



**COMPARAISON DE DIFFERENTES TECHNIQUES DE  
DECONVOLUTION AVEUGLE.**

**H. BEAUMONT, M. BARILLI, H. LANTERI, C. AIME  
et  
P. GAUCHEREL**

Département d'Astrophysique  
U.R.A. 709 du CNRS  
Université de Nice — Sophia Antipolis  
Parc Valrose — 06108 Nice Cedex 2  
FRANCE

**RESUME**

Dans cette communication, nous traitons le problème de la déconvolution aveugle en nous appuyant sur l'algorithme de Ayers et Dainty. Nous utiliserons des algorithmes itératifs de type gradient dans le cas d'un bruit additif gaussien, et l'algorithme de Richardson - Lucy dans le cas d'une erreur régie par un processus de Poisson. Nous comparerons les résultats de ces différentes techniques pour la même structure générale de l'algorithme.

**I - INTRODUCTION**

Le problème de la déconvolution aveugle consiste à déterminer deux fonctions  $f(x,y)$  et  $g(x,y)$  à partir de la connaissance de leur produit de convolution  $c(x,y) = f(x,y)*g(x,y)$  (éventuellement entaché d'erreur), et de certaines contraintes traduisant l'information "a priori" sur les fonctions  $f$  et  $g$ . Nous ne considérerons ici que la contrainte de positivité des fonctions inconnues. Nous développerons notre étude selon deux méthodes correspondant à deux types de bruit de mesure. Par l'application du théorème de Bayes et en utilisant les notations de Thiébaud et Conan[1], la probabilité a posteriori s'écrit:

$$p[(f*g)/c] = \frac{P[c/(f*g)] \cdot P[f] \cdot P[g]}{p[c]}$$

la maximisation de  $P[(f*g)/c]$  est analogue à la minimisation de :

$$\varepsilon = -\text{Log}P[c/(f*g)] - \text{Log}P[f] - \text{Log}P[g]$$

Le premier terme qui correspond à la vraisemblance permet de traduire la consistance avec les données, les termes suivants permettent de prendre en compte l'information a priori.

Dans notre travail, nous procéderons essentiellement à une maximisation de la vraisemblance, les contraintes étant

**ABSTRACT**

The blind deconvolution problem is analyzed in the context of Ayers and Dainty algorithm. We propose to use gradient type iterative algorithms in the case of additive gaussian noise and Richardson - Lucy algorithm in the case of a statistical error governed by a Poisson process. We present a comparison of the results given by the two technics using the same general algorithmic structure.

introduites en effectuant des projections sur l'espace des fonctions positives, et cela, lorsque l'algorithme d'optimisation utilisé n'introduit pas "de fait" une telle contrainte.

De plus nous utiliserons la structure générale de l'algorithme de déconvolution aveugle proposé par Ayers et Dainty [2] puis développé par Davey et al. [3] et Seldin et Fienup [4]. La structure de cette méthode schématisée sur la figure 1 est proche de l'algorithme de réduction d'erreur de Gerchberg et Saxton [5].

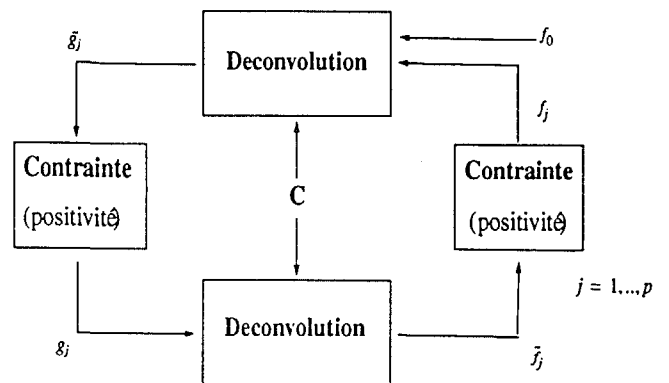


fig1 : Schéma de principe de la déconvolution aveugle tel que le décrit Ayers et Dainty.

Le point important de cette méthode est lié au fait qu'à chaque itération de déconvolution aveugle on effectue



successivement deux déconvolutions "simples" suivies de l'application des contraintes. Dans les travaux cités précédemment les déconvolutions étaient effectuées soit par filtrage inverse soit par filtrage de Wiener.

Nous proposons d'effectuer ces déconvolutions en utilisant des algorithmes itératifs liés soit à un modèle de bruit additif gaussien, soit à une erreur liée à une insuffisance statistique qui est traduite par un processus de Poisson.

