CRITERES DE CHOIX DE LA DECOUPE EN SOUS-RESEAUX D'UNE ANTENNE MULTI-CAPTEURS

L.HAYOUN (1), P.DUVAUT (2) ET J.P GUYVARCH (1)

(1) THOMSON CSF, Division DEM (Division Electronique de Missiles), 23-27 rue Pierre Valette, 92240 Malakoff.
(2) Equipe de Traitement des Images et du Signal, ETIS,ENSEA, les Chênes pourpres 95000, Cergy-Pontoise.

RÉSUMÉ

Le regroupement de capteurs en sous-réseaux est un procédé permettant d'obtenir un compromis entre, d'une part, le coût financier, la charge de calculs, et la complexité de réalisation d'une antenne à formation de faisceau par le calcul, et d'autre part son niveau général de performances (nombre de degrés de liberté, niveau des lobes secondaires, pouvoir de résolution ...). Le choix optimal des formes et des emplacements des sous-réseaux est un problème difficile, qui n'a pas jusqu'ici fait l'objet d'investigations théoriques, malgré l'importance de l'enjeu industriel sous-jacent. Dans cette communication, on introduit une formalisation de l'opération de regroupement puis on propose et on étudie divers critères de choix de la loi de regroupement.

ABSTRACT

The organization of a phased array antenna with digital beamforming into subarrays is a good tradeoff between price, numerical cost, technological complexity and general level of performance (number of degrees of freedom, level of secondary lobes, resolution capacity, ...). The optimal choice of forms and positions of the subarrays is a difficult task, with has not been investigated yet, eventhough its industrial importance. In this paper, we introduce a simple formalism of subarraying and we propose and study several criteria in order to choose good topology.

1.INTRODUCTION

Dans les applications (Radar, Sonar, télécomunications, ...) utilisant le concept d'antenne réseau à formation de faisceau par le calcul [3] (à la réception, les signaux reçus sur les différents capteurs de l'antenne sont numérisés puis traités par un calculateur), il est fréquent de se trouver confronté au dilemme suivant. D'un côté, le cahier des charges implique une certaine dimension d'antenne, avec un nombre déterminé de capteurs élémentaires, de façon à disposer de la puissance, de la résolution et du gain requis. De l'autre côté, il est souvent difficile, pour des raisons de complexité et de coût, d'associer à chacun des éléments rayonnants, une chaîne de réception et une conversion analogique-numérique.
Une possibilité pour pallier ce problème est de regrouper les capteurs en sous-réseaux (connexions analogiques) et de n'associer des voies de réception qu'à ces sous-groupes. On peut ainsi optimiser le compromis coût/performances en réduisant la taille des signaux à traiter, tout en conservant les caractéristiques fondamentales de l'antenne. On est alors naturellement conduit à se poser les questions suivantes. Quel doit être le nombre de sous-réseaux ? Comment choisir leurs formes et leurs emplacements au sein de l'antenne ?
L'apport de cette communication consiste en la proposition et l'étude de critères de choix de la loi de regroupement : critères liés aux diagrammes d'antenne, aux Courbes Opérationnelles de Réception, et aux bornes de Cramer-Rao. Les performances de l'antenne regroupée sont calculées précisément et sont comparées à celles de l'antenne non regroupée. On montre, par ailleurs, que les critères envisagés peuvent être reliés à certaines caractéristiques morphologiques simples du réseau. Enfin, on a démontré qu'il est possible de relier chacun des critères à l'estimateur du maximum de vraisemblance de la position angulaire d'une source unique en présence de bruit spatialement blanc. On présente, pour finir, une simulation.

