



Problèmes liés au filtrage de Volterra appliqué à l'égalisation adaptative non linéaire

Patrick GROHAN, Sylvie MARCOS et Messaoud BENIDIR

Laboratoire des Signaux et Systèmes, Supélec, CNRS
Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous montrons que l'approche qui consiste à utiliser un filtre de Volterra pour inverser un canal modélisé par un filtre de Volterra soulève des difficultés. Les limitations que nous soulignons concernent non seulement la structure de filtre de Volterra, mais aussi son optimisation suivant le critère de minimisation de l'erreur quadratique entre sa sortie et le symbole désiré. Nous donnons ainsi des conditions sur la constellation des entrées du canal pour qu'un égaliseur optimal unique existe.

1. INTRODUCTION

Lors de la transmission d'un message numérique dans un canal à bande limitée et/ou dispersif, le message émis subit des perturbations. Ces perturbations peuvent être de deux natures : un bruit additif et des interférences entre les symboles (IES). L'égalisation d'un canal de transmission est une technique couramment utilisée pour éliminer les IES qui viennent perturber la réception du message émis. L'égalisation est souvent réalisée par un filtre linéaire transverse optimisé suivant le critère de l'erreur quadratique moyenne minimale (EQMM) entre le message émis, d_k et la sortie de l'égaliseur, z_k , Figure 1. Cependant, dans le cas d'un canal linéaire bruité ou dans le cas d'un canal linéaire à phase non minimale, l'égaliseur optimal défini comme celui qui minimise la probabilité d'erreur entre le message émis, d_k et le message estimé, \hat{d}_k est non linéaire, [1].

Par ailleurs, dans certains systèmes de communications comme les systèmes de communications par satellites, les effets du canal sur le message émis sont non linéaires du fait de l'utilisation d'amplificateurs fonctionnant près de leur zone de saturation. Ces non linéarités sont souvent modélisées par une série de Volterra, [2]. Un filtre linéaire ne permet pas d'égaliser un tel canal. L'approche la plus simple pour égaliser un canal de Volterra consiste à remplacer l'égaliseur linéaire par un filtre de Volterra, [3].

Dans la section 2, nous posons le contexte de l'étude. En section 3, nous discutons les limites de l'égaliseur de Volterra transverse et de ses extensions dérivées de l'annulation d'IES [4]. Puis, nous traitons en section 4 les problèmes liés à l'optimisation de l'égaliseur suivant le critère EQMM. En section 5, nous illustrons notre propos par des simulations. Enfin, en section 6, nous concluons sur l'étude.

ABSTRACT

The aim of the present paper is to point out the limits of Volterra filters used to perform the equalization of nonlinear channels modeled by a Volterra filter. We investigate not only the structure of the Volterra transversal equalizer but also its optimization under the criterion of the minimisation of the mean square error between its output and the desired symbol. So we give conditions on the constellation of the channel input in order that an unique optimal equalizer exists.

2. CONTEXTE

Soit le schéma de la Figure 1, les symboles émis d_k appartiennent à un alphabet fini à valeurs complexes et sont statistiquement indépendants. Le canal noté \mathbf{H} est modélisé par un filtre de Volterra d'ordre p_H . La sortie du canal, x_k est donnée par l'équation :

$$x_k = \sum_{n=1}^{p_H} \sum_{m_1=0}^{+\infty} \dots \sum_{m_n=0}^{+\infty} h_n(m_1, \dots, m_n) d_{k-m_1} \dots d_{k-m_n} \quad (1)$$

où $h_n(m_1, \dots, m_n)$ est le noyau de Volterra d'ordre n . Le bruit additif, b_n , en sortie du canal est supposé blanc, gaussien, centré et de variance σ_b^2 . Le rôle de l'égaliseur est de construire une fonction \mathbf{Q} telle que pour un canal non bruité, $\mathbf{Q}[\mathbf{H}[d_k]] = d_k$.

Notre discussion sera illustrée par des exemples ou des simulations qui considéreront un canal appelé canal LN (Linéaire-Nonlinéaire) composé de la cascade d'un filtre linéaire \mathbf{H}_1 et d'une non linéarité sans mémoire \mathbf{N} . La sortie, s_k , du filtre \mathbf{H}_1 est donnée par $s_k = d_k + h_1 d_{k-1}$ et la nonlinéarité \mathbf{N} a pour caractéristique entrée-sortie $\mathbf{N}[s_k] = x_k = s_k + a s_k^2$.

