



Normalisation d'Algorithmes Adaptatifs par Bloc en Fréquence

O. Aitamrane et K. Drouiche*

FERMA, 60, rue Etienne-Dolet, 92241 Malakoff Cédex

* ETIS - Université de Cergy Pontoise

6, Avenue du Ponceau, 95014 Cergy Pontoise Cédex.

RÉSUMÉ

Les algorithmes rapides sont souvent requis, notamment dans certains domaines, tels que l'annulation d'écho acoustique ou l'égalisation de canaux provoquant de grands retards de propagation. Il est souhaitable d'identifier de manière adaptative des systèmes à réponse impulsionnelle longue, en général quelques milliers de coefficients. Il est clair qu'une telle charge de calcul ne peut être supportée par un algorithme classique du type moindres carrés, ou gradient stochastique dont la vitesse de convergence ne permet pas un traitement en temps réel. La réponse à ce problème est partiellement apportée par les algorithmes adaptatifs en fréquence qui grâce à la FFT permettent de réduire de façon significative la charge de calcul.

Dans cet article nous reprenons un algorithme adaptatif exploitant le schéma de convolution rapide par blocs en fréquence dans lequel nous introduisons une suite de pondération assurant la convergence presque sûre du filtre estimé sous certaines hypothèses. Par ailleurs nous ajoutons un terme de contrôle qui permet d'améliorer les propriétés de poursuite dans le cas non-stationnaire. Des simulations numériques seront exhibées pour confirmer les résultats théoriques.

ABSTRACT

Fast algorithms are often required, notably in some areas, such as the acoustic echo cancellation or the equalization of long propagation delays channels. It is desirable to identify adaptively long impulse response systems, (typically some hundreds to some thousands filter taps). It is clear that a such cost of computation can not be carried out by a classic least mean squares algorithm, or stochastic gradient algorithm whose rate of convergence does not allow a real time processing. This problem is partially solved by frequency domain algorithms such as the one treated by the FFT which dramatically reduces the computation complexity.

In this paper we consider the above algorithm, the adaptive based on frequency domain fast convolution scheme. We introduce a weighting sequence which provides an almost sure convergence of the estimated filter, under suitable hypotheses. Moreover, we add a control sequence which allow better pursuit capabilities in non stationary environment. Some numerical simulations will be provided to emphasize the announced results.

1 Introduction

Dans de nombreux domaines d'applications, tels que l'annulation d'échos acoustiques ou l'égalisation de canaux à grands retards de propagation, il est nécessaire d'identifier de façon adaptative des systèmes à réponse impulsionnelle très longue (de quelques centaines à quelques milliers de coefficients). Un tel nombre de coefficients à identifier en temps réel interdit l'utilisation d'algorithmes du type moindres "carrés" (charge de calcul prohibitive) ou du type "descente de gradient LMS" (vitesse de convergence trop faible). De plus, à la non stationnarité du système (problèmes de poursuite) s'ajoute la non stationnarité de la parole (haute dynamique spectrale des signaux de parole). Enfin, à ces difficultés s'ajoute la contrainte de délai [1], [2], (qui doit être maintenu aussi faible que possible afin de ne pas affecter la qualité de la communication).

L'utilisation d'algorithmes adaptatifs en fréquence per-

met, d'une part de réduire de façon significative la complexité arithmétique au moyen des algorithmes rapides de transformée de Fourier discrète (FFT), et d'améliorer la vitesse de convergence d'autre part (exploitation des propriétés d'orthogonalité de la transformée de Fourier) [1]. Dans cet article nous reprenons une famille d'algorithmes rapides de filtrage par blocs en fréquence *Weighted-Overlap-Add (WOLA)* [2], qui résolvent le problème de délai en segmentant la réponse impulsionnelle du système à identifier, et améliorent la vitesse de convergence en exploitant la technique de convolution discrète WOLA qui permet de mettre à jour les coefficients du filtre à identifier à une cadence supérieure à la taille des blocs de signaux traités. Dans cet exposé nous nous intéressons plus particulièrement au problème de poursuite. Nous proposons dans un cadre précis le choix de la matrice de pondération T_s permettant d'obtenir une convergence presque sûre de l'itération de gradient stochastique -de faible complexité arithmétique-



utilisée pour la mise à jour des coefficients du filtre adaptatif.