2. FORMALISATION DU REGROUPEMENT

La nature *linéaire* de l'opération de regroupement implique une modélisation très simple.
Considérons une antenne à N capteurs que l'on a regroupé en N' sous-réseaux. Notons **r** le signal reçu, à un instant donné, par l'antenne avant fusion (**r** est un vecteur de dimension N), et **r'** le même signal reçu après regroupement (de façon générale, les grandeurs considérées après fusion seront primées) ; **r** et **r'** sont liés par une relation de la forme $\mathbf{r}' = \mathbf{F}^{\dagger}\,\mathbf{r}$, où **F** est une matrice rectangulaire, appelée matrice de fusion.
Cette matrice, composée de 1 et de 0, permet de modéliser l'opération linéaire consistant à sommer les signaux reçus sur un groupe de capteurs. Chaque colonne de **F** correspond à un sous-groupe et explicite sa constitution, un "1" indiquant qu'un capteur appartient au sous-réseau et un "0" que tel n'est pas le cas.
De façon générale, **F** est une matrice très creuse, dont le rang est N'. Si chaque capteur n'appartient qu'à un seul sous-réseau, les colonnes de **F** sont orthogonales. En normant ces dernières, on obtient une matrice $\mathbf{F_n}$ ayant la propriété $\mathbf{F_n}^{\dagger}\,\mathbf{F_n} = \mathbf{I}_{N'}$,
où $\mathbf{I}_{N'}$ est la matrice identité de dimension N'.
Physiquement, cela revient à conférer la même puissance de bruit thermique à chaque sous-réseau. La normalisation peut être réalisée de façon matérielle, avant la numérisation des sorties des sous-réseaux, ou bien par voie numérique.
Par ailleurs, il est important de noter que la matrice **F** ainsi définie (constituée avant normalisation de "1" et de "0") correspond à une modélisation idéale. Dans la pratique, la sommation (amplitude et phase) ne sera jamais parfaite (précision de la distribution, couplages), et une matrice de fusion plus réaliste serait constituée, non pas de "1", mais de nombres complexes de module proche de 1 et de phase voisine de 0.

3. DIAGRAMMES D'ANTENNE

Considérons une antenne plane à N capteurs identiques et omnidirectionnels. Dans (la source est suffisamment éloignée pour que l'on puisse considérer que l'onde émise est plane au voisinage de l'antenne), Le signal vectoriel collecté par l'antenne (hypothèse bande étroite et champ lointain), correspondant à une source de colatitude θ_s et de longitude ϕ_s, peut être modélisé de la façon suivante :

$$\mathbf{r} = \alpha(\omega)\, \mathbf{e}_s + \mathbf{b}$$

où $\mathbf{e}_s = \mathbf{e}(\theta_s, \phi_s)$ est le vecteur de direction de la source (dépendant de la source, du milieu de propagation et de l'antenne),

$$\mathbf{e}_s = \left[\exp\!\left(j\,\frac{2\pi}{\lambda}\sin(\theta_s)\,\left(x_i\cos(\phi_s) + y_i\sin(\phi_s)\right)\right)\right]_{1\leq\, i\, \leq N}$$

λ est la longueur d'onde du signal, (x_i, y_i) sont les coordonnées du ième capteur. $\alpha(\omega)$ est l'amplitude complexe de la source, supposée gaussienne circulaire centrée, de puissance π_s.

b est le vecteur de bruit, supposé gaussien complexe circulaire, centré, temporellement et spatialement blanc, de puissance σ^2.
Il est bien connu que l'opération de formation de voies classique consiste à corréler le signal reçu avec un vecteur de direction pointant dans la direction courante (θ,ϕ). Autrement dit, le vecteur de pondération appliqué à **r** est $\mathbf{e}(\theta,\phi)$ et le diagramme adapté ou pseudo-spectre idéal (à bruit thermique nul) correspondant est (la direction de la source est fixe et le vecteur de filtrage appliqué varie) :

$$D(\theta, \phi, \theta_s, \phi_s) = \left|\mathbf{e}(\theta, \phi)^\dagger\, \mathbf{e}_s\right|^2$$

Considérons à présent le problème après fusion.
Pour une antenne constituée de sous-réseaux et dont la matrice caractéristique est **F**, le signal reçu est de la forme :

$$\mathbf{r}' = \mathbf{F}^\dagger\, \mathbf{r} = \alpha(\omega)\, \mathbf{e}'_s + \mathbf{b}' \text{ avec } \mathbf{e}'_s = \mathbf{F}^\dagger\, \mathbf{e}_s \text{ et } \mathbf{b}' = \mathbf{F}^\dagger\, \mathbf{b}$$

