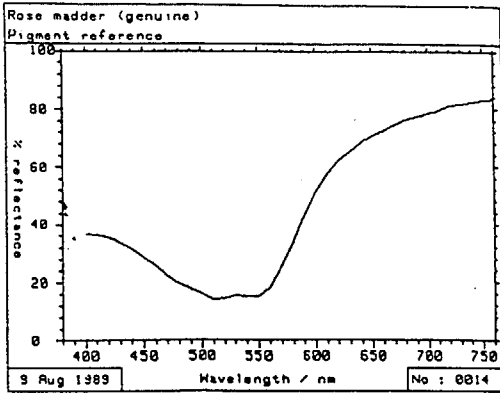


FIG. 1 - : Réflectance spectrale d'un pigment pur, le rose madder, d'après D. Saunders, the National Gallery London

(David Saunders) et contenant les principales peintures utilisées pour la restauration des œuvres anciennes. Cette palette contient $P = 64$ pigments purs couvrant toutes les nuances du spectre. Nous avons analysé chaque pigment avec un spectrophotomètre nous donnant une résolution de 10 nanomètres dans le spectre visible de 390 à 760 nm ($N = 37$).

Nous adoptons une approche linéaire du mélange de pigments, en désaccord avec la loi de Beer, mais correspondant assez bien à des mélanges légers. La loi de Beer, loi multiplicative entre pigments, conduit à des difficultés expérimentales malheureusement difficilement solubles (saturation des logarithmes des très faibles densités). Nous voulons déterminer le nombre n de filtres indispensables à la restitution de la réflectance spectrale en N points des P pigments. Soit R la matrice $P \times N$ des réflectances des pigments.

$$R = [r_1 r_2 \dots r_P]^t. \quad (8)$$

La dimension de l'espace est définie par le rang de la matrice A , décomposition en valeurs singulières de R :

$$R = U^t A V. \quad (9)$$

Nous avons vérifié expérimentalement que le rang de A est plein ($n = N = 37$), ce qui exprime que la définition utilisée pour décrire les pigments ($\delta\lambda = 10nm$) est probablement trop grossière. Mais en regardant attentivement les dernières valeurs singulières, on voit que les 25 plus petites ne portent que 1,3% de l'énergie (conditionnement de l'ordre de 10^4) (Fig. 2). Nous nous proposons donc de remplacer l'équation précédente par :

$$R \sim \hat{R} = U^t O_n^t A V \quad (10)$$

où O_n est la projection sur les n premiers vecteurs singuliers. Ces vecteurs: $\hat{U} = O_n U$ sont appelés **pigments propres**. Ils correspondent à des pigments

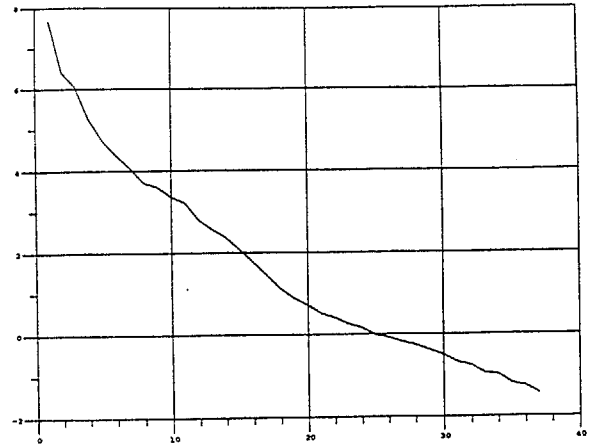


FIG. 2 - : Valeurs singulières de la matrice A , (en échelle logarithmique)

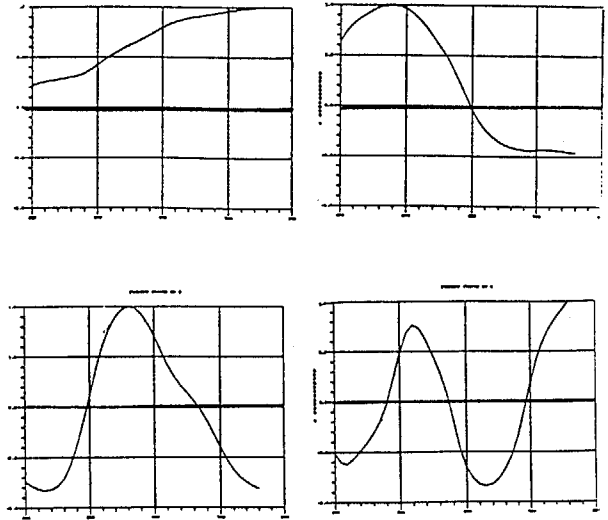


FIG. 3 - : Les quatre premiers pigments propres de la base; trois présentent des réflectance négatives sans signification physique.

irrémalisables car leur réflectance peut être négative (Fig. 3). Ils engendrent un espace Z de tous les pigments possibles, c'est-à-dire des approximations \hat{r} des pigments r . Nous nous attacherons dorénavant à la reconstruction de \hat{r} .

3.2 Choix des filtres

Nous disposons de la matrice Θ déduite des transmittances de très nombreux filtres du commerce (Wratten, Hoffman, Schott). Nous souhaitons trouver les n meilleurs filtres. Nous construisons, pour chaque filtre, le vecteur unitaire $y_i = \frac{\phi_i}{\|\phi_i\|}$ aligné sur le $i^{\text{ème}}$ filtre, sa projection sur le vecteur propre j est $\hat{u}_j^t \cdot y_i$



et sa mesure dans Z est $g_i = \|\hat{U}^t \cdot y_i\|$.

1. **Première méthode :** Nous choisissons pour premier filtre de base $a_1 = y_{i_1}$ celui de projection maximale: $g_{i_1} \geq g_i$.