2 Algorithme et Hypothèses

Dans ce qui suit nous supposons que la sortie du y_n système observé correspond à la sortie d'un filtre à réponse impulsionnelle finie *RIF* $h(\cdot)$ de longueur finie L excité par la même entrée que le filtre adaptatif. A cette sortie se superpose un bruit de mesure noté $b(\cdot)$. Ceci se traduit par la relation :

$$y_n = \sum_{l=0}^{K-1} {}^t h_l x_{l,n} + b_n$$

où les h_l sont les vecteurs contenant la réponse impulsionnelle de taille L segmentée en K vecteurs de même longueur N , les $x_{l,n}$ sont les vecteurs représentant le signal d'entrée et y_n représente la sortie de la sortie du filtre à l'instant n .

Afin d'établir l'algorithme adaptatif, la démarche suivie est similaire à celle utilisée pour obtenir le *LMS*.

La minimisation du critère quadratique obtenu est résolue par une itération gradient stochastique bien connue qui est [1], [2] [3], [4], [7]:

$$(1) \quad H_{s+1} = H_s + \mu_s T_s^{-1} X_s^* \mathcal{E}_s$$

avec

$$T_s = \sum_s \mu_s^{2/3} X_s X_s^* + I$$

I étant la matrice identité et où H_s représente la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle segmentée à l'itération s . Le paramètre μ_s est un facteur de pondération et X_s représente la transformée de Fourier du bloc de données à l'entrée du filtre à l'itération s et \mathcal{E}_s l'erreur d'ajustement de la réponse impulsionnelle (différence entre la sortie réelle du système et sa sortie la sortie estimée).

Nous précisons dans ce paragraphe les hypothèses de travail sous lesquelles les résultats sont obtenus. Nous supposons le bruit $(b_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ est un bruit blanc tel que:

- (H1) $E[b_n] = 0, n \in \mathbb{Z}$

- (H2) $E[b_n b_m] = \begin{cases} \sigma^2 & \text{si } n = m \\ 0 & \text{si } n \neq m \end{cases}$
avec $0 < \sigma^2 < \infty, n, m \in \mathbb{Z}$

- (H3)

$$\frac{1}{n} \sum_s X_s X_s^* \xrightarrow{p.s} T$$

Les deux premières hypothèses stipulent que le bruit est blanc et de variance finie; ce qui est une hypothèse assez fréquente dans le domaine considéré, voir [4], [5], [7].

La troisième hypothèse concerne l'ergodicité des observations et donc l'existence d'une solution stationnaire.

Dans le cas non stationnaire, nous supposons que l'on dispose d'une quantité d'observations suffisante qui nous permettra d'atteindre chaque solution stationnaire du système. La poursuite sera contrôlée par la suite Z_s que nous introduirons dans le paragraphe suivant.

3 Résultats

Sous les hypothèses définies au paragraphe précédent, nous introduisons la suite

$$(2) \quad \mu_s = \frac{1 + \log^{1/2} 6t_s}{2 + \log^{5/2} t_s}$$

où

$$t_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{trace}(T_s)$$

Alors nous avons le résultat suivant:

$$\lim_s H_s = H \quad p.s.$$

de plus

$$\|H - H_s\|_2^2 = O\left(\frac{\log^{3/2} s}{s}\right) \quad p.s.$$

Pour la poursuite des non stationnarités, nous avons le résultat suivant.

Si l'on pose

$$Z_s = L_s - \mathcal{E}_{s-1} - \mathcal{E}_{s+1}$$

on a l'équation contrôlée suivante:

$$y_n = \sum_{l=0}^{K-1} {}^t h_l x_{l,n} + b_n + z_n$$

où $(z_n)_{n \in \mathbb{Z}}$ est la séquence *Fourier* inverse de $(Z_n)_{n \in \mathbb{Z}}$.

Dans ce qui suit nous mettons en oeuvre les résultats ci-dessus dans le cadre de simulations numériques pour exhiber l'importance du choix des suites μ_s et Z_s , [5], [6], [8], [9].

4 Simulations

Nous avons simulé deux cas de cas de figure

- Cas Stationnaire Nous considérons un filtre constant que nous identifions par trois algorithmes. la figure *N°1*, représente l'erreur d'identification en fonction de l'itération.