Le regroupement étant une opération de nature linéaire, le caractère gaussien complexe circulaire du bruit est conservé [1] et la structure linéaire des filtres optimaux demeure également. On distingue deux filtres, $\mathbf{w}'_1$ et $\mathbf{w}'_2$ (la matrice $\mathbf{F}^\dagger\mathbf{F}$ correspond à la matrice de covariance du bruit après regroupement) :

$$\mathbf{w}'_1(\theta, \phi) = (\mathbf{F}^\dagger\mathbf{F})^{-1}\, \mathbf{e}'(\theta, \phi)$$

$$\mathbf{w}'_2(\theta, \phi) = \frac{(\mathbf{F}^\dagger\mathbf{F})^{-1}\, \mathbf{e}'(\theta, \phi)}{\sqrt{\mathbf{e}'(\theta, \phi)^\dagger\, (\mathbf{F}^\dagger\mathbf{F})^{-1}\, \mathbf{e}'(\theta, \phi)}}$$

dont les diagrammes associés sont :

$$D'_1(\theta, \phi, \theta_s, \phi_s) = \left|\mathbf{e}'(\theta, \phi)^\dagger\, (\mathbf{F}^\dagger\mathbf{F})^{-1}\, \mathbf{e}'_s\right|^2$$

$$D'_2(\theta, \phi, \theta_s, \phi_s) = \frac{\left|\mathbf{e}'(\theta, \phi)^\dagger\, (\mathbf{F}^\dagger\mathbf{F})^{-1}\, \mathbf{e}'_s\right|^2}{\mathbf{e}'(\theta, \phi)^\dagger\, (\mathbf{F}^\dagger\mathbf{F})^{-1}\, \mathbf{e}'(\theta, \phi)}$$

3.1 Propriétés de D'_1 , critères liés à D'_1

Le filtre $\mathbf{w}'_1$ maximise le rapport signal sur bruit en sortie de filtrage mais ne permet pas d'accéder aux estimées au sens du maximum de vraisemblance des angles de la source [1]. Il en découle principalement que le diagramme D'_1 présente un biais, c'est-à-dire que son maximum absolu n'est pas localisé en (θ_s, ϕ_s). Cela provient du fait que les sous-réseaux ne sont pas omnidirectionnels, mais possèdent une certaine directivité. Il en découle, en particulier, que le vecteur de direction après fusion a une norme, non pas constante, mais dépendant de la position.
Dans le cas où les sous-réseaux sont identiques, D'_1 se décompose [1] comme le produit du diagramme du sous-réseau pointé dans l'axe et du facteur de réseau, c'est à dire du diagramme pointé dans la direction de la source, de l'antenne constituée des centres de phase des sous-réseaux (le centre de phase est ici simplement le barycentre du sous-réseau). Ce "super-réseau" est régulier et il est bien connu que de telles structures, périodiques et de pas supérieur à la demi-longueur d'onde, génèrent fatalement des lobes secondaires, appelés lobes de réseau.
Si dans le facteur de réseau, ces remontées ont rigoureusement même niveau que le lobe principal, dans le diagramme global par contre, grâce à la modulation apportée par le diagramme propre du sous-réseau, ces lobes ont un niveau plus faible. Dans le cas où la source est dans l'axe, ils "tombent " exactement dans les trous du diagramme du sous-réseau et sont donc annihilés. Néanmoins, quand θ_s va augmenter, le niveau du premier secondaire ainsi que le biais de localisation vont croître. Lorsque le dépointage de la source sortira des limites du faisceau à trois décibels du diagramme du sous-réseau (θ_{3dbsr}), la détection ne sera plus possible car un lobe secondaire sera devenu prépondérant. Il faut donc retenir que ce diagramme n'est valable que dans un domaine angulaire dont la largeur est de l'ordre de θ_{3dbsr} ; il n'est pas possible de détecter et de localiser correctement une source située à l'extérieur de ce secteur. Ce comportement se généralise au cas de sous-réseaux distincts.

