

Segmentation de signaux sonar par ondelettes de Malvar.

Eva Wesfreid

Laboratoire de Mathématiques Appliquées, UNIVERSITÉ DU LITTORAL.
Ceremade, UNIVERSITÉ PARIS DAUPHINE. (eva@ceremade.dauphine.fr)

RÉSUMÉ

On présente une méthode de segmentation de signaux sonar qui utilise le *spectre local* issu de l'application de l'algorithme rapide de transformée en *ondelettes de Malvar*. Des événements localisés en temps, clicks de mammifères sous-marins, ont été caractérisés par des *atomes temps fréquence* qui ont servi à la segmentation. Le signal peut présenter des parasites *quasi stationnaires* qui empêchent la visualisation des clicks; dans ce cas on modifie le signal en annulant le spectre correspondant.

1 Introduction

L'algorithme rapide de transformée en *ondelettes de Malvar*^{[1][2]} calcule un *spectre local* en utilisant une transformée *trigonométrique locale* d'un signal préalablement partitionné à l'aide de l'opérateur *folding*^{[4][5]}. Cet algorithme fournit une représentation temps fréquence segmentée en *bandes temporelles* lorsqu'on l'applique à un signal, en *bandes fréquentielles* lorsqu'on l'applique à sa transformée de Fourier.

De plus, on peut adapter cette représentation à la structure particulière de chaque signal par l'introduction d'un critère de minimisation d'entropie^{[5][6]}.

Néanmoins, un problème subsiste lorsque le signal présente une structure *localisée* (clicks) dans une certaine bande fréquentielle et *quasi stationnaire* dans une autre. Le critère de minimisation d'entropie choisit un seul segment lorsque l'amplitude du spectre de la structure *quasi stationnaire* (parasites) est plus grande que celle des clicks, les phénomènes localisés ne sont alors pas toujours visibles dans le *plan temps fréquence*. Les parasites peuvent être éliminés en analysant la transformée de Fourier du signal, en détectant ses *bandes fréquentielles* et en annulant le spectre correspondant.

On décrit l'algorithme rapide de transformée en *ondelettes de Malvar* dans la section 2, on l'applique pour analyser un signal et sa transformée de Fourier dans la section 3, on présente la méthode de segmentation dans la section 4.

2 Calcul du spectre

Les fonctions à énergie finie peuvent être considérées comme combinaisons linéaires des *ondelettes de Malvar* (fig.1).

$$f(t) = \sum_{j,k} c_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (1)$$

ABSTRACT

We present a segmentation method for sonar signals using a local spectral representation computed with the *fast Malvar wavelet transform*.

The time localised phenomenon, sea mammals' clicks, are characterized by *time frequency atoms* used for segmentation. Almost stationary parasites which impede clicks visualisation can be present, in this case the signal is modified by cancelling the corresponding spectral coefficients.

$$\psi_{j,k}(t) = w_j(t)g_{j,k}(t) \quad (2)$$

$$g_{j,k}(t) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{|I_j|}} \cos \frac{\pi}{|I_j|} (k + \frac{1}{2})(t - a_j) \quad (3)$$

L'ensemble des coefficients

$$c_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle \quad (4)$$

constitue le *spectre de Malvar* (ou *spectre local*) de f définie sur la partition

$$R = \bigcup_{j \in \mathbb{Z}} I_j \quad (5)$$

$I_j = [a_j, a_{j+1}]$, $|I_j| = a_{j+1} - a_j$ et $w_j(t)$ ^{[7][9]} est l'enveloppe de l'ondelette (fig. 1) sur I_j .

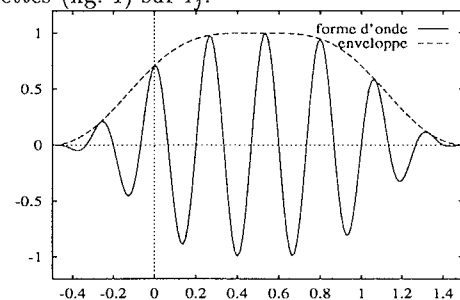


FIG. 1 - Ondelette de Malvar sur [-0.5,1.5]

On utilise l'algorithme rapide dû à V. Wickerhauser^[5] qui calcule deux *spectres locaux*, l'un défini sur une *partition uniforme* (choisie a priori), l'autre défini sur une *partition optimale* (obtenue par un critère de minimisation d'entropie).