3. L'ÉGALISEUR DE VOLTERRA TRANSVERSE

La première approche pour égaliser un canal, \mathbf{H} , modélisé par un filtre de Volterra d'ordre p_H , est de remplacer le traditionnel égaliseur linéaire transverse par un filtre de Volterra transverse, \mathbf{Q} , d'ordre p_Q .

Cette approche soulève trois problèmes majeurs. Le premier est que la relation non linéaire entrée-sortie du canal n'étant pas toujours bijective, un inverse n'existe pas toujours. De plus, si cet inverse existe, il n'est pas toujours développable en série polynomiale sur tout l'intervalle de définition de ses entrées. Enfin, l'utilisation d'un filtre de



Volterra d'ordre fini, p_Q , pour estimer l'inverse du canal implique une troncature de l'ordre et de la mémoire de l'inverse.

Dans un premier temps, nous avons considéré que Q réalisait l'inverse d'ordre p_Q du canal, H . Schetzen [5] définit l'inverse d'ordre p_Q d'un système de Volterra, H , comme le système de Volterra d'ordre p_Q qui mis en cascade avec H réalise un système de Volterra dont le noyau linéaire est réduit au Dirac en zéro et les noyaux d'ordre 2 à p_Q sont nuls.

Un tel système utilisé comme égaliseur d'un canal non bruité donnerait en sortie de l'égaliseur, le symbole émis, d_k , plus un reste, r_k , ne comprenant que des monômes en $d_{k-m_1}^{i_1} \dots d_{k-m_j}^{i_j}$, d'ordre supérieur à p_Q . L'inverse d'ordre p_Q est défini sur tout l'intervalle de définition de ses entrées. Cependant, le reste ne s'annule, lorsque p_Q tends vers l'infini, que si les entrées du canal sont dans un intervalle d'amplitude fini. Cet intervalle correspond à celui où l'inverse est développable en série de Volterra.

Soit deux canaux LN avec $h_1 = 0.5$ et $a = 0.1$ pour le premier et $a = 0.3$ pour le second. Ils possèdent un unique inverse pour le cas d'une entrée MAQ-4. Cependant, pour le premier, l'inverse est développable en série de Volterra pour le cas de cette entrée alors que pour le second, son inverse ne l'est pas. Ainsi, sur la Figure 2, pour le premier canal, la variance du reste r_k tend vers zéro lorsque p_Q augmente alors que, pour le second canal, elle augmente.

Nous avons ensuite considéré que l'égaliseur était un filtre de Volterra d'ordre p_Q transverse optimisé suivant le critère EQMM. Nous montrons que cet égaliseur est différent de l'inverse d'ordre p_Q en absence de bruit [4]. Sa sortie peut néanmoins s'écrire comme la somme du symbole émis, d_k et d'un reste r'_k . Ce reste, r'_k , ne s'annule comme précédemment que pour un intervalle de définition de ses entrées restreint. Néanmoins, cet égaliseur demeure une meilleure solution au problème comparé à l'inverse d'ordre p_Q puisqu'il minimise l'erreur quadratique en sortie qui n'est autre que la variance du reste. Nous pouvons voir sur la Figure 2 ce résultat. Cependant, même si ce reste est plus petit, il ne s'annule pas lorsque l'ordre p_Q tends vers l'infini, pour le cas du second canal.

Dans les deux cas, la présence perturbatrice du reste rend l'approche filtre de Volterra transverse pour réaliser l'égalisation peut prometteuse.

Ceci nous conduit à introduire d'autres structures d'égalisation de type annulation des IES schématisée sur la Figure 3. Ces structures sont développées plus en détail dans [4]. Nous montrons que le problème crucial de ces structures est celui des décisions préalables sur les symboles pour pouvoir estimer les restes r_k ou r'_k .