En résumé, l'appréciation des performances du diagramme D'_1, peut se faire à l'aide de trois critères :

- la valeur du biais de localisation ;
- le niveau du lobe secondaire le plus fort ;
- la *couverture angulaire* (c'est-à-dire la valeur limite du dépointage de la source par rapport à la direction d'orientation des sous-réseaux permettant une détection-estimation acceptable).

3.2 Propriétés de D'_2 , critères liés à D'_2

Le filtre $\mathbf{w}'_2$ permet d'accéder aux estimées au sens du maximum de vraisemblance des angles de la source. Il maximise le rapport signal sur bruit et n'induit pas de biais de localisation.
Le diagramme D'_2 se déduit de D'_1 par une simple division par la fonction scalaire positive $\mathbf{e}'(\theta, \phi)^\dagger\, (\mathbf{F}^\dagger\mathbf{F})^{-1}\, \mathbf{e}'(\theta, \phi)$, qui s'interprète comme une moyenne pondérée des diagrammes (pointés dans l'axe) des sous-réseaux (1). L'allure de ce terme de normalisation est donc celle d'un diagramme d'antenne classique, avec un maximum dans l'axe et une décroissance sur les côtés. Par conséquent, l'inverse de cette fonction présente un minimum absolu dans l'axe et des remontées sur les bords. Pour un même scénario, le diagramme D'_2 va donc présenter un niveau de lobes secondaires plus élevé, et sa couverture angulaire va être plus faible. Son allure est assez proche de celle de son facteur de réseau. D'ailleurs, dans le cas où les sous-groupes sont identiques, le diagramme D'_2 coïncide avec le facteur de réseau [1].
Pour une valeur du taux $\frac{N}{N'}$ supérieure à 5, cela implique un fort niveau de remontées secondaires, qui augmente et devient vite rédhibitoire lorsque la source s'écarte de la direction de pointage des sous-réseaux. D'autre part, il faut signaler que, contrairement au diagramme D'_1, le niveau des lobes secondaires ne décroit pas au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la position de la source ; la répartition est assez chaotique et des lobes de réseau peuvent apparaître en limite du domaine visible (pour D'_1, c'est la modulation par les diagrammes propres des sous-réseaux qui induit la décroissance).
En définitive, le critère d'optimalité relatif au diagramme D'_2 se résume au niveau de son plus fort lobe secondaire.

4. COURBES OPERATIONNELLES DE RECEPTION

On s'intéresse à un critère classique de détection dont l'utilisation en traitement d'antenne est, semble t-il assez marginale. On a dans l'idée de comparer les courbes COR donnant la probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausse alarme, relatives à plusieurs lois de regroupement, en vue d'opérer une discrimination.
On se place dans le cadre d'un traitement spatial instantané. Pour un signal reçu de la forme $\mathbf{r}' = \alpha(\omega)\, \mathbf{e}'_s + \mathbf{b}'$, la procédure de détection-estimation optimale consiste à comparer à un seuil μ le rapport de vraisemblance généralisé [5] $T(\theta, \phi)$ défini par ($\mathbf{B}'$ est la matrice de covariance du bruit après fusion) :

$$T(\theta, \phi) = \frac{\left|\mathbf{r}'^\dagger\, \mathbf{B}'^{-1}\, \mathbf{e}'(\theta, \phi)\right|^2}{\mathbf{e}'(\theta, \phi)^\dagger\, \mathbf{B}'^{-1}\, \mathbf{e}'(\theta, \phi)}$$

On appelle H_0 et H_1 les hypothèses respectivement d'absence et de présence du signal utile. Les probabilités de détection (P_d) et de fausse alarme (P_{fa}) sont définies par :

$$P_d = \mathrm{PROB}\big(T(\theta, \phi) \geq \mu \ / \ H_1\big)\ ,\ P_{fa} = \mathrm{PROB}\big(T(\theta, \phi) \geq \mu \ / \ H_0\big)$$

