

DÉTECTEUR MULTIÉCHELLE DE VARIATIONS LARGE BANDE, STRUCTURE ET PERFORMANCES

Zyed TIRA^(1,2), Patrick DUVAUT⁽¹⁾,

(1) ETIS-ENSEA 6 avenue du Ponceau 95014 Cergy-Pontoise cedex

(2) EDF/DER/SDM/TAI 6 quai Watier 78401 Chatou cedex

email : tira@chp21ay.der.edf.fr

RÉSUMÉ

Nous présentons dans ce papier un algorithme de détection de variations rapides large-bande fondé sur l'extraction de descripteurs multiéchelle. Pour une classe particulière d'analyse multirésolution oblique redondante, nous expliquons la dualité qui existe d'une part, entre (extremums multiéchelle de la transformée en ondelettes (T.O.), variations rapides du signal) et d'autre part, entre (les segments de signe constant de la T.O., variations monotones du signal). Nous présentons ensuite un algorithme d'association des extremums multiéchelle qui fonctionne bien même pour un signal dont les singularités ne sont pas isolées.

Pour terminer, des fonctions de détection sont élaborées à partir des suites multiéchelle d'extremums. Leurs performances sont évaluées à l'appui des courbes COR.

1. INTRODUCTION

Dans cette communication, nous définissons et analysons les performances d'un détecteur multiéchelle des variations rapides d'un signal. Les variations que nous nous proposons de détecter sont large bande et donc observables sur plusieurs échelles. L'idée est alors de rechercher des ruptures à travers les échelles qui permettent de distinguer les variations parasites dues au bruit (hypothèse H_0) des variations utiles noyées dans le bruit (hypothèse H_1). La cohérence multiéchelle des ruptures est utilisée comme critère de discrimination des deux hypothèses.

L'intérêt d'utiliser une analyse multiéchelle pour détecter ce type de variations émane du fait que sur les petites échelles (basses fréquences), l'influence du bruit est négligeable et l'on peut bien détecter le transitoire mais avec une mauvaise localisation temporelle. Sur les grandes échelles (hautes fréquences), on a une bonne localisation temporelle mais l'influence du bruit augmente rendant ainsi difficile une éventuelle détection. L'utilisation simultanée de l'information présente sur les petites et les grandes échelles permet alors de s'affranchir du bruit tout en conservant une bonne localisation temporelle. Notons d'autre part que, en général, on ne connaît pas l'échelle sur laquelle le transitoire à détecter est le mieux visible. Il s'avère alors indispensable d'analyser les échelles intermédiaires afin de pouvoir effectuer une détection indépendante de l'échelle. En conclusion, la mise en contribution de l'information sur plusieurs échelles nous permet d'avoir une détection fiable et précise.

ABSTRACT

In this paper, we present an algorithm for wide-band variation detection, based on multiscale parameter extraction. For a particular category of oblique and redundant multiresolution analysis, we explain firstly the duality between (multiscale extrema of the wavelet transform (W.T.), sharp variation of the signal) and secondly between (constant sign segment of the W.T., monotonous variation of the signal). We then present an algorithm of multiscale extrema tracking which functions well even when the signal singularities are not isolated.

Finally, decision functions are built from multiscale extrema series. Their performances are evaluated with the ROC curves.

Pour mettre en œuvre ce critère de détection, nous utilisons une analyse multirésolution "oblique redondante" [MAL], [TIR], qui permet de révéler cette différence de comportement. Nous définissons ensuite des fonctions de détection indépendantes de l'échelle (elles jouent un rôle analogue au rapport de vraisemblance), dont le seuillage (linéaire ou dans le plan) permet de séparer les deux hypothèses H_0 et H_1 . Ces fonctions sont déterminées pour des signaux-tests; leurs performances sont évaluées à l'appui des courbes COR.

2. CHOIX DE L'ANALYSE MULTIRÉSOLUTION

Considérons une analyse multirésolution "oblique redondante" caractérisée par la fonction d'échelle φ et l'ondelette mère ψ et leurs filtres discrets associés respectifs H et G . La conservation d'un taux de redondance multiéchelle est très utile pour l'analyse de cohérence multiéchelle qu'on se propose de réaliser.

