

## UNE VERSION FRÉQUENTIELLE DE L'ÉGALISEUR À RETOUR DE DÉCISION POUR LA CORRECTION DES CANAUX À RÉPONSE IMPULSIONNELLE LONGUE

**Kostas BERBERIDIS\*, Jacques PALICOT\*\***

\*\* CCETT (Centre Commun d'Etudes de Télédiffusion et Télécommunications)  
Rue du Clos Courtel - BP 59 - 35512 Cesson-Sévigné - France

\* Computer Technology Institute - P.O. Box 1122, Patras 26110 - Grèce

### RÉSUMÉ

Cet article propose une version bloc et fréquentielle de l'égaliseur à retour de décision (B-ERD). La partie filtrage de cet égaliseur est optimisée afin d'être réalisable dans un circuit intégré alors que la partie mise à jour des coefficients optimise le nombre d'opérations. La formulation en bloc dans le domaine fréquentiel utilise des tailles de bloc différentes pour chaque partie.

Cet égaliseur associe la faible charge de calcul des techniques de filtrage rapide aux très bonnes performances de l'égaliseur à retour de décision ce qui le rend particulièrement bien adapté à la correction des canaux à réponse impulsionnelle longue.

### 1 - INTRODUCTION

Un des problèmes les plus importants, lors d'une transmission numérique, est la distorsion du signal créée par les conditions de propagation. Cette distorsion est, en général, très efficacement combattue par des systèmes d'égalisation classique lorsque la réponse impulsionnelle du canal est courte.

Lorsque la réponse impulsionnelle devient longue, inhérente à la nature du canal ou à cause de conditions de propagation très difficiles, l'interférence entre symboles est très difficile à éliminer.

Généralement, ces réponses impulsionnelles longues, qui dépendent du canal et de la fréquence du signal, correspondent à plusieurs centaines de symboles successifs. Supprimer l'interférence entre symboles nécessite alors des égaliseurs de plusieurs centaines de coefficients. La réalisation pratique de tels égaliseurs est souvent impossible notamment lorsque la fréquence symbole est élevée.

Certains auteurs proposent de déplacer des groupes de coefficients aux endroits où la réponse impulsionnelle est perturbée [4]. Les performances d'une telle technique sont clairement sous-optimales et le gain en nombre d'opérateurs est contrebalancé par l'accroissement de la logique de contrôle et des lignes à retard.

Une autre solution consiste à utiliser des algorithmes de filtrage rapide ainsi que des techniques de filtrage en blocs [2], [6], [7], [8]. Cependant ces techniques ne sont bien appropriées que pour des égaliseurs linéaires et ont par conséquent les inconvénients bien connus de ces égaliseurs. Il est bien connu qu'un égaliseur à retour de décision (ERD) a des performances supérieures à celles d'un égaliseur linéaire. Une des caractéristiques de l'ERD est que l'Interférence Entre Symboles

### ABSTRACT

In the proposed paper a Block Decision Feedback Equalizer implemented in the frequency domain is derived. The equalizer consists of two distinct parts, namely a filtering scheme which involves a low number of operators and a computationally efficient filter updating scheme.

In both parts, block formulations in the frequency domain are developed, with different block sizes for each case. The resulting equalizer enjoys the computational advantages of frequency domain implementations offering at the same time the well-known superior performance of Decision Feedback Equalization. This equalizer is well-adapted for channels with long impulse response.

(IES) postcurseur est corrigée presque parfaitement par la partie réursive de l'égaliseur. De plus, comme le bruit n'est considéré que dans la partie directe, le compromis qualité de la correction - augmentation du bruit ne se pose pas dans la partie réursive.

Dans cet article nous proposons un égaliseur à retour de décision dans le domaine fréquentiel à la fois pour la partie filtrage et la partie mise à jour des coefficients. Le schéma de filtrage proposé produit des décisions bloc par bloc et de ce fait réduit de manière significative la complexité. De même, un nouvel algorithme ERD dans le domaine fréquentiel est proposé pour la partie mise à jour des coefficients.

