



IDENTIFICATION PARAMETRIQUE DE DIFFERENTS MODELES D'UN SIGNAL M.F.L. MULTICOMPOSANTES

J.M. PIASCO, W. EL KAAKOUR, M. GUGLIELMI

Ecole Centrale de Nantes / Université de Nantes
Laboratoire d'Automatique de Nantes Unité associée au C.N.R.S. n°823
1 rue de la Noë, 44072 NANTES Cedex 03
Membres du GR TDSI

RÉSUMÉ

On s'intéresse à l'identification des signaux dont les composantes harmoniques ont des fréquences instantanées qui varient linéairement en fonction du temps (signaux M.F.L. ou chirps). On utilise divers modèles d'états discrets, stationnaires et non linéaires. L'estimation de l'état généralisé est réalisée par filtrage de Kalman étendu. On déduit alors une estimation des paramètres. Parmi les diverses modélisations testées, celle où les non linéarités apparaissent dans l'équation de mesure est la plus efficace. Afin d'améliorer l'estimation de certains paramètres, tels que les phases initiales, on met en oeuvre un filtrage aller-retour pour lequel on a établi des équations d'évolution à rebours. Enfin on présente des résultats en simulation sur des exemples tests: signaux TSII du GR TDSI du C.N.R.S. et signaux sonar.

1. INTRODUCTION :

Les signaux à modulation linéaire de fréquence, M.F.L. ou chirps, sont des signaux largement répandus en physique, plus particulièrement là où l'effet Doppler s'applique (radars, sonars, télécommunications, ...). Les composantes harmoniques des chirps ont des fréquences instantanées qui varient linéairement en fonction du temps. Le signal observé est entaché d'un bruit de mesure, il est donc indispensable, pour identifier ses paramètres, de faire appel à des méthodes d'estimation dont l'efficacité dépend de la modélisation et de l'algorithme d'estimation choisis. De nombreuses études ont été réalisées sur ce sujet: dans le cas monocomposante, transformation du bruit de mesure en un bruit de phase puis estimation par la méthode des moindres carrés récurrents [2], utilisation de LMS, RLS [3], ... Dans le cas multicomposantes filtrage de Kalman étendu après séparation de chaque composante [3] ...

Nous proposons, ici (paragraphe 2), diverses modélisations du signal M.F.L. sous la forme de modèles d'état de dimension $4n$ (où n est le nombre de composantes harmoniques) se prêtant à la mise en oeuvre d'un filtre de Kalman étendu.

ABSTRACT

This paper deals with the identification of the parameters of chirps. We use several discrete state stationary models but non linear. The state estimation is got by means of extended Kalman filtering. Among the different models, the one with non linearity on the measure equation seems to give the best results. We propose also a backward filter which improve the estimation of some parameters. Finally, we present some results in simulation on test examples: signal TSII of the GR TDSI and sonar signals.

Dans tous les cas le modèle obtenu est stationnaire mais non linéaire. Dans le paragraphe 3, nous introduisons un filtrage aller-retour permettant d'améliorer l'estimation de certains paramètres. Les deux modélisations retenues sont comparées dans la 4ème partie. Enfin des résultats en simulation ont été obtenus (paragraphe 5) sur une base de signaux tests: signaux TSII du GR TDSI du C.N.R.S. Une deuxième application en simulation a été réalisée et correspond à un problème pratique rencontré, par exemple dans le traitement des signaux sonars: il s'agit de la reconnaissance et de la séparation de nombreuses composantes M.F.L. de caractéristiques très voisines.

2. LES DIFFERENTS MODELES D'ETAT

Soit le signal M.F.L. multicomposantes décrit par :

$$y(t) = \sum_{i=1}^n A_i \sin \left[\left(\frac{1}{2} \alpha_i t + \beta_i \right) t + \phi_i \right] \quad (1)$$

où : $y_i(t) = A_i \sin \left[\left(\frac{1}{2} \alpha_i t + \beta_i \right) t + \phi_i \right]$ est la composante n° i , A_i l'amplitude (constante), $\theta_i(t) = \left(\frac{1}{2} \alpha_i t + \beta_i \right) t + \phi_i$ la phase et $\dot{\theta}_i(t) = \alpha_i t + \beta_i$ la pulsation instantanée n° i .