Dans la suite, on note :

- $\xi_m(t) = \frac{1}{2^m} \xi\left(\frac{t}{2^m}\right)$ qui est une version dilatée d'un facteur

2^m de la fonction $\xi(t)$.

- $W_m f$ (resp. $S_m f$) la décomposition en ondelettes (resp. l'approximation) de f à l'échelle 2^{-m} .

- $h(t)$ et $g(t)$ les réponses impulsionnelles respectives des filtres discrets H et G .

On rappelle que φ , ψ et G [TIR] vérifient la propriété :

$$\hat{\psi}(v) = G\left(\frac{v}{2}\right) \cdot \hat{\varphi}\left(\frac{v}{2}\right)$$



Choisissons le filtre $G = \sum g[n]e^{-i2\pi nm}$ tel que, pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $g[-n] = -g[n]$ ($\Rightarrow G(0) = 0$) et $G \in l^2(\mathbb{Z})$. On définit alors l'opérateur dérivée discrète D comme suit :

$$D: f \mapsto Df = f' \overset{\Delta}{d} = f * g.$$

Par conséquent, pour toute échelle 2^m , $m \in \mathbb{Z}$ on a :

$$\begin{aligned} W_{mf} &= f * \psi_m = f * (g_{m-1} * \varphi_{m-1}) = g_{m-1} * (f * \varphi_{m-1}) \\ &= D(f * \varphi_{m-1}) \\ &= D(S_{m-1}f) \end{aligned}$$

Par suite, pour ce choix de G , la décomposition en ondelettes du signal f à l'échelle 2^{-m} est égale à la dérivée discrète de f approximé à l'échelle $2^{-(m-1)}$. Les extremums locaux de W_{mf} correspondent donc à ceux de la dérivée première du signal à l'échelle $2^{-(m-1)}$ et donc aux passages par zéro de la dérivée seconde. Ainsi, les extremums locaux de W_{mf} correspondent aux points d'inflexion de f approximé à l'échelle $2^{-(m-1)}$ et donc aux variations rapides du signal visibles à cette échelle. Inversement, chaque variation rapide du signal f visible jusqu'à l'échelle 2^{-m} , $m > 0$, génère une suite de maximums locaux en valeur absolue qui se propagent jusqu'à la voie dyadique* $(m-1)$. Cette dualité qui existe entre variation du signal et suites multiéchelle de maximums en valeur absolue va nous permettre de caractériser les variations du signal et donc, de détecter les variations utiles, à partir de paramètres discriminants extraits de ces suites multiéchelle.

Notons pour terminer que Mallat propose un algorithme de reconstruction du signal à partir des extremums locaux de sa projection sur une telle base d'ondelettes. Par conséquent, on peut s'attendre intuitivement à ce que ces extremums contiennent toute l'information nécessaire pour décrire et séparer les variations dues au bruit de celles dues au signal.

3. ALGORITHME

L'algorithme de détection se compose de trois étapes. La première étape a pour but de réaliser une analyse multirésolution du signal et d'extraire sur les différentes voies dyadiques l'information utile. Dans la deuxième étape, on analyse la cohérence multiéchelle de l'information ainsi extraite afin d'identifier les suites de maximums en valeur absolue introduites au §2. La dernière étape consiste à définir des fonctions de détection définies dans le nouvel espace d'observation que constituent les suites multiéchelles. Le seuillage directe ou, après fusion des données, de ces fonctions permet de décider s'il s'agit d'un bruit ou d'une variation utile du signal. Dans la suite, nous détaillons ces différentes étapes.

3.1. Analyse multiéchelle du signal :

Soit $(f[n])_{1 \leq n \leq N}$ le signal observé.