Dans cet article nous faisons l'hypothèse que les réponses impulsionnelles longues sont dissymétriques : les perturbations en avance sont proches de l'échantillon central alors que les perturbations en retard sont très longues. De plus, nous considérons des cas, particulièrement sévères, ou les perturbations longues sont de fortes amplitudes. Ce type de réponse impulsionnelle se retrouve dans de nombreuses applications notamment dans les liaisons terrestres, les faisceaux, les liaisons radio mobiles, les réseaux de câble, les liaisons MMDS (Multipoint Multichannel Distribution System)...

Un égaliseur classique nécessite alors un très grand nombre de coefficients dont le retard équivaut à plusieurs fois la durée de la perturbation.

### 2 - SCHÉMA DE FILTRAGE RAPIDE POUR LE B-ERD

Une formulation en bloc du filtre à retour de décision n'est pas immédiate compte-tenu du fait qu'il est nécessaire de disposer des estimées du bloc de sortie pour calculer ce même bloc.



Cette difficulté explique en partie le peu de résultats publiés et l'inexistence, à notre connaissance, d'algorithmes en blocs pour les structures récursives avec ou sans décision dans la boucle. Pour contourner cette difficulté, nous reformulons l'égaliseur temporel classique échantillon par échantillon tel que présenté figure 1. Dans cette formulation la partie directe ainsi que la partie récursive sont retardées de respectivement  $\tau$  et  $L$  symboles. Le bloc de décisions est découpé en deux parties (b1, b2) calculées séparément par des techniques de filtrage rapide.

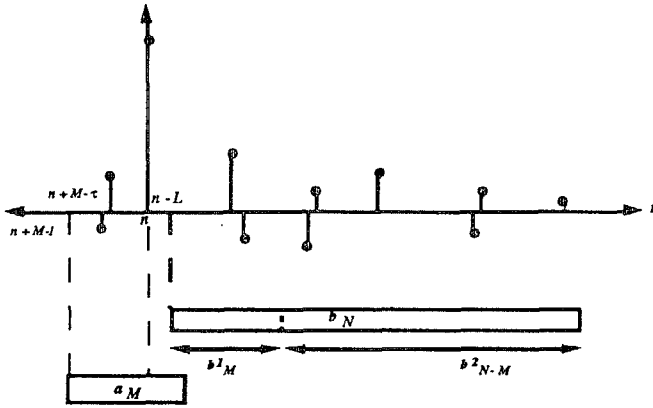


Figure 1 : Position des parties directe (a) et récursive (b) pour l'instant courant n

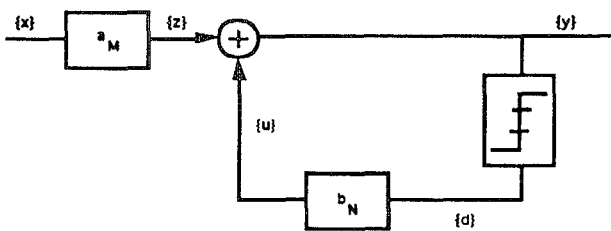


Figure 2 : Filtrage ERD temporel

Dans la suite de cet article, les lettres minuscules et majuscules correspondent respectivement à des variables dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel. Les vecteurs sont notés en caractère gras.

$$z(n) = \mathbf{a}_M^T(n) \mathbf{x}_M(n + M - \tau) \tag{1}$$

$$u(n) = \mathbf{b}_N^T(n) \mathbf{d}_N(n - L) \tag{2}$$

$$y(n) = z(n) + u(n) \tag{3}$$

$$e(n) = d(n) - y(n) \tag{4}$$

$$\mathbf{a}_M(n + 1) = \mathbf{a}_M(n) + 2\mu^a \mathbf{x}_M(n + M - \tau) e(n) \tag{5}$$

$$\mathbf{b}_N(n + 1) = \mathbf{b}_N(n) + 2\mu^b \mathbf{d}_N(n - L) e(n) \tag{6}$$