Parmi tous les modèles d'état possibles permettant de représenter ce signal le plus naturel est celui à 4n paramètres [1]:

$$x(t) = [y_1 \dot{y}_1 \ddot{\theta}_1 \ddot{\theta}_1, \dots, y_i \dot{y}_i \ddot{\theta}_i \ddot{\theta}_i, \dots, y_n \dot{y}_n \ddot{\theta}_n \ddot{\theta}_n]^T \quad (2)$$

On montre que l'équation d'évolution correspondant à cet état est non linéaire [4].

Pour $i = 1, \dots, n$:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{4i-3} &= x_{4i-2} \\ \dot{x}_{4i-2} &= x_{4i-1}^2 x_{4i-3} + x_{4i-2} \frac{x_{4i}}{x_{4i-1}} \\ \dot{x}_{4i-1} &= x_{4i} \\ \dot{x}_{4i} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Dans ce modèle la division par une composante de l'état, qui peut être proche de zéro, peut provoquer des instabilités numériques. On obtient des équations avec des non linéarités plus simples en choisissant l'état suivant:

$$x(t) = [A_1 \sin \theta_1 \quad A_1 \cos \theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_1, \dots, A_n \sin \theta_n \quad A_n \cos \theta_n \quad \dot{\theta}_n \quad \ddot{\theta}_n]^T \quad (4)$$

en effet:

Pour $i = 1, \dots, n$:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{4i-3} &= x_{4i-2} x_{4i-1} \\ \dot{x}_{4i-2} &= -x_{4i-3} x_{4i-1} \\ \dot{x}_{4i-1} &= x_{4i} \\ \dot{x}_{4i} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

La discrétisation de ces équations non linéaires (5) s'effectue par les formules de trigonométrie les plus classiques et conduit au modèle discret suivant:

Pour $i = 1, \dots, n$:

$$\begin{aligned} x_{4i-3}(t_{k+1}) &= x_{4i-3}(t_k) \cos \psi_i(t_k) + x_{4i-2}(t_k) \sin \psi_i(t_k) \\ x_{4i-2}(t_{k+1}) &= -x_{4i-3}(t_k) \sin \psi_i(t_k) + x_{4i-2}(t_k) \cos \psi_i(t_k) \\ x_{4i-1}(t_{k+1}) &= x_{4i-1}(t_k) + T_e x_{4i}(t_k) \\ x_{4i}(t_{k+1}) &= x_{4i}(t_k) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{où } \psi_i(t_k) = T_e x_{4i-1}(t_k) + \frac{T_e}{2} x_{4i}(t_k) \quad (7)$$

avec T_e = période d'échantillonnage.

Il est remarquable de noter que ce modèle discret est obtenu sans aucune approximation du modèle continu. Ceci est particulièrement intéressant lorsque T_e n'est pas petite devant la période instantanée la plus faible du signal étudié.

On suppose que le signal observé est entaché d'un bruit de mesure additif :

$$y_m(t_k) = y(t_k) + v_k \quad (8)$$

où v_k est une séquence indépendante, centrée, gaussienne de variance $r = \sigma_v^2$. L'équation d'observation, linéaire, s'écrit donc:

$$y_m(t_k) = H x(t_k) + v_k \quad (9) \text{ avec}$$

$$H = [1 \ 0 \ 0 \ 0, \dots, 1 \ 0 \ 0 \ 0, \dots, 1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (10)$$

Le système d'état obtenu se compose donc d'une équation d'évolution non linéaire et d'une équation

d'observation linéaire. On obtient l'inverse avec la modélisation suivante à partir du vecteur d'état ci-dessous:

$$x(t) = [A_1 \dot{\theta}_1 \ddot{\theta}_1 \ddot{\theta}_1, \dots, A_i \dot{\theta}_i \ddot{\theta}_i \ddot{\theta}_i, \dots, A_n \dot{\theta}_n \ddot{\theta}_n \ddot{\theta}_n]^T \quad (11)$$