Pour calculer ces probabilités et en déduire la relation entre P_d et P_{fa}, il faut connaître les densités de $T(\theta, \phi)$ sous H_0 et sous H_1. Des calculs simples [1] montrent que :

$$P_d = P_{fa}^{\,k(\theta_s,\ \phi_s,\ \theta,\ \phi,\ \mathbf{F})} \qquad \text{(R)}$$

avec

$$\frac{1}{k(\theta_s, \phi_s, \theta, \phi, \mathbf{F})} = 1 + \frac{\pi_s}{\sigma^2} \frac{\left| \mathbf{e}'(\theta, \phi)^\dagger \ (\mathbf{F}^\dagger \mathbf{F})^{-1} \ \mathbf{e}'_s \right|^2}{\mathbf{e}'(\theta, \phi)^\dagger \ (\mathbf{F}^\dagger \mathbf{F})^{-1} \ \mathbf{e}'(\theta, \phi)}$$

soit encore

$$\frac{1}{k(\theta_s, \phi_s, \theta, \phi, \mathbf{F})} = 1 + \frac{\pi_s}{\sigma^2} \frac{\left| \mathbf{e}(\theta, \phi)^\dagger \ \mathbf{P_F} \ \mathbf{e}_s \right|^2}{\mathbf{e}(\theta, \phi)^\dagger \ \mathbf{P_F} \ \mathbf{e}(\theta, \phi)}$$

où $\mathbf{P_F}$ est l'opérateur de projection orthogonale sur le sous-espace engendré par les colonnes de $\mathbf{F}$, $\mathbf{P_F} = \mathbf{F}\ (\mathbf{F}^\dagger\mathbf{F})^{-1}\ \mathbf{F}^\dagger$.

On vérifie immédiatement quelques propriétés classiques. Par exemple, si le rapport signal sur bruit en entrée, $\frac{\pi_s}{\sigma^2}$, tend vers 0 alors P_d tend vers P_{fa} ; s'il tend vers l'infini, P_d tend vers 1. Le paramètre $k(\theta_s, \phi_s, \theta, \phi, \mathbf{F})$ étant toujours inférieur à 1, la courbe $P_d(P_{fa})$ est toujours concave. Plus (θ, ϕ) est proche de (θ_s, ϕ_s), plus k est faible (en suivant toutefois le profil de D'_2) et plus la concavité est marquée. On obtient alors de fortes valeurs de P_d pour des valeurs de P_{fa} encore très faibles. La probabilité de détection est évidemment maximale lorsque le récepteur est exactement "pointé" dans la direction de la source (inégalité de Schwartz) ; ce taux optimum est d'ailleurs toujours dégradé par la fusion (car $\mathbf{e}_s^\dagger\ \mathbf{e}_s \geq \mathbf{e}_s^\dagger\ \mathbf{P_F}\ \mathbf{e}_s$).

La monotonie de la relation (R) par rapport au paramètre $k(\theta_s, \phi_s, \theta, \phi, \mathbf{F})$ implique que, $\frac{\pi_s}{\sigma^2}$, (θ_s, ϕ_s) et (θ, ϕ) étant fixés, on peut comparer sans ambiguïté deux lois de fusion puisque leurs courbes COR respectives ne se croisent pas.

$$\text{Si } D'_2(\theta_s, \phi_s, \theta, \phi, \mathbf{F}_1) \geq D'_2(\theta_s, \phi_s, \theta, \phi, \mathbf{F}_2)$$

alors

$$P_d(\theta_s, \phi_s, \theta, \phi, \mathbf{F}_1) \geq P_d(\theta_s, \phi_s, \theta, \phi, \mathbf{F}_2)$$

Cependant, en vue de discriminer deux architectures, il est raisonnable de prendre en compte la valeur du gain, c'est-à-dire le niveau maximal $\mathbf{e}_s^\dagger\ \mathbf{P_F}\ \mathbf{e}_s$, plutôt que de comparer point par point les niveaux des diagrammes D'_2 relatifs à chacune des lois de fusion. On pourra éventuellement considérer la moyenne de $\mathbf{e}_s^\dagger \mathbf{P_F} \mathbf{e}_s$ sur un intervalle angulaire donné (égal, par exemple, au domaine à trois décibels du sous-réseau moyen). Ce critère qui prend en compte des niveaux absolus est complémentaire de critères plus traditionnels, considérant uniquement les niveaux relatifs des diagrammes (niveau du pic principal par rapport aux lobes secondaires).