Avec  $\{x\}$ ,  $\{y\}$ ,  $\{d\}$  respectivement les séquences d'entrée, de sortie et de décisions de l'égaliseur telles qu'elles sont représentées sur la figure 2. Les vecteurs  $\mathbf{a}_M$  et  $\mathbf{b}_N$  représentent les coefficients des parties directe et récursive. La séquence  $\{d\}$  est retardée de  $L$  symboles avant d'être filtrée par la partie récursive. Ce retard  $L$  est faible et par exemple de 8 ou 16 symboles. Le filtrage avant est retardé de  $\tau$  de façon à couvrir la partie non prise en compte par le filtre récursif ( $\tau \geq L$ ).

La séquence de sortie  $\{y\}$  est la somme de la sortie du filtre direct et des sorties des filtres récursifs  $b^1$  et  $b^2$ .

L'écriture en blocs de cette nouvelle formulation donne :

$$\begin{bmatrix} y(n) \\ \vdots \\ y(n+M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z(n) \\ \vdots \\ z(n+M-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u^1(n) \\ \vdots \\ u^1(n+M-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u^2(n) \\ \vdots \\ u^2(n+M-1) \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } u^2(n) = \left( \mathbf{b}_{N-M}^2 \right)^T \begin{bmatrix} d(n-L-M) \\ \vdots \\ d(n-N-L+1) \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\text{et } u^1(n) = \left( \mathbf{b}_M^1 \right)^T \begin{bmatrix} d(n-L) \\ \vdots \\ d(n-L-M+1) \end{bmatrix} \tag{9}$$

Nous supposons que toutes les décisions précédant l'instant courant sont disponibles.

Compte tenu de la découpe réalisée, l'ensemble du bloc de sortie  $\{u^2\}$  peut être calculé.

Dans le bloc de sortie  $\{u^1\}$  seules les composantes  $\{u^1(n) \dots u^1(n+L-1)\}$  peuvent être calculées grâce au retard  $L$  de la partie directe.

Nous découpons le bloc de sortie  $\{u^1\}$  en  $p$  sous-blocs de longueur  $L$  ( $M = p \times L$ ). La connaissance du premier sous-bloc permet de calculer le second sous-bloc, ce qui, à l'aide d'un processus itératif permet de calculer l'ensemble du bloc  $\{u^1\}$ . Cette découpe en sous-blocs met à profit une technique de filtrage rapide présentée dans [7].

La figure 3 illustre le schéma de filtrage.