Les phases étant polynomiales et les amplitudes constantes, l'équation d'évolution, linéaire, discrète s'écrit:

Pour $i = 1, \dots, n$:

$$\begin{aligned} x_{4i-3}(t_{k+1}) &= x_{4i-3}(t_k) \\ x_{4i-2}(t_{k+1}) &= x_{4i-2}(t_k) + T_e x_{4i-1}(t_k) + \frac{T_e^2}{2} x_{4i}(t_k) \end{aligned} \quad (12)$$

$$x_{4i-1}(t_{k+1}) = x_{4i-1}(t_k) + T_e x_{4i}(t_k)$$

$$x_{4i}(t_{k+1}) = x_{4i}(t_k)$$

L'équation de mesure non linéaire est alors:

$$y_m(t_k) = \sum_{i=1}^n x_{4i-3}(t_k) \sin x_{4i-2}(t_k) + v_k \quad (13)$$

On obtient donc, quelle que soit la modélisation, des non linéarités, dans l'équation d'évolution pour le premier modèle, dans l'équation d'observation pour le deuxième modèle.

Nous proposons de calculer une estimation de l'état par filtrage de Kalman étendu [5], [6]. Rappelons que cette technique consiste à linéariser le modèle au premier ordre, autour de l'estimation ou de la prédiction précédente et à appliquer un filtre optimal d'estimation de l'état.

3. FILTRAGE RETOUR

En pratique, il est souvent intéressant de déterminer les phases initiales ϕ_i des composantes $y_i(t)$. Si on utilise la première modélisation, avec non linéarité sur l'état on a:

$$\begin{aligned} \phi_i(t_k) &= \text{atan}\left(\frac{x_{4i-3}(t_k) x_{4i-1}(t_k)}{4i(t_k)}\right) - t_k x_{4i-1}(t_k) \\ &\quad + \frac{1}{2} t_k^2 x_{4i}(t_k) \pm \lambda \pi \end{aligned} \quad (14)$$

Si on utilise la deuxième modélisation, avec non linéarité sur la mesure, on obtient:

$$\phi_i(t_k) = x_{4i-2}(t_k) + t_k x_{4i-1}(t_k) - \frac{1}{2} t_k^2 x_{4i}(t_k) \pm \lambda \pi \quad (15)$$

L'erreur d'estimation croit, évidemment, avec t_k et on obtiendra une estimation de ϕ_i avec une variance d'erreur d'estimation minimale pour $t_k=0$. On propose donc d'effectuer un filtrage aller-retour afin d'obtenir en fin de l'étape retour la meilleure estimation de l'état à l'instant 0 et donc les meilleures estimations de ϕ_i . Pour cela il faut disposer d'équations d'évolution à rebours. Le retournement des équations (6) et (12) ne pose pas de problème et s'effectue par les formules de trigonométrie classiques.



4. COMPARAISON DE DIFFERENTES MODELISATIONS

On se propose de comparer, ici, l'efficacité des deux modélisations avec non linéarités sur l'état ou sur la mesure. On choisit le chirp monocomposante dont les caractéristiques sont les suivantes:

$$\alpha = 4909 \text{ rad/s/s} \quad \beta = 628 \text{ rad/s}$$

$$A = 1 \quad \phi = \pi/2$$

Pour différents niveaux de bruit on a procédé à l'identification des paramètres. Pour chaque niveau de bruit les filtres ont été testés sur 25 séquences de bruit différentes. Les initialisations ont été choisies à 10% des valeurs exactes, soit:

$$\alpha_0 = 5400 \text{ rad/s/s} \quad \sigma_{\alpha_0} = 500 \text{ rad/s/s}$$

$$\beta_0 = 750 \text{ rad/s} \quad \sigma_{\beta_0} = 125 \text{ rad/s}$$

$$A_0 = 0.8 \quad \sigma_{A_0} = \sigma_v$$

On adopte les conventions suivantes pour l'analyse des résultats: on dit que le filtre converge si tous les paramètres identifiés se situent dans l'intervalle de confiance à 99% (valeur exacte ± 3 écarts types).