- Cas Non Stationnaire Nous avons considéré un filtre dont la longueur est augmentée au cours de l'identification et passe de 4096 à 5120 coefficients (à l'itération 100×10). La figure *N°2*, représente ce deuxième cas de figure.

les trois algorithmes testés sont:

1. Algorithme de Bercu-Duflo où on a:

$$\mu_s = \left(\frac{1}{\log t_s}\right)^{1+\gamma}$$

2. Algorithme Classique où on a:

$$\mu_s = 1$$

3. Algorithme proposé, où l'on a μ_s donné par le paragraphe du dessus.



5 Conclusions

La figure 1 montre une bonne identification par l'algorithme classique ainsi que par celui proposé dans ce papier qui est en fait de l'ordre de $\log s/s$; tandis que l'algorithme de *Bercu-Duflo* montre une perte dans l'identification et elle est de l'ordre de $(\log s)^{1+\gamma}/s$, [4].

La figure 2, donne une supériorité de poursuite de trajectoire à l'algorithme de *Bercu-Duflo* et à l'algorithme proposé dans ce papier; ce dernier donnant de surcroît une meilleure identification. Quant à l'algorithme classique, il offre une bonne identification mais une mauvaise poursuite de trajectoire comme on peut le constater sur le graphe 2.

6 Références

- [1] O. Aitamrane, E. Moulines, Y. Grenier, "The Generalized Multi-Delay Frequency-Domain Adaptive Filter: Structure and Convergence Analysis", Rapport technique interne Télécom Paris, 93 D004.
- [2] P. C. Sommen and Al, "Convergence Analysis of a Frequency-Domain Adaptive Filter with Exponentially Power Averaging and Generalized Window Function", IEEE Trans. CAS, Vol. CAS-34(7), pp. 788-798, 1987.
- [3] A. Feuer, "Performance Analysis of Block LMS Algorithm", IEEE Trans. CAS, Vol. CAS-32, pp. 960-963, 1985.
- [4] B. Bercu, M. Duflo, "Moindres Carrés Pondérés et poursuite", *Ann. Inst. H. Poincaré*, 28, 1992, P. 403-430.
- [5] H. F. Chen, L. Guo, "Convergence Rate of Least Squares Identification and Adaptive Control for Stochastic Systems", *Int. J. Control*, 44, 1986, P. 1459-1416.
- [6] H. F. Chen, J. H. Zhang, "Convergence Rates in Stochastic Adaptive Tracking", *Int. J. Control*, 49, 1989, P. 1915-1935.
- [7] M. Duflo, "Méthodes Récursives Aléatoires", *Masson*, Paris, 1990.
- [8] A. Touati, "Vitesse de convergence de l'Estimateur des Moindres Carrés dans le Modèle Autorégressif", *A Paraitre*.
- [9] O. Aitamrane, K. Drouiche, "Adaptive Algorithms and Tacking Capabilities", *En Préparation*.

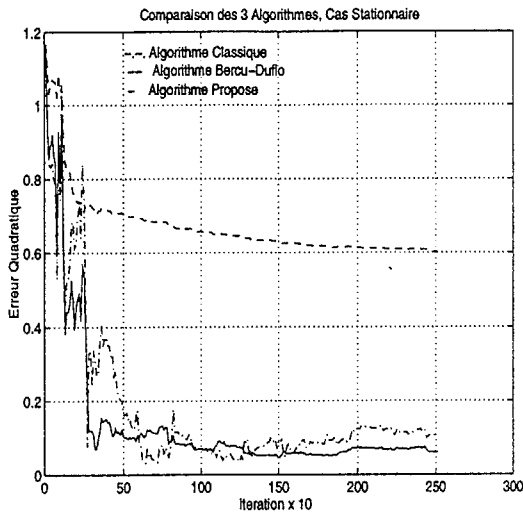


Figure 1: Cas Stationnaire, $\gamma = .003$

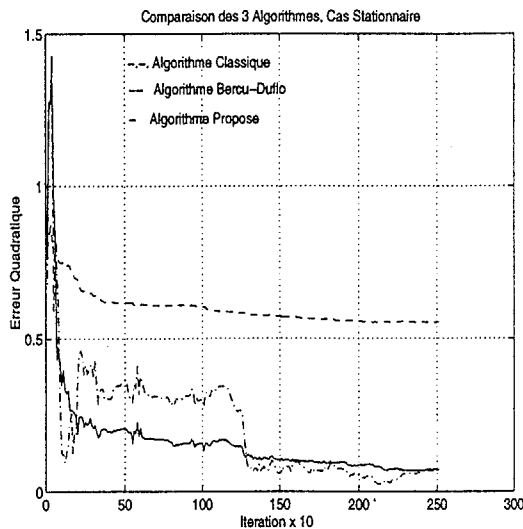


Figure 2: Cas de poursuite de Trajectoire, $\gamma = .001$