4. OPTIMISATION DE L'ÉGALISEUR EQMM

Nous supposons que l'égaliseur transverse est un filtre de Volterra d'ordre p_Q et de mémoire M optimisé suivant le critère EQMM et que le canal est un filtre de Volterra d'ordre p_H et de mémoire N . Le filtre de Volterra est non linéaire par rapport à ses entrées mais linéaire par rapport à ses coefficients. Ainsi, la sortie de l'égaliseur de Volterra, Q , d'ordre p_Q et de mémoire M est donnée par l'équation vectorielle :

$$z_k = Q^T Y_k \quad (2)$$

où Y_k est constitué des monômes $y_k^{i_1} \dots y_k^{i_M}$, $0 \leq i_1, \dots, i_M \leq p_Q$, $0 < i_1 + \dots + i_M \leq p_Q$ et Q des coefficients du filtre.

Par conséquent, l'optimum est solution des mêmes équations normales que dans le cas de l'égaliseur linéaire :

$$R_Y Q^* = p \quad (3)$$

où $R_Y = E[Y_k Y_k^\dagger]$, $p = E[d_k^* Y_k]$, \dagger signifie transconjugué. R_Y est une matrice constituée des moments de y_k de l'ordre 2 jusqu'à l'ordre $2p_Q$. Au vu de l'équation (3), l'existence et l'unicité de l'optimum, Q_{opt} , passe par le caractère inversible ou non de la matrice R_Y . C'est ce que nous discutons dans la suite.

4.1. Inversibilité des matrices de moments

Théorème 1 Soit y une variable aléatoire complexe, le vecteur $Y = [y \ y^2 \ \dots \ y^p]^T$ et R_Y la matrice $E[YY^\dagger]$.

R_Y est inversible ssi la variable aléatoire y est discrète et prend au moins p valeurs distinctes non nulles. Dans le cas où R_Y est non inversible, le rang de R_Y est égal au nombre de valeurs non nulles que prend y .

Preuve. Nous étendons un des résultats de [6] au cas de variables aléatoires complexes et sans terme constant dans Y . Nous donnons aussi la valeur du rang de R_Y .

En appliquant la même méthodologie que dans [6], on arrive à : R_Y est non inversible ssi $\exists Q \neq 0, Q \in \mathcal{C}^p / K_1(y) = Q^T Y \stackrel{p.s.}{=} 0$ où $p.s.$ signifie presque sûrement.

$K_1(y)$ étant un polynôme en y de degré au plus égal à p , à coefficients complexes non tous nuls, puisque $Q \neq 0$, mais sans terme constant, la variable aléatoire y prend au plus $(p-1)$ valeurs complexes distinctes non nulles ainsi que la valeur 0. R_Y est donc inversible ssi y prend au moins p valeurs complexes distinctes non nulles.

Si y prend q valeurs non nulles avec $0 < q < p$, alors R_Y est non inversible. Notons \bar{Y} le vecteur $[yy^2 \ \dots \ y^q]^T$ et $\bar{R}_{\bar{Y}}$ la matrice $E[\bar{Y}\bar{Y}^\dagger]$. $\bar{R}_{\bar{Y}}$ est inversible d'après ce qui précède et son rang est donc égal à q . Comme y prend q valeurs distinctes non nulles alors :

$$\left(\sum_{l=0}^q \alpha_l y^l \right) y^j y^{*i} \stackrel{p.s.}{=} 0 \forall (i, j) > 0 \quad (4)$$

où les α_l ($\alpha_0 \neq 0$ et $\alpha_q \neq 0$) sont les coefficients du polynôme dont les zéros sont les q valeurs de y .

La $(q+j)$ ème ligne de R_Y est composée des termes :

$$E[y^{(q+j)} y^*], E[y^{(q+j)} y^{*2}], \dots, E[y^{(q+j)} y^{*p}] \quad (5)$$

D'après l'équation (4), la $(q+j)$ ème ligne de R_Y est une combinaison linéaire des q précédentes donc des q premières lignes. De même, la $(q+j)$ ème colonne de R_Y est une combinaison linéaire des q premières colonnes. Par conséquent, le rang de R_Y est égal à celui de $\bar{R}_{\bar{Y}}$, soit q . \diamond

Théorème 2 Soit $\{y_k\}$ un processus aléatoire composé de variables aléatoires complexes discrètes, indépendantes et identiquement distribuées. On note Y_k , le vecteur composé des monômes $y_k^{i_1} \dots y_k^{i_M}$, $0 \leq i_1, \dots, i_M \leq p$, $0 < i_1 + \dots + i_M \leq p$ et R_Y la matrice $E[Y_k Y_k^\dagger]$.

