

APPORT DE LA POLARIMETRIE
POUR L'ANTIBROUILLAGE DES RESEAUX PHASES

Gilles VIEILLARD, Christian MUSSO
ONERA DES
Chemin de la Hunière et des Joncherettes
91120 Palaiseau

RESUME

L'article présente un détecteur de cible qui utilise les capacités polarimétriques des réseaux d'antennes afin d'éliminer les sources de brouillage. Ce détecteur est défini à partir d'un test statistique basé sur un rapport de vraisemblance. Nous établissons les lois de probabilité du critère de détection qui nous permettent d'évaluer la probabilité de fausse alarme et de détection. Des simulations montrent l'apport de ce détecteur dans les cas critiques où le brouilleur est proche angulairement de la direction visée.

ABSTRACT

This paper presents a radar target detection algorithm using polarimetric measures of a phased array. This algorithm is based on a likelihood ratio test. The probability laws of the detection criterion are established in order to compute the probability of false alarm and detection. Simulations show that this method improves the detection results compared with classical methods, when the jammer is in the main lobe.

1. INTRODUCTION

Actuellement, les systèmes d'antibrouillage conçus pour les réseaux d'antennes permettent une réjection angulaire des sources de brouillage en adaptant le diagramme de gain du réseau dans un espace à deux dimension (site, gisement). En considérant l'évolution des radars qui favorisent les traitements polarimétriques, nous étudions dans ce contexte, l'apport de la polarimétrie à l'antibrouillage d'un réseau de capteurs diversement polarisés destiné à la détection. La polarisation introduit alors deux dimensions supplémentaires pour adapter le diagramme de gain.

Dans l'exposé, nous définissons le critère de détection optimum pour une cible dont la polarisation et l'amplitude sont inconnues. Il s'agit d'un test statistique basé sur un rapport de vraisemblance où la polarisation est estimée et utilisée dans le test de détection.

2. MODELISATION

2.1. Géométrie du problème

Par convention, nous adoptons pour cette étude les définitions courantes des angles utilisés en antenne. Soit, une antenne placée dans le plan (x, y) et des directions représentées chacune par un vecteur unitaire d(site, gisement) pour lequel nous utilisons également ses projections u et v respectivement sur les axes x et y.

L'antenne est constituée de N capteurs de polarisation horizontale (H, axe x) ou verticale (V, axe y). On définit $g_h(u, v)$ et $g_v(u, v)$ les gains complexes en amplitude du capteur i, respectivement pour un signal polarisé en H et V, et $G = [g_h, g_v]$ la matrice de dimension (N x 2) représentative de ces gains.

2.2. Réception d'un signal polarisé

Dans un système radar, le signal reçu d'une cible dépend de la polarisation du signal émis par le radar et de la matrice de rétrodiffusion S de la cible. Si on admet que le signal est émis par le radar avec une polarisation fixée et que l'orientation de la cible pendant la durée du pulse reste inchangée (c'est-à-dire S constante), alors le signal reçu peut être considéré comme complètement polarisé et son vecteur de polarisation p est stationnaire pendant la durée du traitement.

Le cas général est une polarisation elliptique $p(\gamma, \eta) = [\cos\gamma, \sin\gamma e^{j\eta}]^T$ et $|p|=1$ avec η le déphasage entre les composantes H et V.

Lorsque $\eta=0$, la polarisation est rectiligne d'inclinaison γ .

Signal reçu

Le vecteur signal du réseau X(t) est constitué des N signaux reçus par les capteurs :

$$X(t) = S(t) + B(t) \quad \text{avec}$$

$$S(t) = \text{diag}(D) G(u, v) p \mu(t) e^{j\omega_s t}$$

$$= \left[\left[g_h \cos\gamma + g_v \sin\gamma e^{j\eta} \right] \mu(t) e^{j\omega_s (t-\tau)} \right]_{i=1 \text{ à } N}$$



On notera :

- $a(t) = \mu(t)e^{j\omega_0 t}$, l'amplitude complexe du signal;
- $q = pa(t)$, le vecteur des composantes en H et V du signal;
- $S(t)$, le signal utile;
- D , le vecteur qui caractérise une direction;
- $\text{diag}(D)$, matrice dont la diagonale est le vecteur D ;
- $A(u, v) = \text{diag}(D(u, v))G(u, v)$, la matrice de dim $(N \times 2)$ caractéristique de la direction et du gain dans la direction (u, v) ;
- $B(t)$, le vecteur du bruit constitué des signaux des brouilleurs et du bruit thermique de réception de puissance σ^2 . B est considéré comme un vecteur complexe aléatoire gaussien de matrice de covariance R : $B \sim N(0, R)$

$$P(B) = \frac{1}{\pi^N \det(R)} e^{-B^* R^{-1} B^T}$$

3. DETECTION

3.1. Principe

Nous cherchons le traitement optimum permettant de détecter un signal dans une direction visée sans pour autant connaître sa polarisation, étant donné que le signal reçu peut être de polarisation différente de celle du signal émis. Pour résoudre ce problème de façon optimum, nous proposons un test basé sur le principe du maximum de vraisemblance. Pratiquement, il s'agit d'un problème composé où il faut estimer la polarisation optimum pour l'utiliser dans le test de détection de la cible, ces deux problèmes étant résolus simultanément.