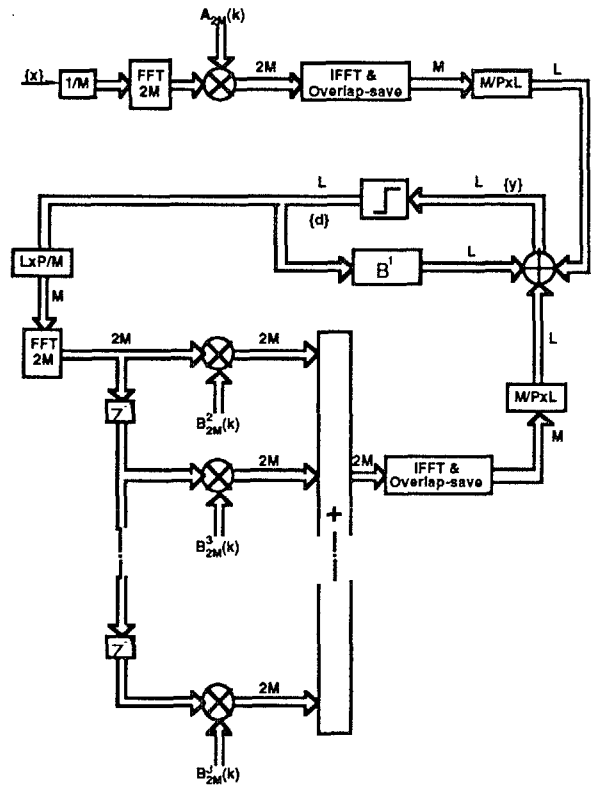


Figure 3 : Schéma du filtre du B-ERD

La partie  $B^2$  du filtre récursif ( $b_{N-M}^2$ ) est découpée en sous-filtres de longueur  $M$  et un schéma de filtrage rapide [7] est appliqué pour obtenir un bloc de  $M$  échantillons de sortie. De façon analogue la partie  $B^1$  du filtre récursif ( $b_M^1$ ) est découpé en  $P$  sous-filtres de longueur  $L$  de façon à obtenir un bloc de  $L$  sorties (voir figure 4).

L'ensemble des trois blocs de  $L$  sorties est additionné dans le domaine temporel et fournit un bloc de  $L$  décisions. Cette opération répétée  $P$  fois fournit le bloc adéquat de sortie  $[y]$  de longueur  $M$ .

### 3 - ALGORITHME ERD DANS LE DOMAINE FRÉQUENTIEL

Nous proposons une formulation dans le domaine fréquentiel de la mise à jour de l'algorithme ERD donné par les équations (4)-(6) dans le domaine temporel.

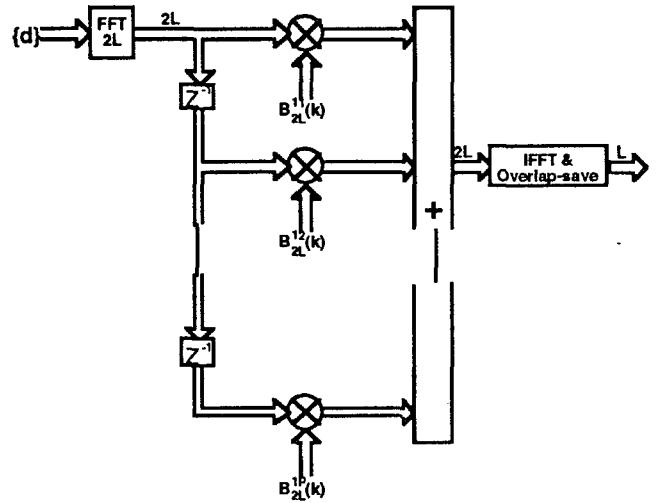


Figure 4 : Détail du filtre  $B^1$

Tableau 1 : Mise à jour de l'algorithme ERD dans le domaine fréquentiel	
Initialisation : $A_{2N}(0) = F\epsilon_{2N}$ , $B_{2N}(0) = F0_{2N}$ , $P_{2N}^x(0) = \delta I_{2N}$ , $P_{2N}^d(0) = \delta I_{2N}$ où $\epsilon_{2N}$ est un vecteur de longueur $2N$ qui vaut un à la position $M - \tau$ et zéro ailleurs. $I_{2N}$ est le vecteur unité de longueur $2N$ .	
Définition des matrices de contraintes : $Q^0 = [0_{N,N} \ I_{N,N}]$ , $Q^M = \begin{bmatrix} I_{M,M} & 0_{M,2N-M} \\ 0_{2N-M,M} & 0_{2N-M,2N-M} \end{bmatrix}$ , $Q^N = \begin{bmatrix} I_{N,N} & 0_{N,N} \\ 0_{N,N} & 0_{N,N} \end{bmatrix}$	
Pour chaque nouveau bloc d'entrée $x(kN + M - \tau), \dots, x(kN + N + M - \tau - 1)$ , calculer :	
$X_{2N}(k) = \text{diag}\{F[x(kN - N + M - \tau), \dots, x(kN + N + M - \tau - 1)]^T\}$	(10)
$D_{2N}(k) = \text{diag}\{F[d(kN - N - L), \dots, d(kN + N - L - 1)]^T\}$	(11)
$e_N(k) = d_N(k) - y_N(k)$	(12)
$E_{2N}(k) = FQ^{0T} e_N(k)$	(13)
$P_{2N}^x(k) = \lambda P_{2N}^x(k-1) + (1-\lambda) X_{2N}^H(k) X_{2N}(k) I_{2N}$	(14)
$P_{2N}^d(k) = \lambda P_{2N}^d(k-1) + (1-\lambda) D_{2N}^H(k) D_{2N}(k) I_{2N}$	(15)
$M_{2N}^A(k) = \mu^a \text{diag}\{[P_1^{-x}(k), \dots, P_{2N}^{-x}(k)]^T\}$	(16)
$M_{2N}^B(k) = \mu^b \text{diag}\{[P_1^{-d}(k), \dots, P_{2N}^{-d}(k)]^T\}$	(17)
$A_{2N}(k+1) = A_{2N}(k) + 2FQ^M F^{-1} M_{2N}^A(k) X_{2N}^H(k) E_{2N}(k)$	(18)
$B_{2N}(k+1) = B_{2N}(k) + 2FQ^N F^{-1} M_{2N}^B(k) D_{2N}^H(k) E_{2N}(k)$	(19)