R_Y est inversible ssi le processus aléatoire $\{y_k\}$ prend au moins $(p+1)$ valeurs complexes distinctes. Si R_Y n'est pas inversible, le rang de R_Y est supérieur ou égal au coefficient de x^p dans $(1-x)^{-(M+1)}(1-x^q)^M(1-x^{p+1}) - 1$ où q est le nombre de valeurs que prend y_k .

Dans un premier temps, nous avons établi la propriété suivante qui est une extension de celle énoncée dans [6].

Propriété : Soit x_1, \dots, x_m une suite de variables aléatoires telles que $E[x_1^{i_1} \dots x_m^{i_m}] = E[x_1^{i_1}] \dots E[x_m^{i_m}]$ pour $0 \leq i_1 \leq 2p_1$,

... , $0 \leq i_m \leq 2p_m$ et $i_1 + \dots + i_m \leq 2p$ et \mathbf{R} la matrice $E[\mathbf{X}\mathbf{X}^\dagger]$ où \mathbf{X} est construit à partir des monômes $x_1^{i_1} \dots x_m^{i_m}$ pour $0 \leq i_1 \leq p_1, \dots, 0 \leq i_m \leq p_m, 0 < i_1 + \dots + i_m \leq p$. La matrice \mathbf{R} est inversible ssi toute variable aléatoire x_i prend au moins $(p_i + 1)$ valeurs complexes distinctes.

Cette propriété se distingue de celle de [6] par le fait que les variables aléatoires, x_i sont complexes et qu'il n'y a pas de terme constant dans \mathbf{X} .

La démonstration du théorème 2 découle de l'application de cette propriété au cas $p_1 = \dots = p_m = p$ et $x_1 = y_k, x_2 = y_{k-1}, \dots, x_m = y_{k-M+1}$.

Pour déterminer le rang de \mathbf{R}_Y , on applique cette propriété pour $p_1 = \dots = p_m = q-1$ et $x_1 = y_k, x_2 = y_{k-1}, \dots, x_m = y_{k-M+1}$ où q est le nombre de valeurs que prend y_k . La matrice \mathbf{R} ainsi construite est inversible et est contenue dans \mathbf{R}_Y . Le rang de \mathbf{R}_Y est donc au moins égal au rang de \mathbf{R} . Après un calcul combinatoire [7], on trouve que le rang de \mathbf{R} est égal au coefficient de x^p dans $(1-x)^{-(M+1)}(1-x^q)^M(1-x^{p+1}) - 1$. \diamond

4.2. Application au cas de l'égalisation

Plaçons nous dans le cas où le canal n'est pas bruité.

1^{er} cas : $M = 1$

Proposition 1 *L'égaliseur EQMM optimal de Volterra d'ordre p_Q et sans mémoire existe et est unique ssi l'entrée du canal, d_k , prend au moins $\lceil (p_Q)^{\frac{1}{N}} \rceil$ valeurs distinctes telles que l'entrée de l'égaliseur prenne au moins p_Q valeurs distinctes ([.] indique la partie entière).*

Preuve. En appliquant le théorème 1, il vient que y_k doit prendre au moins p_Q valeurs distinctes non nulles. $\{y_k\}$ étant la sortie du canal de mémoire N et d'entrée $\{d_k\}$, il faut et il suffit que d_k prenne q valeurs distinctes avec $q \geq (p_Q)^{\frac{1}{N}}$ et q entier choisies de manière à avoir p_Q valeurs distinctes en entrée de l'égaliseur. \diamond

2^{ème} cas : $M > 1$

Le processus aléatoire, $\{y_k\}$, est la sortie du canal de mémoire N dont les entrées sont indépendantes. $\{y_k\}$ est donc en général composé de variables aléatoires qui ne sont pas indépendantes. Le théorème 2 n'est donc pas applicable.