3.2. Estimation de la polarisation cible

On considère les deux hypothèses :

H_0 cible absente : $X = B$, $E(X) = 0$

H_1 cible présente : $X = S + B$, $E(X) = S = Aq$

Les densités de probabilité du signal X sous les hypothèses H_0 et H_1 sont alors :

$$P(X|H_0) = K \exp(-X^T R^{-1} X^*)$$

$$P(X|H_1) = K \exp(-(X-S)^T R^{-1} (X-S)^*)$$

$$\text{avec } K = \frac{1}{\pi^N \det(R)}$$

L'estimateur optimum \hat{q} du vecteur du signal est celui qui maximise la vraisemblance $P_q(X|H_1)$.

On pose :

$$F(X) = \ln(P_q(X|H_1)) \\ = -X^T R^{-1} X^* - q^T A^T R^{-1} A^* q^* + 2 \text{Re}(X^T R^{-1} A^* q^*)$$

L'estimateur \hat{q} est obtenu en annulant la dérivée de $F(X)$ soit :

$$\frac{\partial F}{\partial q} = 2(X^T R^{-1} A^*)^T - 2A^H R^{-1} A q = 0 \\ \leftrightarrow \hat{q} = (A^H R^{-1} A)^{-1} (X^T R^{-1} A^*)^T$$

Remarque :

A partir de \hat{q} , il est alors possible de déterminer les paramètres de polarisation de l'onde reçue :

$$\gamma = \arctg\left(\frac{|q_2|}{|q_1|}\right); \quad \eta = \arg(q_2) - \arg(q_1)$$

$$\text{avec } q = [q_1, q_2]^T$$

3.3. Critère de détection

Le test de détection est basé sur le rapport de vraisemblance :

$$\Lambda(X) = \frac{P(X|H_1)}{P(X|H_0)} \\ = \frac{\exp(-(X-S)^T R^{-1} (X-S)^*)}{\exp(-X^T R^{-1} X^*)}$$

En substituant S par $A\hat{q}$, on étudie le critère :

$$c(X) = \ln(\Lambda(X)) \\ = X^T R^{-1} A^* (A^T R^{-1} A^*)^{-1} A^T R^{-1} X^*$$

A partir de ce critère, on effectue le test de détection sur le signal X :

$$H_1 \\ c(X) \underset{H_0}{\underset{>}{<}} \alpha$$

où α s'exprime en fonction de la probabilité de fausse alarme (PFA) ou de la probabilité de détection (PD).

Par la suite, on utilisera la notation :

$$M = R^{-1} A^* (A^T R^{-1} A^*)^{-1} A^T R^{-1}$$

3.4. Développements sur le critère $c(X)$

La matrice $m = (A^* R^{-1} A^T)^{-1}$ est de dim (2×2) , hermitienne et définie positive. On notera $m = UU^H$ sa décomposition de choleski où U est la "racine" de m .

Le critère peut alors se décomposer :

$$c(X) = Y^T Y^* = X^T P P^H X^*$$

avec $P = R^{-1} A^* U$ matrice de dim $(N \times 2)$

Le vecteur $Y = [y_H, y_V]^T = P^T X$ représente les voies de polarisation H et V après focalisation dans la direction visée et traitement d'antibrouillage maximisant le rapport signal à bruit.

Précisions sur le bruit après traitement

Pour $X=B$, la puissance du bruit est (avec M symétrique):



$$E[B^T M B^*] = E[\text{trace}(M B^* B^T)] = \text{trace}(M R) \\ = \text{trace}(A^T R^{-1} A^* (A^T R^{-1} A^*)^{-1}) = \text{trace}(I_{d_2}) = 2$$

Ainsi, quelle que soit la puissance du bruit en entrée, elle est ramenée à une valeur constante de 3dB en fin de traitement.

3.5. Lois de probabilité du critère c(X)

On considère le critère c(X) comme une variable aléatoire dont nous allons déterminer les lois de probabilité sous les hypothèses H₁ puis H₀.

Sous l'hypothèse H₁ :

$$X = S+B ; X \sim N(S, R)$$

C'est-à-dire que X est un vecteur aléatoire de loi normale centré en S et de matrice de covariance R.