SNR	N.L. sur l'état		N.L. sur la mesure		
	db	Conv.	σ_a	Conv.	σ_a
17	100%	2.5	100%	2.6	
11	100%	5.0	100%	5.3	
7.5	96%	7.2	100%	8.0	
5	92%	9	100%	11	
3	88%	12	100%	13	
1.5	80%	14	100%	16	
0	76%	15	100%	20	

De toute évidence la modélisation d'un chirp avec non linéarité sur l'équation de mesure conduit à de meilleurs résultats (100% de convergence jusqu'à un niveau de bruit de 0db). On note que les écarts types d'erreurs d'estimation sur les paramètres en fin de filtrage retour sont légèrement plus élevés avec cette deuxième modélisation. En revanche, à la fin du filtrage aller, les écarts types sont beaucoup plus élevés. Il semble donc que la variance chute moins brutalement (meilleure approximation) et qu'elle laisse suffisamment de latitude au filtre pour lui permettre de converger. C'est cette modélisation avec non linéarité sur l'équation de mesure que nous adoptons pour tous les essais qui suivent.

5. RESULTATS

5.1 Exemple 1: signal TSII du GR TDSI

On a testé les performances de la modélisation avec non linéarité sur la mesure sur le signal TSII du GR TDSI du CNRS. Ce signal est composé de 2 chirps parallèles (fréquences instantanées parallèles) dont les paramètres sont:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 4909 \text{ rad/s/s}; \beta_1 = 628 \text{ rad/s}; \beta_2 = 754 \text{ rad/s}$$

$$A_1 = A_2 = 1; \phi_1 = \pi/2; \phi_2 = \pi/3$$

On considère un enregistrement de 256 ms du signal échantillonné à 1 ms. On effectue alors un filtrage aller-retour avec des initialisations à 10% des valeurs exactes:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 5400 \text{ rad/s/s}; \sigma_{\alpha_1} = \sigma_{\alpha_2} = 500 \text{ rad/s/s}$$

$$\beta_1 = 750 \text{ rad/s} \quad \sigma_{\beta_1} = 125 \text{ rad/s}$$

$$\beta_2 = 900 \text{ rad/s} \quad \sigma_{\beta_2} = 150 \text{ rad/s}$$

$$A_1 = A_2 = 0.9 \quad \sigma_{A_1} = \sigma_{A_2} = 0.1$$

En faisant varier le rapport signal/bruit jusqu'à 8 dB, le filtre converge vers les valeurs exactes des paramètres pour toutes les séquences de bruit utilisées (la convergence n'est que de 32% si l'on utilise la modélisation avec non linéarité sur l'état). Les figures 1 et 2 illustrent l'évolution des paramètres A_1 et α_1 . On constate une convergence plus rapide pour le paramètre α_1 qui provient du fait que celui-ci n'apparaît pas explicitement dans la non linéarité sur la mesure.