Le second filtre est choisi parmi les filtres restant de façon à maximiser la projection dans Z de sa composante orthogonale à a_1 :

$$\|y_{i_2} - (a_1^t \cdot y_{i_2})a_1\| \geq \|y_j - (a_1^t \cdot y_j)a_1\| \quad \forall j \neq i_1 \quad (11)$$

et ainsi de suite pour le $k^{\text{ème}}$ vecteur qui est choisi comme maximisant la projection dans Z de sa composante orthogonale à l'espace engendré par a_1, a_2, \dots, a_{k-1} .

2. **Seconde méthode :** Repartons de la famille de projections g_i . Prenons celle de norme maximum, cela définit comme précédemment le premier filtre de base $a_1 = y_{i_1}$. Le second filtre a_2 est alors le filtre y_{i_2} qui maximise la composante orthogonale à g_{i_1} de sa projection g_{i_2} :

$$\|g_{i_2} - (g_{i_1} \cdot g_{i_2})g_{i_1}\| \geq \|g_j - (g_{i_1} \cdot g_j)g_{i_1}\| \quad \forall j \neq i_1 \quad (12)$$

Soit a_1, a_2, \dots, a_{k-1} les $k-1$ premiers filtres sélectionnés, et F l'espace engendré par leurs $k-1$ projections dans Z . Le filtre a_k est choisi comme le filtre y_{i_k} dont la projection g_{i_k} a la plus grande composante orthogonale à l'espace F .

Cette seconde méthode nous a donné les meilleurs résultats lorsque \hat{n} est supérieur à 10 environ. Elle nous permet de déterminer l'ensemble des \hat{n} filtres réels optimums. Pratiquement, nous avons constaté qu'avec 10 à 12 filtres choisis de la façon précédente, il est possible de reconstruire chacune des courbes $\rho(\lambda)$ avec une précision très satisfaisante (Fig. 4,5).

4 Conclusion

En utilisant les propriétés des pigments utilisés en peinture classique, il est possible d'analyser avec un petit nombre de filtres la réponse spectrale d'une peinture, en chacun de ses pixels. La mise en œuvre peut cependant révéler des difficultés particulières lorsque le signal à analyser est très faible (pigments très sombres), la résolution numérique du système linéaire peut alors devenir difficile et conduire à des résultats peu satisfaisants si la caméra ne délivre pas un signal de grande qualité (12 bits par pixel semblent alors nécessaires).

Remerciements : Cette étude a été faite dans le cadre du projet européen Esprit 2649 VASARI. Elle a bénéficié de l'aide des Laboratoires de Recherche des Musées de France et de la National Gallery de Londres,

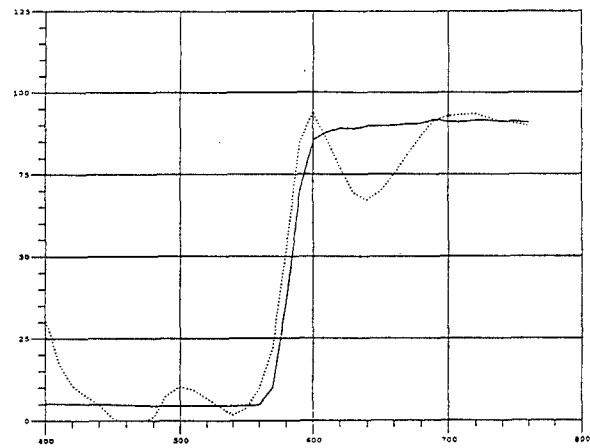


FIG. 4 - : Reconstruction d'un pigment (le jaune d'iodure de mercure), à partir de 11 filtres par la première des méthodes. On constate d'importants écarts de réflectance.

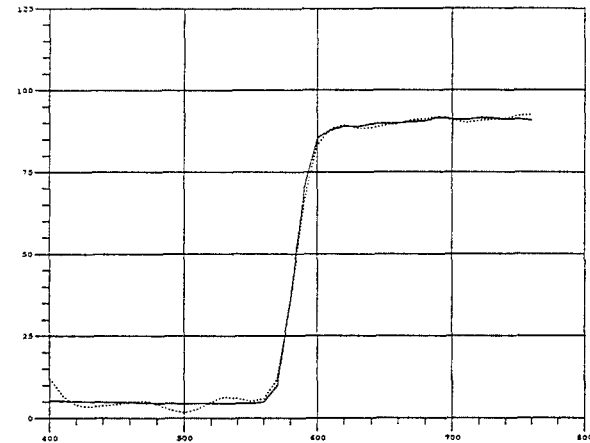


FIG. 5 - : Reconstruction à partir de 11 filtres par la seconde des méthodes. On constate une très bonne adaptation des courbes.

ainsi que de la participation active de Axelle Camus-Abonneau, Christophe Camus, Farouk Goulam-Ally et Manfred Müller .

Références

- [1] P.L. Vora, H.J. Trussel, L. Iwan: *A mathematical method for the design of color scanning filters*, SPIE symp. on Electr. Imaging, Science & Techn. San Jose Ca 1993.
- [2] M.J. Vrhel, H.J. Trussell: *Color correction using principal components*, Color Research and applications, vol 17, 5, pp 328-338, 1992.
- [3] A.F.H. Goetz: *Imaging spectrometry: an image analysis and interpretation challenge*, 9th SCIA, Uppsala, Suède, pp 619-631, 1995.
- [4] D.H. Marimont, B.A. Wandell: *Linear models of surface illuminant spectra*, JOSA, 11, pp. 1905-1913, 1992.
- [5] D. Sherman, J.E. Farrell: *When to use linear models for color calibration*, ISeT and SID's 2nd Color Imaging Conf., Color Science, Systems and Appl., pp. 33-36, 1994