Soit la décomposition de Choleski :

$$U^T U^* = R^{-1}, \text{ on pose } Z = \sqrt{2} U X$$

La loi de Z est donc normale de moyenne $\sqrt{2} U S$ et de

covariance 2Id : $Z \sim N(\sqrt{2} U S, 2I_d)$

avec Z, le critère devient :

$$c(X) = \frac{1}{2} Z^T Q Z^*$$

$$\text{où } Q = U^* A^* (A^T R^{-1} A^*)^{-1} A^T U^T$$

$$Q = Q^H = Q Q \text{ matrice idempotente de rang 2}$$

et en considérant les parties réelles et imaginaires de Z :

$$c(X) = \frac{1}{2} [\text{Re}(Z^T) Q \text{Re}(Z) + \text{Im}(Z^T) Q \text{Im}(Z)]$$

Les termes $\text{Re}(Z) Q \text{Re}(Z)$ et $\text{Im}(Z^T) Q \text{Im}(Z)$ ont chacun une distribution χ^2 (Q idempotente) non centrée à 2 degrés de liberté ($\text{rang}(Q) = 2$) et de paramètres de non centralité $2 \text{Re}(U S)^T Q \text{Re}(U S)$ et $2 \text{Im}(U S)^T Q \text{Im}(U S)$, respectivement pour le premier et deuxième terme [3].

La somme de ces deux termes indépendants suit alors une loi du χ^2 de degré $n = 4$ et de paramètre de non centralité $\delta = 2(U S)^T Q (U S)^* = 2 S^T M S^*$, soit deux fois la puissance, après traitement, du signal non bruité.

La densité d'une variable aléatoire ayant cette loi de probabilité est :

$$p(x) = {}_0F_1\left(\frac{1}{2}n, \frac{1}{4} \delta x\right) \frac{1}{2^{n/2} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{n/2-1} e^{-\frac{1}{2}(x+\delta)}$$

$$\text{avec } {}_0F_1(a, b) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a-1)! b^k}{(a+k-1)! k!}$$

fonction hypergéométrique.

En posant $\beta = \frac{\delta}{2} = S^T M S^*$, la loi du critère c(X) vaut :

$$p(x|H_1) = x e^{-(x+\beta)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\beta x)^k}{(k+1)! k!} \quad x \geq 0$$

Sous l'hypothèse H₀ :

X=B, le coefficient de non centralité δ est nul et la loi de c(X) est un χ^2_4 centré.

$$p(x|H_0) = x e^{-x}$$

3.6. Probabilités de fausse alarme (PFA) et de détection (PD)

L'objectif de ce paragraphe est l'obtention des courbes COR (PD, PFA) du détecteur en présence d'une cible non fluctuante.

Probabilité de fausse alarme

Il y a fausse alarme lorsque le test décide l'hypothèse H₁ alors que le signal est absent :

$$PFA = \int_{\alpha}^{\infty} p(x|H_0) dx = \int_{\alpha}^{\infty} x e^{-x} dx = (1+\alpha) e^{-\alpha}$$

Probabilité de détection

De la même façon, la probabilité d'avoir une détection est celle d'avoir $c(X) > \alpha$ quand la cible est effectivement présente :

$$PD = \int_{\alpha}^{\infty} p(x|H_1) dx = \int_{\alpha}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\beta x)^k}{(k+1)! k!} e^{-(x+\beta)} dx$$

La fonction à intégrer étant positive sur tout le domaine d'intégration :

$$PD = e^{-\beta} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\beta^k}{(k+1)! k!} \int_{\alpha}^{\infty} x^k e^{-x} dx \\ = e^{-\beta} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\beta^k}{(k+1)! k!} \left[-e^{-x} \sum_{j=0}^k \frac{x^j}{j!} k! \right]_{\alpha}^{\infty} \\ = e^{-(\alpha+\beta)} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{\beta^k}{k!} \sum_{j=0}^{k+1} \frac{\alpha^j}{j!} \right]$$

Nous présentons (figure 1) les courbes COR à rapport Signal sur Bruit constant.

4. SIMULATIONS

Le réseau est constitué de 16 antennes isotropes et de polarisations idéales (gain en polarisation directe = 1, croisée = 0). Pour chaque position angulaire du brouilleur de polarisation ($\gamma = 10^\circ$, $\eta = 45^\circ$) et de puissance 30dB, on teste 5000 signaux représentant une cible de puissance moyenne 10dB, fluctuante en amplitude et en polarisation, en utilisant une covariance du bruit R estimée et un seuil de détection α calculé pour une PFA de 10^{-8} . On obtient ainsi un taux de détection révélateur de la qualité du test. Le même scénario est utilisé pour



comparer les trois types de réseaux suivants :

- 16H, toutes les antennes sont polarisées horizontalement. Le réseau antibrouille seulement en direction.