Compte-tenu du manque de place, le déroulement des équations n'est pas présenté et le tableau 1 résume l'algorithme B-ERD. La longueur de bloc utilisé est égale à  $N$  et les vecteurs  $A_{2N(k)}$  et  $B_{2N(k)}$  sont des vecteurs de dimension  $2N$  correspondant aux coefficients des parties directe et récursive.

Des pas de convergence matriciels, donnés par les équations (16) et (17), sont utilisés dans la mise à jour des coefficients. Les éléments de la diagonale de ces matrices sont inversement proportionnels à la puissance de chaque case fréquentielle de  $\{x\}$  et  $\{d\}$ . On peut en effet montrer que la rapidité de convergence dépend des valeurs propres de  $R_x$  et  $R_d$ .  $R_x$  et  $R_d$  sont les matrices d'autocorrélation de  $\{x\}$  et  $\{d\}$ .

Les décisions utilisées dans les équations (11) et (12) du tableau sont fournies par le filtre présenté au paragraphe précédent.

Comme cela peut aisément être vérifié, la complexité de ce nouvel algorithme est comparable à celle du LMS fréquentiel [2], [3].

#### 4 - RÉSULTATS DE SIMULATION

Les performances de cet égaliseur ont été testées par simulation. La modulation choisie est une MDP4, à laquelle un bruit blanc gaussien, en sortie du canal, a été additionné.

Le pouvoir de correction de l'égaliseur est illustré figures 5 et 6. La réponse impulsionnelle du canal comprend 5 échos d'amplitude - 17 dB, - 11 dB, - 14 dB, - 20 dB, - 4 dB et de retard - 14  $T_s$ , 45  $T_s$ , 130  $T_s$ , 210  $T_s$  et 230  $T_s$ . On peut constater la présence d'un écho long et de forte amplitude ce qui correspond à un cas très difficile à corriger.

Dans tous les cas, les tailles des filtres direct et récursif du B-ERD sont respectivement 32 et 256 et les retards  $\tau$  et  $L$  sont égaux à 8.

La figure 5 représente l'Erreur Quadratique Moyenne avec un bruit  $E_b/N_0 = 12$  dB (CNR = 15 dB) pour les versions fréquentielles du LMS (courbe du haut) et de l'égaliseur à retour de décision (courbe du bas). La différence entre les deux techniques est remarquable (> 6 dB).