La limite de ce critère est que la quantité $\mathbf{e}_s^\dagger\ \mathbf{P_F}\ \mathbf{e}_s$ est invariante par permutation des sous-réseaux [1]; elle ne dépend que des tailles et des formes des sous-groupes et non de leur organisation au sein de l'antenne.

5. BORNES DE CRAMER-RAO

Le critère étudié précédemment est lié uniquement à l'aspect détection. On s'intéresse ici, de façon complémentaire, à un critère lié aux performances en estimation. Il s'agit de la borne de Cramer-Rao [5] relative à l'estimation de la position angulaire d'une source noyée dans un bruit spatialement blanc. Elle a déja fait l'objet de nombreuses investigations dans le contexte du traitement d'antenne [4], mais curieusement, il semble qu'elle n'ait jamais été adoptée comme critère d'optimisation de la topologie d'un réseau phasé.

On présente quelques resultats dans le cas des antennes monodimensionnelles, l'extension au cas plan ne posant pas de difficultés [1].

5.1 Borne de Cramer-Rao avant regroupement

On considère une antenne monodimensionnelle à N capteurs isotropes et identiques, dont les positions sont repérées par les abscisses $(x_1, x_2, \ldots x_N)$.

On veut calculer la variance minimale d'estimation angulaire sur la base d'un signal reçu de la forme $\mathbf{r} = \alpha\ \mathbf{e}_s + \mathbf{b}$, $\mathbf{b}$ étant un bruit spatialement blanc de puissance σ^2 et $\mathbf{e}_s = \mathbf{e}(\theta_s)$:

$$\mathbf{e}_s = \left[\exp\!\left(j\ \frac{2\pi\ x_i}{\lambda} \sin(\theta_s)\right)\right] \quad 1 \leq i \leq N$$

On montre [1] que, quelque soit l'hypothèse sur l'amplitude de la source (déterministe ou aléatoire), la variance limite d'estimation de θ_s s'écrit :

$$\mathrm{VAR}_{\mathrm{crao}}(\theta_s) = h(\mathrm{SNR}) \frac{1}{\|\mathbf{f}_s\|^2 - \dfrac{\left|\mathbf{e}_s^\dagger \mathbf{f}_s\right|^2}{\|\mathbf{e}_s\|^2}}$$

où $\mathrm{SNR} = \frac{|\alpha|^2}{\sigma^2}$ est le rapport signal sur bruit, h une fonction décroissante et $\mathbf{f}_s$ le vecteur dérivé du vecteur de direction $\mathbf{e}(\theta)$ au point θ_s, $\mathbf{f}_s = \left(\frac{\partial\, \mathbf{e}}{\partial \theta}\right)_{\theta\, =\, \theta_s}$.

Le développement du second terme (de nature purement spatiale) de la borne mène à :

$$\|\mathbf{f}_s\|^2 - \frac{\left|\mathbf{e}_s^\dagger \mathbf{f}_s\right|^2}{\|\mathbf{e}_s\|^2} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 (\cos\theta_s)^2 \sum_{i=1}^{N} (x_i - C)^2$$

où C est la position du barycentre du réseau, $C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$.

Cette dernière expression montre que la borne est liée de façon directe au moment d'ordre 2 des abscisses x_i et que la borne sera d'autant plus faible que l'on se rapproche d'une disposition idéale concentrant de façon égalitaire les capteurs sur chacune des extrémités du réseau (on voit aussi, de façon générale, que l'on peut potentiellement atteindre des bornes d'autant plus faibles que la longueur d'antenne est grande).

5.2 Borne de Cramer-Rao après regroupement

Le calcul de la borne de Cramer-Rao après regroupement se déduit simplement de celui effectué avant regroupement.