Cet algorithme utilise l'opérateur *folding*^[3]

$$U_j f(t) = \begin{cases} w_j(t)f(t) + w_j(2a_j - t)f(2a_j - t) & t \geq a_j \\ w_j(2a_j - t)f(t) - w_j(t)f(2a_j - t) & t < a_j \end{cases} \quad (6)$$



et l'opérateur adjoint *unfolding*

$$U_j^* f(t) = \begin{cases} w_j(t)f(t) - w_j(2a_j - t)f(2a_j - t) & t \geq a_j \\ w_j(2a_j - t)f(t) + w_j(t)f(2a_j - t) & t < a_j \end{cases} \quad (7)$$

ils vérifient

$$U_j^* U_j = U_j U_j^* = 1 \quad (8)$$

sur $[a_j - r, a_j + r]$ avec $0 < 2r < |I_j|$ et $0 < 2r < |I_{j-1}|$.

Si

$$T_j f(t) = \begin{cases} U_j f(t) & \text{if } t \in [a_j, a_j + r] \\ f(t) & \text{if } t \in [a_j + r, a_{j+1} - r] \\ U_{j+1} f(t) & \text{if } t \in [a_{j+1} - r, a_{j+1}] \end{cases} \quad (9)$$

alors $\psi_{j,k}(t) = T_j^* \phi_{j,k}(t)$ avec $\phi_{j,k}(t) = \chi_{I_j}(t)g(t)$, $(\chi_{I_j}(t))$ prend la valeur 1 si $t \in I_j$ et 0 sinon.

En conséquence

$$c_{j,k} = \langle f_j, \phi_{j,k} \rangle$$

est une transformée trigonométrique classique (dans le cas discret, DCT-IV^{[3][8]}).

Soit $f[z]$ un signal défini sur l'intervalle de temps $I = [0, 2^q] \cap \mathbb{Z}$ et soit

$$I = \bigcup_{j \in [0, 2^q]} I_j \quad (10)$$

avec $n = 2^b$, $I_j = [a_j, a_{j+1}]$, $a_j = jn$ et $2^a 2^b = 2^q$.

L'opérateur T_j découpe f en 2^a signaux $\{f_0, f_1, \dots, f_{2^a}\}$ définis sur les intervalles de la partition. Chaque f_j est la restriction à I_j d'une fonction g_j définie sur $[a_j - r, a_{j+1} + r]$ avec $0 < 2r < n$ et vérifiant $g[a_j + t] = g[a_j - t]$ (paire à gauche) et $g[a_{j+1} + t] = -g[a_{j+1} - t]$ (impaire à droite) pour $|t| < r$.

Le spectre de Malvar défini sur la partition uniforme est obtenu en utilisant l'algorithme rapide^{[3][8]} de transformée en cosinus discrète DCT-IV

$$c_{j,k} = \langle f_j(t), \phi_{j,k}(t) \rangle$$

sur chaque f_j .

La partition *optimale* est obtenue par la méthode du *merging* qui consiste à remplacer $[a_{j-1}, a_j]$ et $[a_j, a_{j+1}]$ par $[a_{j-1}, a_{j+1}]$ suivant un critère de minimisation de l'entropie du spectre.

On calcule le spectre local $c_{j,k}^l$ avec $k \in [0, 2^{b+l}[$ et $j \in [0, 2^{a-l}[$ défini sur chaque partition

$$I = \bigcup_{j \in [0, 2^{a-l}[} I_j^l \quad (11)$$

avec $n_l = 2^{b+l}$, $I_j^l = [jn_l, (j+1)n_l]$ et $l \in \{0, 1, \dots, L\}$ et on considère la fonction coût

$$H(c_j^l) = \sum_k |c_{j,k}^l|^2 \log |c_{j,k}^l|^2.$$

Le spectre ainsi obtenu fournit une représentation *temps-fréquence* segmentée en *bandes temporelles* (fig.2) lorsqu'on analyse le signal et *fréquentielles* (fig.4) lorsqu'on analyse sa transformée de Fourier.

On peut reconstruire $\{f_0, f_1, \dots, f_N\}$ en utilisant la DCT-IV sur le spectre local, l'application de l'opérateur *unfolding* permet d'obtenir le signal de départ f ; une synthèse peut aussi être réalisée après modification d'une partie du spectre.

3 Représentation temps-fréquence

L'algorithme décrit précédemment a été utilisé pour détecter et segmenter des événements localisés, clicks de mammifères sous-marins, dans un milieu bruité, en présence des parasites *quasi stationnaires*.

La fig.2 montre une représentation *temps-fréquence* (temps en abscisse et fréquence en ordonnée) d'un signal sonar $S(t)$ analysé sur une *partition uniforme* avec $n = 256$ ($a = 8$).