On commence par représenter ce signal par une analyse multirésolution oblique redondante du type de celles

* Le terme voie dyadique ou échelle dyadique signifie que l'on considère des échelle de la forme 2^j , $j \in \mathbb{Z}$.

décrites au §2. Notre objectif étant l'analyse de cohérence multiéchelle, nous utilisons une analyse multirésolution sans décimation. On décompose le signal sur J voies dyadiques où $J = \text{Ent}(\log_2(N)) + 1$ ($\text{Ent}()$ désigne la fonction partie entière). Dans la pratique, si on dispose d'information a priori du type, les variations qui nous intéressent ne sont plus visibles à partir de la voie J_0 ou, du type, on risque de confondre à partir de la voie J_0 des variations qui se succèdent, on décompose alors uniquement sur J_0 voies ($J_0 \leq J$). Pour les simulations, nous utilisons les filtres H et G donnés dans [MAL] et qui sont rappelés dans l'annexe 1.

On extrait ensuite les extremums locaux ainsi que les segments sur les différentes voies dyadiques de la décomposition sur la base d'ondelettes.

On appelle segment de W_{mf} une portion de W_{mf} de signe constant. On distingue trois types de segments : les segments strictement positifs, les segments strictement négatifs et les segments quasi-nuls. Le caractère stricte signifie que W_{mf} ne s'annule qu'en des points isolés.

W_{mf} s'interprète comme la dérivée discrète du signal f approximé à l'échelle $2^{-(m-1)}$. Les segments strictement positifs (resp. négatifs) de W_{mf} correspondent donc à des variations croissantes (resp. décroissantes) de f visibles à l'échelle $2^{-(m-1)}$. Inversement, une partie croissante (resp. décroissante) de f visible jusqu'à l'échelle 2^{-j_0} , correspond à une suite de segments positifs (resp. négatifs) de (W_{mf}) qui se propagent de l'échelle 2^{-1} à l'échelle $2^{-(j_0+1)}$.

Une variation monotone de f peut être simple ou complexe. Quand la variation est simple, elle génère une suite de segments dits simples qui contiennent chacun un seul maximum relatif en valeur absolue. Quand elle est complexe, les segments dits complexes contiennent en général plusieurs maximums relatifs en valeur absolue.

3.2. Extraction des suites multiéchelles

L'étape suivante consiste à associer les maximums en valeur absolue (M.V.A.) à travers les différentes voies dyadiques pour former des suites de maximums en valeur absolue, chacune caractérisant une variation du signal. Étant donné un M.V.A. sur une voie dyadique m , nous sommes amenés alors à répondre à ces deux questions :

- Existe-t-il sur la voie $(m+1)$ un M.V.A tel que ce couple de M.V.A. décrit la même variation du signal aux échelles $2^{-(m-1)}$ et 2^{-m} ?
- Si la réponse est oui, il s'agit alors d'identifier sur la voie $(m+1)$ le M.V.A. en question.

Ceci s'apparente fortement à la poursuite multi-sources sauf qu'ici nous disposons d'un a priori plus important telle que l'ordre et le signe des extremums. Un algorithme d'association simple, se basant uniquement sur un critère de distance fonctionne bien quand on est en présence de variations isolées [MAL]. Pour un signal quelconque, cette méthode se heurte à deux type de problèmes :

- la délocalisation temporelle des extremums d'une échelle à l'autre,
- l'ambiguïté d'association, i.e. quand plusieurs M.V.A. d'une voie m sont proches d'un M.V.A. d'une voie $m+1$ et qu'on ne sait pas lequel choisir.

Ces problèmes ont pour origine le bruit, les effets de bords et la superposition de variations voisines. En présence de bruit, une telle méthode peut donc nous amener à associer un M.V.A. dû au bruit à un dû au signal et inversement et de partir donc sur une fausse piste. Nous proposons alors de commencer par associer entre les différentes échelles dyadiques les segments de même signe de $(W_m f)_{1 \leq m \leq J}$. Ceci revient à associer entre deux voies successives les segments qui décrivent la même variation monotone du signal. Cette démarche est plus fiable en particulier du fait qu'elle n'utilise pas de critère de distance.

On associe ensuite les M.V.A. entre les différentes échelles. Une condition nécessaire pour que deux M.V.A. soient associés est que les segments qui les contiennent soient eux aussi associés.