Le modèle des signaux reçus après fusion étant identique d'un point de vue statistique et formel à celui correspondant aux données disponibles avant fusion (le bruit $\mathbf{b}'$ est centré, gaussien complexe circulaire, de matrice de covariance $\mathbf{B}' = \sigma^2\ \mathbf{F}^\dagger\mathbf{F}$), la borne de Cramer-Rao, relative à l'angle θ_s, correspondant à l'antenne regroupée est :

$$\mathrm{VAR}'(\theta_s) = \frac{1}{2|\alpha|^2} \frac{1}{\mathbf{f'}_s^{\dagger}\mathbf{B'}^{-1}\mathbf{f'}_s - \dfrac{\left|\mathbf{e'}_s^{\dagger}\mathbf{B'}^{-1}\mathbf{f'}_s\right|^2}{\mathbf{e'}_s^{\dagger}\mathbf{B'}^{-1}\mathbf{e'}_s}}$$

On vérifie [1] que conformément à l'idée intuitive que l'on peut avoir, l'organisation en sous-réseaux a un effet néfaste sur la borne de Cramer-Rao, autrement dit : $\mathrm{VAR}'(\theta_s) \geq \mathrm{VAR}(\theta_s)$.
On montre, par ailleurs, que la borne peut être reliée au diagramme D'_2 :

$$\mathrm{VAR}(\theta_s) = \frac{\sigma^2}{|\alpha|^2} \frac{-1}{\left(\dfrac{d^2 D'_2}{d\theta^2}\right)_{\theta = \theta_s}}$$

Enfin, comme le laisse présager l'observation faite à la fin du paragraphe 5.1, la borne de Cramer-Rao après regroupement est liée à la variance des positions des centres de phase des sous-réseaux et à la taille des sous-réseaux situés aux extrémités de l'antenne (ce qui détermine la longueur de l'antenne constituée des centres de phase).

6. SIMULATIONS

On procède à des simulations portant sur des antennes monodimensionnelles, dans le but d'illustrer les critères exposés dans les parties précédentes.
On s'intéresse au regroupement en sous-réseaux adjacents (sans recouvrements) d'une antenne linéaire à capteurs identiques, isotropes et uniformément espacés. L'antenne étudiée comprend N = 50 capteurs ($\theta_{3db} \approx 2$ degrés), que l'on désire fusionner en N' = 5 sous-réseaux (le sous-réseau moyen est donc de taille 10, et la largeur à mi-puissance de son diagramme vaut 10.3 degrés).
On se propose de discriminer plusieurs lois candidates à l'aide des critères vus précedemment.

Les critères mis en jeu sont les suivants :

- *Caractéristiques du diagramme D'_1* : valeur du biais de localisation (que l'on veut le plus faible possible) et couverture angulaire (valeur maximale du dépointage θ_s pour lequel le plus fort lobe secondaire a un niveau inférieur à celui du pic principal ; à priori, on veut la couverture la plus grande possible).

- *Caractéristique du diagramme D'_2* : niveau du plus fort lobe secondaire en fonction du dépointage θ_s. Pour le calcul des diagrammes D'_1 et D'_2, les sous-réseaux restent orientés dans l'axe.

- *Borne de Cramer-Rao* : on a choisi d'adopter comme critère la moyenne de la borne de Cramer-Rao sur l'intervalle $\left[0 \;\; \frac{\theta_{3db}}{2}\right]$ (il est facile de vérifier que la borne de Cramer-Rao est symétrique, $\mathrm{VAR}(\theta_s) = \mathrm{VAR}(-\theta_s)$, ce qui justifie la dissymétrie de l'intervalle choisi).