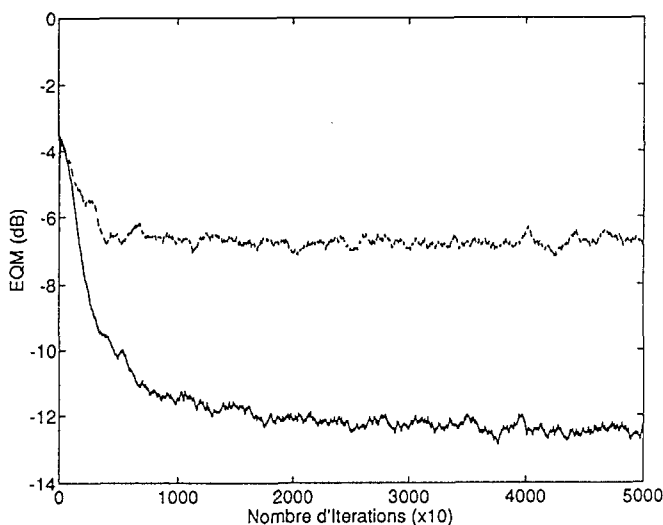
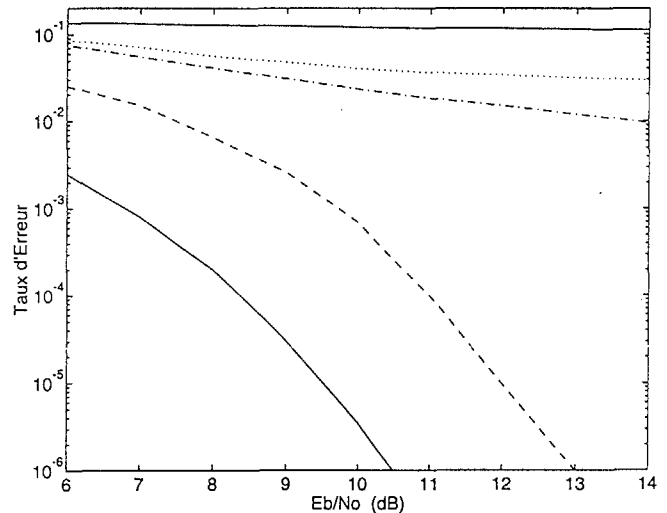


Figure 5 : EQM pour le FLMS et le B-ERD

La figure 6 représente le taux d'erreur dans les mêmes conditions. La courbe du bas correspond à la MDP4 théorique alors que la courbe du haut est la sortie du canal non corrigé. On peut constater que, même en doublant la taille du bloc pour le LMS, les performances ne sont pas satisfaisantes alors que, avec l'égaliseur proposé, la dégradation par rapport à la courbe théorique n'est que de 2,5 dB pour un TEB de  $10^{-4}$ .



..... : FLMS 256  
 - - - - : FLMS 512  
 - - - - : B-ERD

Figure 6 : TEB pour le FLMS et le B-ERD

#### RÉFÉRENCES

- [1] J.G. Proakis, "Digital Communications", McGraw-Hill Book Co., 1989.
- [2] E.R. Ferrara, "Frequency-Domain Adaptive Filtering", in *Adaptive Filters*, C.F.N. Cowan and P.M. Grant, Eds., Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1985, ch. 6.
- [3] J.J. Shynk, "Frequency-domain and Multirate Adaptive Filtering", *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 15-37, Janv. 1992.
- [4] M. Suzuki, T. Ohno, M. Furukawa, R. Kobayashi, M. Kobayashi, and T. Shiki, "An advanced Single Chip Digital Filter for Ghost Canceller", *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, vol. 39, pp. 381-385, Aug. 1993.
- [5] M. Pazarci, "An Adaptive Ghost Processor for Broadcast Television", *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, vol. 35, pp. 184-194, Aug. 1989.
- [6] Z.J. Mou, P. Duhamel, "Fast FIR Filtering: Algorithms and Implementation", *Signal Processing*, vol. 13, pp. 377-384, Dec. 1987.
- [7] M. Djoko Kouam, J. Palicot, "Frequency-Domain Ghost Cancellation Using Small FFT's", *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, vol. 39, pp. 372-380, Aug. 1993.
- [8] G.P.M. Egelmeers, P.C.W. Sommen, "A New Method for Efficient Convolution in Frequency Domain by Non-Uniform Partitioning", Proc. of EUSIPCO-94.