On note \mathcal{D}_k le vecteur composé des monômes $d_k^{i_1} \dots d_k^{i_{M+N-1}}$, $0 \leq i_1, \dots, i_{M+N-1} \leq p_{HPQ}$, $0 < i_1 + \dots + i_{M+N-1} \leq p_{HPQ}$

Proposition 2 *Si la matrice $\mathbf{R}_D = E[\mathcal{D}_k \mathcal{D}_k^\dagger]$ est inversible alors la matrice \mathbf{R}_Y est inversible.*

Comme pour la preuve du théorème 1, si la matrice \mathbf{R}_Y est non inversible alors $\exists \mathbf{Q} \neq 0$, tel que $K_2(y_k) = \mathbf{Q}^T \mathbf{Y}_k \stackrel{p.s.}{=} 0$. $K_2(y_k)$ peut être interprété comme la sortie d'un filtre \mathbf{Q} de Volterra d'ordre p_Q , de mémoire M et d'entrée, $\{y_k\}$. Or y_k est la sortie du canal d'ordre p_H , de mémoire N et d'entrée $\{d_k\}$. $K_2(y_k)$ est donc aussi la sortie de la cascade $\mathbf{P} = (\mathbf{H}, \mathbf{Q})$ qui est un filtre de Volterra d'ordre p_{HPQ} , de mémoire $M + N - 1$ et d'entrée $\{d_k\}$. On a donc aussi $K_2(y_k) = \mathbf{P}^T \mathcal{D}_k$. Schetzen [5] nous permet de déterminer le vecteur \mathbf{P} en fonction des vecteurs \mathbf{H} et \mathbf{Q} . On vérifie facilement que $\mathbf{Q} \neq 0$ implique que $\mathbf{P} \neq 0$ si $\exists m_0, h_1(m_0) \neq 0$. Ainsi, si la matrice \mathbf{R}_Y est non inversible alors il existe un vecteur non nul, \mathbf{P} , tel que $\mathbf{P}^T \mathcal{D}_k \stackrel{p.s.}{=} 0$. La matrice \mathbf{R}_D est donc non inversible. \diamond

Des résultats semblables ont été récemment publiés [8].

Proposition 3 *Si le processus aléatoire, $\{d_k\}$, prend au moins $(p_{HPQ} + 1)$ valeurs complexes distinctes alors il existe un égaliseur EQMM de Volterra d'ordre p_Q et de mémoire M optimal unique.*

Preuve. D'après le théorème 2, puisque les variables aléatoires $\{d_k\}$ sont indépendantes, la matrice \mathbf{R}_D est inversible ssi $\{d_k\}$ prend au moins $(p_{HPQ} + 1)$ valeurs distinctes. La proposition 2 donne donc la conclusion. \diamond

La réciproque de la proposition 3 est en général fautive. On le vérifie en prenant par exemple le cas d'un canal de Volterra d'ordre 2 sans mémoire $y_k = h_1(0)d_k + h_2(0,0)d_k^2$ et le cas d'un égaliseur d'ordre 2 et de mémoire 2. Comme le canal est sans mémoire, les variables aléatoires y_k sont indépendantes. Le théorème 2 s'applique donc et \mathbf{R}_Y est inversible ssi y_k prend au moins 3 valeurs distinctes (y_1, y_2, y_3). Il est alors facile de voir que, pour que l'égaliseur EQMM optimal existe de manière unique, il suffit que d_k prenne aussi 3 valeurs distinctes telles que y_1, y_2 et y_3 soient distinctes, (d_1, d_2, d_3). En effet, il suffit que d_1, d_2 et d_3 vérifient les conditions suivantes :

$$d_i + d_j \neq -\frac{h_1(0)}{h_2(0,0)}, d_i \neq d_j, 1 \leq i, j \leq 3, i \neq j \quad (6)$$

La réciproque de la proposition 3 nous aurait donné : il faut que d_k prenne au moins 5 valeurs distinctes pour que l'égaliseur EQMM optimal existe et soit unique.

Dans la pratique, le signal à l'entrée de l'égaliseur est bruité ce qui rend la matrice des moments inversible. Cependant, les résultats établis ici sont importants puisqu'ils déterminent des conditions sur la vitesse de convergence de algorithmes adaptatifs. En effet, il est connu qu'un mauvais conditionnement de la matrice des moments à l'entrée du filtre adaptatif ralentit la convergence.