- 8H8V classique, la moitié des antennes est polarisée verticalement. En réception, le réseau vise la polarisation qu'il a émise (fixée ici à $\gamma=45^\circ$, $\eta=0^\circ$).

- 8H8V polarimétrique, la configuration des antennes est comme ci-dessus, mais le traitement utilise le détecteur étudié dans le présent article, capable de s'adapter à la polarisation reçue.

Scénario 1 - cible peu dépolarisante (figure 2):

Lorsque le brouilleur est proche de la direction visée, la détection pour les réseaux 8H8V est peu dégradée contrairement à celle du réseau 16H.

Scénario 2 - cible fortement dépolarisante (figure 3):

Le réseau 8H8V obtient des résultats semblables à ceux du scénario précédent, alors que le réseau classique vise 'à côté' en polarisation et détecte plus rarement la cible.

Le détecteur polarimétrique garantit une certaine constance dans les performances et cela, quelle que soit la position angulaire du brouilleur et la nature plus ou moins dépolarisante de la cible. Toutefois, le brouilleur doit avoir une émission polarisée pendant la durée d'estimation du bruit pour que le détecteur puisse effectivement antibrouiller en polarisation.

Bibliographie:

[2] Weiss A.J., Friedlander B.

Performance analysis of diversely polarized antenna arrays'.

IEEE trans. signal processing, vol. 39, n° 7, pp 1589-1603 (1991)

[3] Robb J. Muirhead

Aspect of multivariate statistical theory
John Wiley & sons, inc.

[4] Haykin S., Livta J., Shephend T.J.

Radar Array Processing

Springer-Verlag, Heidelberg (1993)

[6] Schneider R., Wanielik G.

Polarimetric Array Processing

IREST (1993)

[7] Ziegler V., Lüneburg E., Schroth A.

Analysis of random radar target : a polarimetric covariance matrix concept

IREST (1993)

figure 1

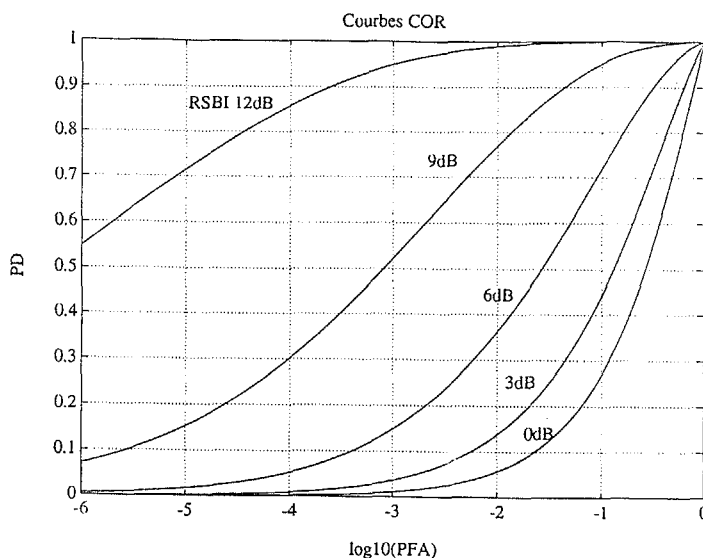


figure 2

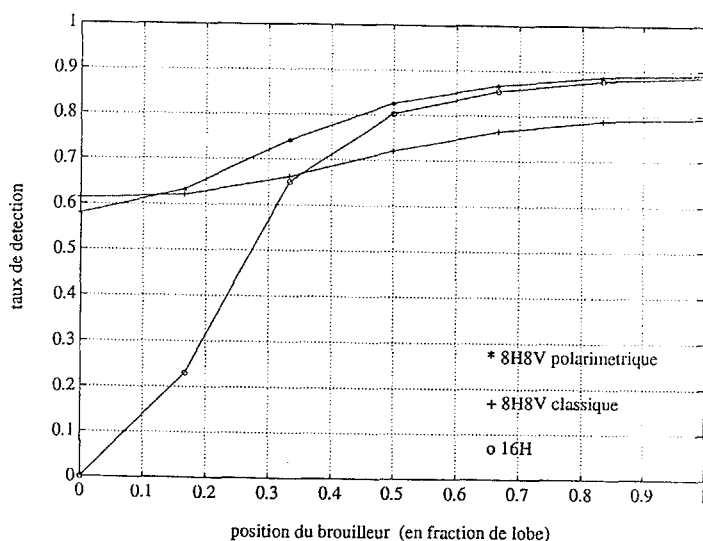


figure 3