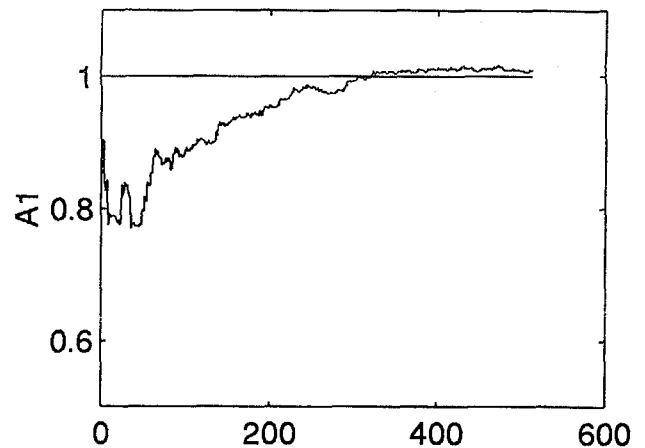


Figure 1: Evolution de A_1

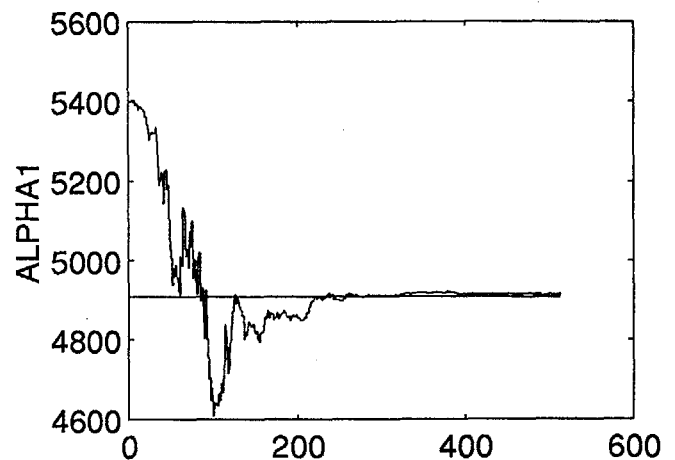


Figure 2 : Evolution de α_1

5.2 Exemple 2: signaux sonar

Un des problèmes importants dans le traitement des signaux sonar réside dans la présence



de trajets multiples issus d'une même cible. Ainsi, le signal reçu est constitué de répliques retardées et atténuées du signal émis supposé inconnu dans le cas du sonar passif. Dans cette application, on cherche à déterminer les paramètres du signal émis ainsi que les retards et atténuations des autres composantes. Par exemple, on considère le signal:

$$y_m(t) = y(t) + \alpha_1 y(t - \tau_1) + \alpha_2 y(t - \tau_2) \quad (16)$$

où $y(t) = A_0 \sin(\frac{\alpha}{2} t^2 + \beta_0 t + \phi_0)$ est le signal émis par la cible.

$$A_0 = 1 \quad \alpha = 2\pi \cdot 500 \text{ rad/s/s}$$

$$\beta_0 = 2\pi \cdot 750 \text{ rad/s} \quad \phi_0 = 0$$

$$\alpha_1 = 0.8 \quad \tau_1 = 0.0025 \text{ s}$$

$$\alpha_2 = 0.5 \quad \tau_2 = 0.02 \text{ s}$$

Si on écrit le signal y_m sous la forme de la somme de 3 composantes chirps:

$$y_m(t) = A_0 \sin \theta_0 + A_1 \sin \theta_1 + A_2 \sin \theta_2 + v(t) \quad (17)$$

on montre que ces 3 composantes sont parallèles et leurs phases vérifient les relations:

$$\theta_i = \theta_0 + \Delta\omega_i t + \phi_i \quad i=1,2 \quad (18)$$

avec $\Delta\omega_i = -\alpha \tau_i$

Afin de prendre en compte ces relations dans le modèle, on choisit pour vecteur d'état:

$$x(t) = [A_0 \theta_0 \theta_0 \theta_0 A_1 \Delta\omega_1 \phi_1 A_2 \Delta\omega_2 \phi_2]^T \quad (19)$$

On étudie les performances de ce nouveau modèle sur le signal reçu y_m échantillonné à la fréquence de 4000 Hz pendant 1 s pour un SNR de 20 dB. En utilisant les connaissances à priori pour initialiser le filtre, on réussit à identifier tous les paramètres caractéristiques du signal. Les figures 3 et 4 illustrent l'évolution des écarts fréquentiels:

$$\Delta f_i = \Delta\omega_i / 2\pi \quad i = 1,2. \quad (20)$$

L'évolution des différents paramètres montre que le signal émis est identifié en premier. Ceci provient du fait que le modèle considère la phase de ce signal comme référence. Ensuite, le filtre détermine la composante la plus isolée et enfin la troisième.