Algorithme d'association des segments

On se propose d'associer les segments entre la voie j et la voie $j+1$. On désigne par $s_k^{(j)}$ le segment numéro k de la voie j et par $Im(s_k^{(j)})$ le segment de la voie $j+1$ image de $s_k^{(j)}$.

① On commence par déterminer l'ensemble \mathcal{E} des segments $s_k^{(j)}$ de la voie j vérifiant :

$$s_k^{(j)} \subset^* s_l^{(j+1)} \text{ et } \text{signe}(s_k^{(j)}) = \text{signe}(s_l^{(j+1)})$$

On a alors $Im(s_k^{(j)}) = s_l^{(j+1)}$.

② Pour chaque couple d'éléments successifs $(s_h^{(j)}, s_k^{(j)})$ de l'ensemble \mathcal{E}

si $Im(s_h^{(j)}) = Im(s_k^{(j)})$ alors $\forall l \in [h, k], Im(s_l^{(j)}) = Im(s_h^{(j)})$

sinon $\forall l \in]h, k[, Im(s_h^{(j)}) \leq^{**} Im(s_l^{(j)}) \leq Im(s_k^{(j)})$

- On détermine le nombre de pôles*** entre $s_h^{(j)}$ et $s_k^{(j)}$ d'une part et entre leurs images d'autre part.

si il y a le même nombre de pôles sur les deux voies

alors on associe dans l'ordre les différents pôles

sinon

- on fusionne les pôles jusqu'à obtention du même nombre sur les deux voies

- on associe dans l'ordre les différents pôles.

fin

* L'inclusion est à prendre au sens de l'inclusion des supports temporels.

** La relation d'ordre est à prendre au sens du séquençement des supports temporels.

*** On appelle pôle de segments un ensemble de segment <0 (resp. >0) séparés par des segments nuls.

Le principe de fusion est le suivants :

si $s_h^{(j)} \subset^* s_l^{(j+1)}$ et $\text{signe}(s_h^{(j)}) \neq \text{signe}(s_l^{(j+1)})$

alors on fusionne $s_h^{(j)}$ avec ses deux voisins. Ceci signifie que la variation monotone $s_h^{(j)}$ qui est visible sur la voie j ne l'est plus sur la voie $j+1$.

Algorithme d'association des extremums

Considérons un segment $s_l^{(j+1)}$ et désignons par $Ant(s_l^{(j+1)})$ l'ensemble de ses antécédents sur la voie j . Les M.V.A. de $s_l^{(j+1)}$ sont alors associés à ceux de $Ant(s_l^{(j+1)})$.

L'algorithme d'association est le suivant :

si le nombre de M.V.A. dans $Ant(s_l^{(j+1)})$ de même signe

que $s_l^{(j+1)}$ est égal au nombre de M.V.A. dans $s_l^{(j+1)}$

alors on associe les M.V.A. dans l'ordre

sinon

si il y a un seul M.V.A. dans $s_l^{(j+1)}$

alors tous les M.V.A. de $Ant(s_l^{(j+1)})$ sont associés à cet unique M.V.A.

sinon

- on fusionne les M.V.A. de $Ant(s_l^{(j+1)})$ jusqu'à

obtention du même nombre

- on associe les M.V.A. dans l'ordre

fin

Principe de fusion des M.V.A. :

Étant donné deux M.V.A. successifs de même signe sur la voie j si, entre les deux points de même abscisse sur la voie $j+1$, il n'existe pas de minimum local en valeur absolue, alors on fusionne ces deux M.V.A. Ce principe de fusion est illustré dans la figure 1.

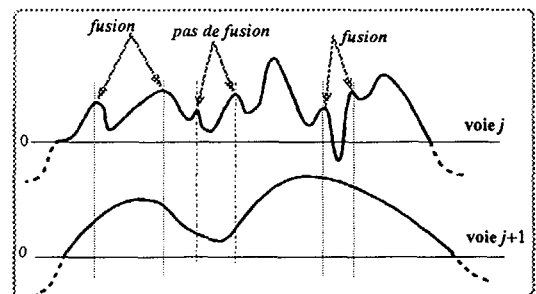


figure 1- principe de fusion des M.V.A.