5. SIMULATIONS

Les simulations ont été réalisées sur le canal LN ($h_1 = 0.5 - a = 0.1$) et avec un égaliseur de Volterra d'ordre 3 et de mémoire 3.

On s'est intéressé à trois types de constellation pour les entrées du canal:

- constellation à 2 niveaux : $1 + i$ et $-1 - i$,
- constellation à 4 niveaux : $1 + i, 1 - i, -1 - i$ et $-1 + i$,
- constellation à 8 niveaux : $\sqrt{2}e^{i\frac{n\pi}{4}}, 0 \leq n \leq 7$.

L'adaptation de l'égaliseur vers l'optimum est réalisée par l'algorithme du LMS. Cet algorithme est tout à fait approprié puisqu'un filtre de Volterra est linéaire par rapport à ses coefficients.

Dans le cas du canal non bruité, la proposition 3 nous permet de conclure que si d_k prend au moins 5 valeurs complexes distinctes alors l'égaliseur EQMM optimal existe de manière unique. Il n'y aura donc aucun problème de convergence de l'algorithme LMS.

La proposition 3 nous donne donc un nombre de niveaux pour la constellation d'entrée du canal au dessus duquel on est sûr de ne pas avoir de problème de convergence. Ainsi, pour la constellation à 8 niveaux, l'égaliseur optimal existe de manière unique et il n'y a pas de problème de convergence, Figure 4. Les simulations montrent aussi que pour la constellation à 4 niveaux, la matrice des moments en entrée de l'égaliseur \mathbf{R}_Y est encore inversible. Ceci ne contredit pas la proposition 3. Le conditionnement de \mathbf{R}_Y est d'environ 80. L'algorithme LMS converge au bout de 5000 symboles d'apprentissage, Figure 4.



Pour la constellation à 2 niveaux, les simulations montrent que la matrice R_Y est non inversible. Il y a plusieurs égaliseurs optimaux solutions. L'algorithme LMS converge vers la solution la plus proche de son initialisation. Comme on le voit sur la Figure 4, l'algorithme LMS n'a toujours pas fini de converger au bout de 100000 symboles d'apprentissage.

On rajoute un bruit blanc gaussien de variance $\sigma_b^2 = 0.1$. Pour une constellation à 2 niveaux, R_Y devient inversible; mais son conditionnement reste important, de l'ordre de 1400 alors que pour la constellation à 4 niveaux, le conditionnement de R_Y est de l'ordre de 90. C'est pourquoi, l'algorithme LMS ne converge qu'au bout de 10000 symboles d'apprentissage, Figure 4.

Le taux d'erreur par symbole (TES) est estimé sur une séquence d'entrée d'environ 10000 symboles. Il est mesuré en sortie du canal et en sortie de l'égaliseur pour la constellation d'entrée à 8 niveaux.

Dans le cas non bruité, le TES en sortie du canal vaut 0.4685 et en sortie de l'égaliseur il est nul. L'égaliseur joue donc un rôle important dans ce cas. Pour le cas bruité ($\sigma_b^2 = 0.1$, rapport signal à bruit en sortie du canal 14.5dB), le TES en sortie du canal vaut 0.4469 et en sortie de l'égaliseur 0.1691. L'amélioration n'est pas importante.

6. CONCLUSION

L'égaliseur transverse de Volterra n'est pas une bonne solution au problème de l'égalisation de canaux non linéaires en ce sens que sa structure ne lui permet pas d'approximer de manière générale l'inverse d'un canal non linéaire et que lors de son adaptation peuvent apparaître des problèmes d'existence et d'unicité d'une solution optimale. Nos recherches se tournent actuellement vers l'utilisation de réseaux de neurones qui nous laissent penser qu'ils seront de meilleurs approximateurs de l'inverse du canal.