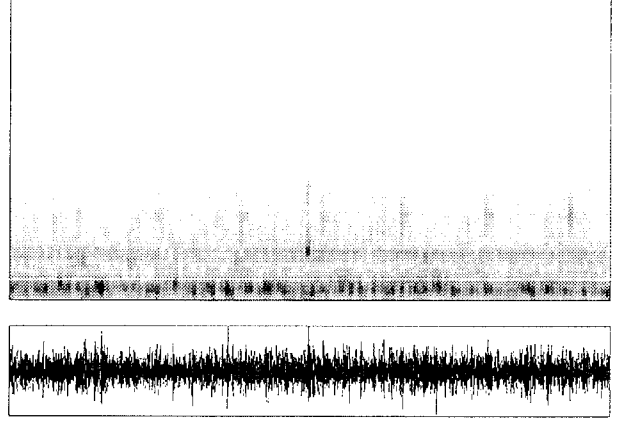


FIG. 2 - Spectre de $S(t)$ sur une *partition uniforme*

La *partition optimale* obtenue en appliquant le critère de minimisation d'entropie (décrit précédemment) au signal $S(t)$ donne un seul segment.

$$S(t) = \sum_k c_{0,k} \psi_{0,k}(t) \quad (12)$$

$$c_{0,k} = \langle S(t), \psi_{0,k}(t) \rangle \quad (13)$$

La représentation spectrale (fig.3) est donc globale et inutilisable pour la détection et la caractérisation des phénomènes localisés(en temps) tels que les clicks.

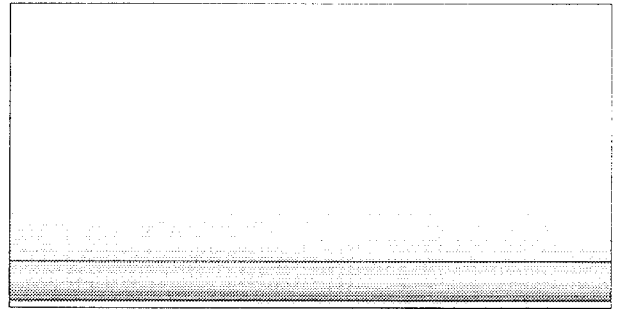


FIG. 3 - Spectre de $S(t)$ sur une *partition optimale*

Ce comportement est dû à la présence de parasites *quasi stationnaires* qui font que le coût du spectre de deux intervalles adjacents soit plus grand que celui du spectre correspondant à l'union des ces intervalles

$$H(c_j^l) + H(c_{j+1}^l) > H(c_j^{l+1})$$

On va donc découper $S(t)$ en deux signaux, $h(t)$ comportants les parasites et $g(t)$ les clicks.

$$S(t) = g(t) + h(t)$$

($\langle g, h \rangle = 0$) en analysant la transformée de Fourier du signal $S(t)$.

Le *spectre local* de $\hat{S}(t)$ donne une représentation en *bandes fréquentielles* (cf, fig. 4, fréquences en abscisse et temps en ordonnée).

$$\hat{S}(v) = \sum_{j,k} c_{j,k} \psi_{j,k}(v) \quad (14)$$

$$c_{j,k} = \langle \hat{S}(v), \psi_{j,k}(v) \rangle \quad (15)$$

associée à la partition fréquentielle

$$[0, K] = \bigcup_j L_j \quad (16)$$

où $L_j = [k_j, k_{j+1}]$. On dira que le spectre à l'intérieur de L_j correspond à un parasite si

$$|c_{j,k}| > Q \quad (17)$$

$\forall k \in I_j$ (Q un seuil fixé au préalable).

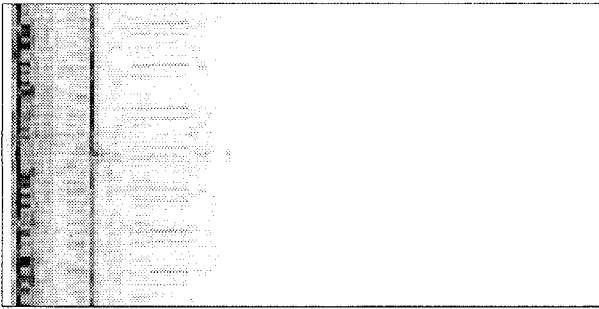


FIG. 4 - Spectre de $\hat{S}(t)$ sur la *partition optimale*

On annule les coefficients spectraux qui vérifient 17 et on synthétise le signal $g(t)$ à partir du spectre ainsi modifié.