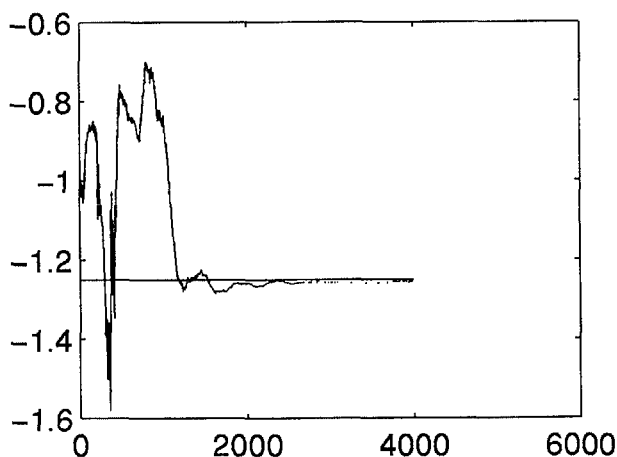


Figure 3 : Ecart fréquentiel Δf_1

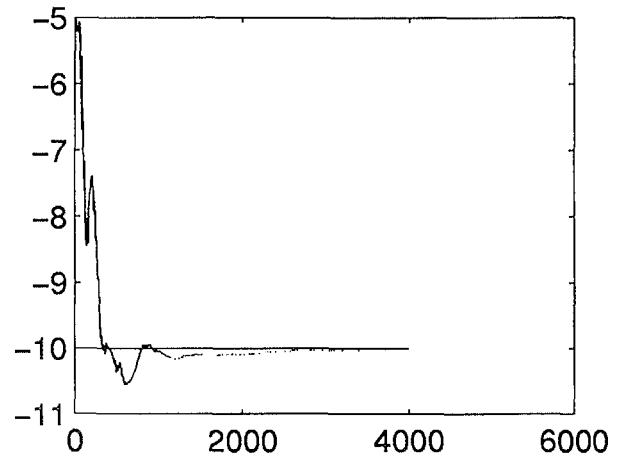


Figure 4 : Ecart fréquentiel Δf_2

6. CONCLUSION

Après avoir réalisé un grand nombre d'essais avec plusieurs modèles, des niveaux de bruits différents et des initialisations variées, on peut tirer les conclusions suivantes:

La méthode EKF, appliquée à l'identification d'un chirp multicomposantes, est plus efficace lorsque l'on choisit une modélisation avec les non linéarités dans l'équation de mesure. Elle assure alors la convergence dans de bonnes conditions (sans biais, variances d'erreur d'estimation faible, convergence rapide). En particulier, sur l'exemple test TS11, la méthode n'a jamais été mise en défaut pour des SNR > 8 db. Dans le cas du sonar, on prend en compte toutes les spécificités du signal étudié en choisissant un état faisant intervenir les écarts fréquentiels par rapport au signal émis. Cette modélisation s'avère alors supérieure aux précédentes et permet de mieux séparer les composantes les plus rapprochées. Dans la suite, on cherchera à étudier le comportement de ce nouveau modèle pour des signaux sonar présentant un grand nombre de composantes.

BIBLIOGRAPHIE :

- [1] P. M. DURIC, S.M. KAY : Parameter estimation of chirp signals. IEEE ASSP Vo 38 pp 2118-2126 Déc. 1990
- [2] O. MACCHI, N. BERSHAD : Superiority of LMS over RLS tracking a chirped signal. IEEE Colloquium on adaptive filtering 1989
- [3] M.A. LAGUNAS, A. PAGES-ZAMORA, A. PEREZ-NEIRA : High order learning in temporal reference array beamforming. Signal processing VI, Elsevier Science, 1992
- [4] J.M. PIASCO, M. GUGLIELMI, L. DUROU : Identification de chirps par filtrage de Kalman étendu. 14ème colloque GRETSI, Juan les pins, 13 au 16 sept. 1993
- [5] P.S. MAYBEC : Stochastic models, estimation and control, Academic Press Press 1982
- [6] L.LJUNG, T. SODERSTRÖM : Theory and practice of recursive identification. M.I.T. Press 1985
- [7] C. A. BOZZO : Le filtrage optimal et ses applications aux problèmes de poursuite. Lavoisier Tec & Doc, 1983