7. RÉFÉRENCES

- [1] C. F. N. Cowan, G. J. Gibson, S. Siu, Data Equalisation Using highly Non-linear Adaptive Architectures, *SPIE Advanced Algorithms and architectures for Signal Processing*, vol. 1152, pp. 34-43, 1989.
- [2] S. Benedetto, E. Biglieri, R. Daffara, Modeling and performance evaluation of nonlinear satellite links - A Volterra series approach, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 15, pp. 494-506, July 1979.
- [3] G. Karam, Analyse et Compensation des Distortions Non Linéaires dans les Faisceaux Hertziens Numériques, *Thèse de l'École Nationale Supérieure des Télécommunications*, Octobre 1989.
- [4] P. Grohan, S. Marcos, Limits and Cures of Nonlinear equalization of Nonlinear channels by Polynomial filters, *IEEE Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing*, June 1995.
- [5] M. Schetzen, The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems, *Wiley-Interscience Publication*, 1980.
- [6] P. Bondon, M. Benidir, B. Picinbono, Sur l'inversibilité de la matrice de corrélation d'un vecteur aléatoire à composantes polynomiales, *Treizième colloque GRETSI JUAN-LES-PINS*, pp 13-16, septembre 1991.
- [7] I. P. Goulden and D. M. Jackson, Combinatorial Enumeration, *Wiley-Interscience*, 1983.
- [8] R. D. Nowack and B. D. Van Veen, Invertibility of Higher Order Moment Matrices, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, pp 705-708, March 1995.

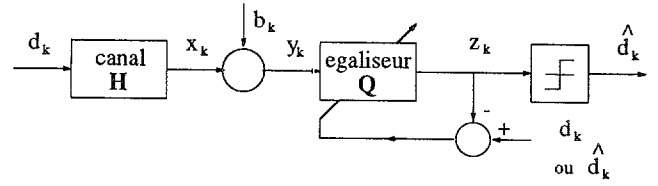


Figure 1: égaliseur EQMM

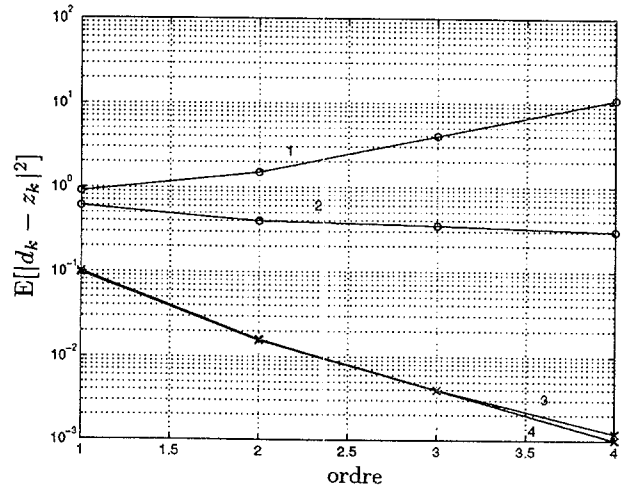


Figure 2: x : canal 1 - o : canal 2 - courbes 1 et 3 inverse d'ordre p_Q - courbes 2 et 4 égaliseur EQMM d'ordre p_Q

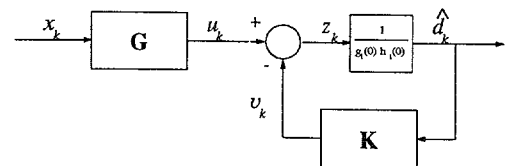


Figure 3: annuleur d'IES

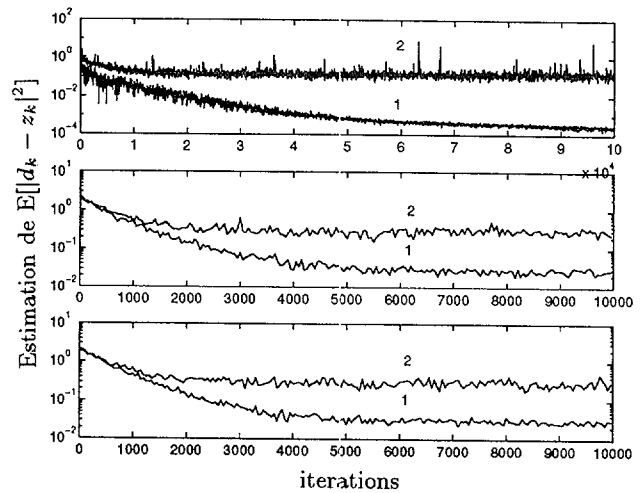


Figure 4: constellations à 2, 4 et 8 niveaux - courbes 1 canal non bruité - courbes 2 canal bruité $\sigma_b^2 = 0.1$