Le critère de minimisation d'entropie appliqué à ce signal sélectionne une *partition optimale* bien adaptée à sa structure (fig. 5).

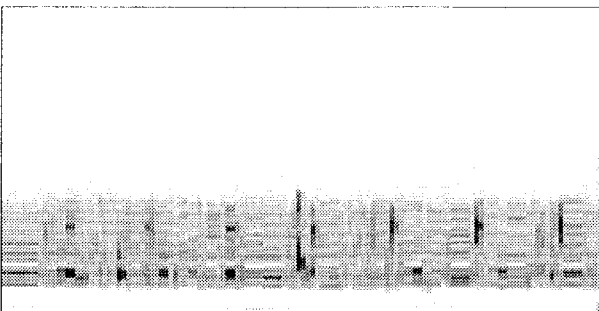


FIG. 5 - Spectre de $g(t)$ sur une *partition optimale*

4 Segmentation

Les événements localisés dus aux clicks sont maintenant visibles, chacun étant caractérisé par un *atome temps-fréquence*,

$$[a_i, a_{i+1}] * [v_i, v_j]$$

où $[a_j, a_{j+1}]$ est un intervalle temporel de la *partition optimale* dans lequel l'événement se produit et $[v_j, v_{j+1}]$ est un intervalle fréquentiel pour lequel l'amplitude du spectre défini sur $[a_j, a_{j+1}]$ dépasse un certain seuil M fixé au préalable.

Soit $c_{j,k}$ avec $0 < k < |I_j|$ le *spectre local* (fig. 6) du signal $g(t)$ défini sur la *partition optimale*

$$I = \bigcup_{j \in \mathbb{Z}_0} I_j \quad (18)$$

avec $I_j = [a_j, a_{j+1}]$. La segmentation est donnée par l'ensemble d'intervalles I_j vérifiant

$$\max_k |c_{j,k}| > M$$

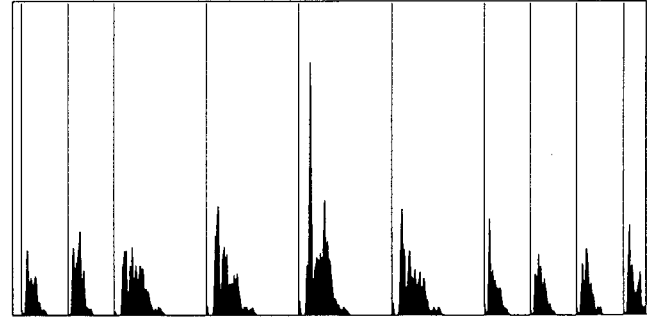


FIG. 6 - Spectre de $g(t)$ sur une *partition optimale*

La fig. 6 montre une partie du *spectre local* du signal $g(t)$, le seuil M fixé à 3000 a donné l'*atome temps-fréquence*

$$[3594, 4106] * [65, 82]$$

où $[a_j, a_{j+1}] = [3594, 4106]$ est un intervalle de la segmentation.

Remerciements

L'auteur remercie R. Coifman et V. Wickerhauser pour leurs conseils avisés.

References

- [1] R. R. Coifman and Y. Meyer, *Remarques sur l'analyse de Fourier à fenêtre*, série I, C. R. Acad. Sci. Paris **312**, pp. 259-261. (1991)
- [2] H. Malvar, *Lapped transforms for efficient transform / sub-band coding*, IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, **38**, pp. 969-978. (1990)
- [3] H. Malvar, *Signal Processing with Lapped transforms*, ARTECH HOUSE, Boston, London (1992)
- [4] V. Wickerhauser, INRIA Lecture on Wavelet Packet Algorithms, pp. 21-28. (1991)
- [5] M. V. Wickerhauser, *Adapted wavelet analysis from theory to software*, A. K. Peters Wellesley, Massachusetts, 1994.
- [6] R. R. Coifman and M. V. Wickerhauser, *Entropy-based algorithms for best-basis selection*, IEEE Trans. Info. Theory, March, 1992.
- [7] P. Auscher, G. Weiss and M. V. Wickerhauser, *Local cosine Transform in Wavelets and Their Applications*, Wavelets : A Tutorial in Theory & Applications Ed, by C. K. Chui (Academic Press) 1992.
- [8] Yip Rao, *Discrete cosine transform* (1989)
- [9] Y. Meyer, *Les Ondelettes, Algorithmes et Applications* (Armand Colins) 1992.