- *Courbes COR* : le critère est la valeur moyenne de la quantité $\mathbf{e}(\theta_s)^{\dagger}\, \mathbf{P_F}\, \mathbf{e}(\theta_s)$, pour θ_s appartenant à l'intervalle $\left[0 \;\; \frac{\theta_{3db}}{2}\right]$

On décrit les lois candidates par la donnée des tailles des sous-réseaux $M_1, M_2, \ldots, M_5$, M_k étant la taille du kième sous-groupe (en partant de l'extrémité gauche de l'antenne). Par exemple, la loi 10 - 10 - 10 - 10 - 10 correspond à 5 sous-réseaux de taille 10. Les topologies envisagées sont au nombre de 7. Il s'agit des lois 10 - 10 - 10 - 10 - 10 (F_1), 8 - 9 - 10 - 11 - 12 (F_2), 16 - 5 - 6 - 7 - 16 (F_3), 13 - 10 - 4 - 10 - 13 (F_4), 3 -16 - 4 - 9 - 18 (F_5), 4 - 9 - 18 - 16 - 3 (F_6), et 7 - 14 - 7 - 15 - 7 (F_7).

Les résultats sont consignés dans le tableau suivant, contenant les rangs de classement de chaque loi pour chaque critère :

	biais D'_1	couv. D'_1	1er lobe D'_2	borne	gain
F_1	1	5	7	2	1
F_2	2	4	4	3	2
F_3	6	1	3	7	5
F_4	4	3	5	5	3
F_5	7	2	1	6	6 - 7
F_6	5	7	2	4	6 - 7
F_7	3	6	6	1	4

Le tableau précédent montre qu'il n'y a pas de loi optimisant unanimement tous les critères. Si l'on veut élire une loi de fusion "optimale" en prenant en compte plusieurs critères, une possibilité est d'affecter un poids à chacun d'eux. Bien entendu, cette pondération sera dictée par les types et les niveaux de performance requis pour l'application considérée.
D'autre part, il ressort de cette simulation un certain nombre de règles assez générales et de formulations très simples :

- Plus les tailles des sous-réseaux sont voisines les unes des autres, plus le biais de localisation inhérent au diagramme D'_1 est faible, d'une part, et plus le gain maximal des diagrammes D'_1 et D'_2 est élevé, d'autre part.

- Plus la distance entre les centres de phase des deux sous-réseaux situés aux extrémités est grande, autrement dit plus ces deux sous-groupes sont de petite taille, et plus la borne de Cramer-Rao tend à être faible. On a la même tendance lorsque la variance des positions des centres de phase des sous-réseaux augmente.

- Le fait d'avoir des sous-réseaux dont les tailles croissent du centre de l'antenne vers les bords, a tendance à induire un niveau de remontées secondaires des diagrammes D'_1 et D'_2 relativement bas. Cependant, les sous-réseaux situés aux extrémités ne doivent pas être trop grands car le lobe principal devient alors trop large (si M est la taille du sous-réseau moyen, $M = \frac{N}{N'}$, $\frac{3M}{2}$ est une taille limite raisonnable).

CONCLUSION

Cette communication propose et étudie divers critères d'optimalité d'architectures d'antenne à sous-réseaux. Ces indices de performances sont mis en oeuvre sur une simulation et quelques règles morphologiques simples sont mises en évidence. Il faut souligner, d'une part, l'arbitraire du choix de ces critères et d'autre part la non existence, en général, d'une solution "universelle" optimisant plusieurs critères simultanément.

BIBLIOGRAPHIE

[1] L. HAYOUN, "Contribution au choix d'architectures d'antennes à sous-réseaux", Thèse de doctorat de l'université d'Orsay, Décembre 1993.
[2] P. DUVAUT, L. HAYOUN , J.P GUYVARCH," Regroupement optimal de capteurs en traitement du signal radar", Traitement du signal, vol. 10, n°2, pp105-115, 1993.
[3] J.P. GUYVARCH, "Balayage électronique intégré pour autodirecteurs radiofréquence", Revue technique THOMSON-CSF, vol. 25, N° 3, Septembre 1993.
[4] P. STOICA, A. NEHORAI, "Music, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound", IEEE Trans. on Acoustics Speech and signal processing, vol. 37, N° 5, pp 720-741, May 1989.
[5] P. DUVAUT, "Traitement du signal, concept et applications", Edition Hermes, Paris 1991.