3.3. Définition des fonctions de détection

À l'issue de cette opération d'analyse des correspondances multiéchelles, nous obtenons un ensemble de suites de maximums locaux en valeur absolue, que l'on notera $(evlt(k))_{1 \leq k \leq j-1}$, où $evlt(k) = (W_m f(n_k^m), n_k^m)_{1 \leq m \leq \text{taille}(evlt(k))}$.



La suite $evlt(k)$ correspond à la $k^{\text{ième}}$ variation élémentaire de f visible jusqu'à l'échelle $2^{-\text{taille}(evlt(k))}$.

Dans le nouvel espace d'observation que constituent ces suites, on calcule des fonctions de détection qui ont la particularité d'augmenter le contraste entre le signal et le bruit. Les fonctions de détection que nous utilisons sont définies comme suit :

$$\mathcal{D}_1(evlt(k)) = \sum \frac{W_{m+1}f(n_k^{m+1}) - W_m f(n_k^m)}{W_m f(n_k^m)}$$

$$\mathcal{D}_2(evlt(k)) = \frac{\sum m \cdot |W_m f(n_k^m)|^2}{\sum |W_m f(n_k^m)|^2}$$

$$\mathcal{D}_3(evlt(k)) = \sum \frac{m \cdot |W_m f(n_k^m)|}{\text{taille}(evlt(k))}$$

$$\mathcal{D}_4(evlt(k)) = \sum \frac{m \cdot |W_m f(n_k^m)|^2}{\text{taille}(evlt(k))}$$

$\mathcal{D}_5(evlt(k))$ est un approximation de l'indice de Lipschitz. Elle est égale à la pente de la droite de régression linéaire de $\log_2(W_m f(n_k^m))$ en fonction de m [MAL].

Ces fonctions sont illustrées dans la figure 2 sur deux signaux-tests. Leurs performances sont évaluées à l'aide de courbes COR pour trois valeurs de RSB (figure 3).

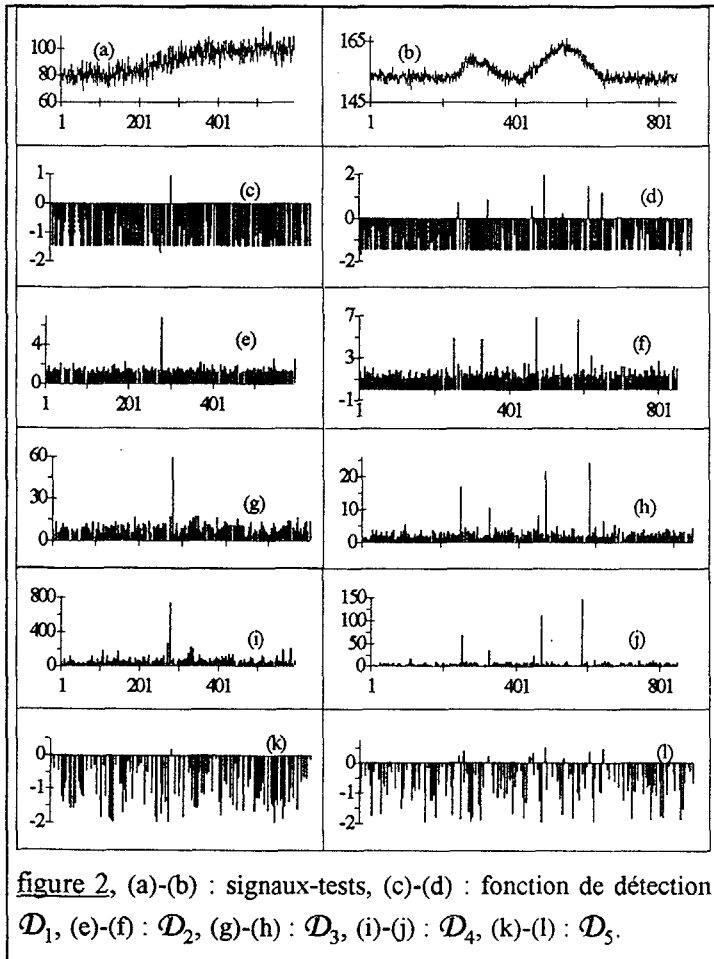


figure 2, (a)-(b) : signaux-tests, (c)-(d) : fonction de détection \mathcal{D}_1 , (e)-(f) : \mathcal{D}_2 , (g)-(h) : \mathcal{D}_3 , (i)-(j) : \mathcal{D}_4 , (k)-(l) : \mathcal{D}_5 .

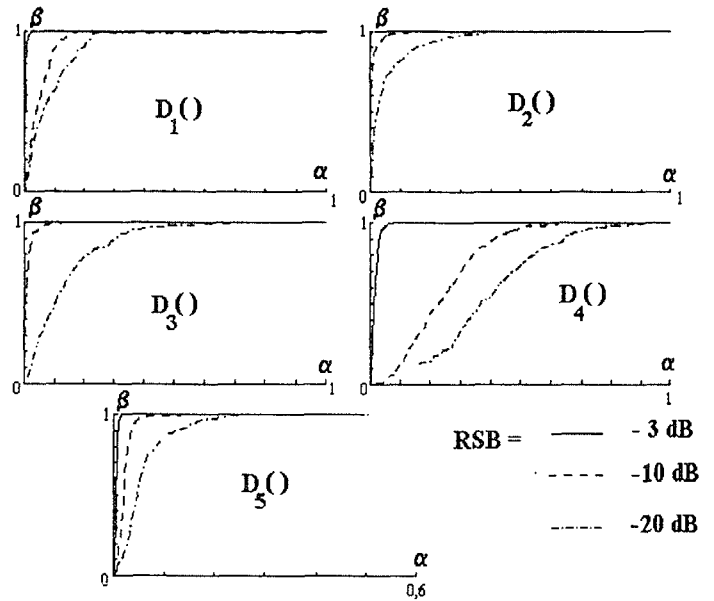


figure 3, : courbes COR associées à $\mathcal{D}_i(\cdot)$, $1 \leq i \leq 5$, pour trois valeurs de RSB, f étant le signal donné figure 2-a. α (resp. β) désigne la probabilité de fausse alarme (resp. de détection)

4. CONCLUSION

Les courbes COR montrent que ces détecteurs possèdent de bonnes performances. Ces bonnes performances sont dus au fait que l'analyse de cohérence multiéchelle réalise implicitement un pré-traitement du signal. Une amélioration importante des performances de détection peut être obtenue en fusionnant les informations données par les différentes fonctions de détection.

Le détecteur proposé est capable de réaliser des tâches de détection pure ainsi que des tâches de classification. Il peut être utilisé par exemple en amont d'un analyseur syntaxique pour la reconnaissance de formes de signaux du type [QUI],[LOV]. En effet, cette méthode nous permet non seulement de détecter les variations d'un signal, mais aussi de caractériser ces variations (indice de Lipschitz [MAL], durée, amplitude).

ANNEXE 1 : Les filtres de projection

n	-1	0	1	2
H	0.125	0.375	0.375	0.125
G		-1	1	

RÉFÉRENCES

[LOV] P.L.Love, M.Simaan, "Automatic recognition of primitive changes in manufacturing process signal", *Pattern Recognition*, vol. 21, n°4, pp. 333-342, 1988.
 [MAL] S.Mallat, S.Zhong, "Characterization of Signals from Multiscale Edges", *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Machine Intell.*, vol 14, n°7, pp. 710-730, July 1992.
 [QUI] J.Quignon, "automatisation de l'interprétation visuelle de signaux, application à l'électromyographie", thèse U.T.C. 1983.
 [TIR] Z.Tira, P.Duvaut, "Oblique Multiresolution Analysis", *IEEE-SP on Time-frequency and time-scale analysis*, pp.377-380, Philadelphia, October 25-28 1994.