Dans le premier cas, on est conduit à un problème des moindres carrés que l'on peut résoudre par une méthode de gradient. L'utilisation de l'une ou l'autre des variantes de cette méthode ("steepest descent" ou gradient conjugué) correspond simplement à des vitesses de convergence différentes.

Dans le cas d'un processus de Poisson, l'utilisation de la méthode EM [6] [7] conduit à l'algorithme de Richardson [8] et Lucy [9] (R.L.); cet algorithme présente l'avantage évident de conserver la positivité si l'estimé initial est positif, de sorte que l'étape d'application des contraintes de positivité du schéma 1 devient superflue. Ces algorithmes s'écrivent:

Steepest descent:

$$f^{k+1}(x, y) = f^k(x, y) + \alpha_k \cdot g_j^*(-x, -y) * (c - f^k(x, y) * g_j(x, y))$$

Lucy - Richardson:

$$f^{k+1}(x, y) = f^k(x, y) \cdot g_j^*(-x, -y) * \frac{c}{f^k(x, y) * g_j(x, y)}$$

Au bout d'un nombre M d'itérations  $f^M \rightarrow f_j$ , la contrainte de positivité est appliquée si nécessaire et la déconvolution suivante peut être abordée avec f et g interchangeant leur rôle.

Ces algorithmes correspondant à une maximisation de la vraisemblance, font apparaître des instabilités si les itérations sont poussées trop loin, en relation avec le caractère mal posé du problème; la limitation du nombre d'itération permet d'effectuer une régularisation du problème dans la mesure où cela revient à accepter une certaine perte de résolution dans la reconstruction.

## II- RESULTATS

Nous avons utilisé ces deux types d'algorithmes dans la structure générale de la fig.1 sur différents objets simulés non bruités.

Pour chaque méthode nous avons tracé l'évolution de l'écart quadratique moyen :

$$Y = \|c - f^k * g^k\|^2$$

où c est normalisé et cela bien que cette quantité ne soit pas

significative pour l'algorithme de Richardson - Lucy.

Sur la figure 2 nous montrons l'un des objets et la psf utilisés ainsi que leur produit de convolution.

Les résultats obtenus par l'utilisation des trois algorithmes sont indiqués sur les figures 3, 4 et 5; dans tous les cas, nous avons effectué 40 itérations à chaque étape de déconvolution "simple" et 50 boucles de déconvolution aveugle ce qui conduit à une stabilisation de l'erreur de reconstruction. Il semble que les résultats obtenus avec l'algorithme R.L. soient les meilleurs en ce qui concerne la valeur de l'erreur de reconstruction. On constate par ailleurs que cet algorithme est le plus rapide du point de vue de l'évolution de l'erreur

Les algorithmes de gradient semblent montrer une résolution supérieure sans doute du fait que l'application de la contrainte de positivité permet d'éliminer les parties négatives du résultat, ce qui conduit à un aspect plus contrasté des images reconstruites. L'erreur de reconstruction se stabilise à une valeur plus grande que dans le cas de l'algorithme R.L.

On observe par ailleurs un déplacement des images avec les algorithmes de gradient qui ne se produit pas avec l'algorithme R.L.

En tout état de cause, la qualité des résultats obtenus dépend de l'objet test choisi.

## III- CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Nous avons montré l'avantage de l'algorithme de Richardson et Lucy lors de son utilisation dans la structure de Ayers et Dainty; toutefois il semble que la démarche plus générale développée par Lane [10] puis plus récemment par Thiebaut et Conan [1] et qui s'appuie sur la maximisation de la loi de probabilité a posteriori soit plus prometteuse. Dans cette démarche les contraintes sont introduites de façon beaucoup plus classique du point de vue des méthodes de minimisation et on est conduit à la minimisation d'une fonctionnelle complexe englobant les contraintes.

Dans le cas d'une statistique de Poisson, nous avons proposé [11] ainsi que Fish et al. [12] une méthode analogue à celle de Holmes [12] et de Schulz [14], mais les contraintes strictes sont appliquées sur chaque itéré.

Là encore, il semble nécessaire d'introduire les contraintes dans une fonctionnelle de la forme présentée par Thiebaut et Conan [1], à côté de la vraisemblance correspondant à un processus de Poisson. C'est la voie suggérée par Llacer et Nunez [15] dans un contexte différent.

De façon générale le principal problème dans ce type d'approche porte sur la formulation des contraintes [16] et sur leur introduction dans la fonctionnelle à minimiser, bien plus que sur la technique de minimisation. Toutes

ces techniques sont des méthodes locales, et l'introduction de contraintes supplémentaires permet de restreindre l'espace des solutions; le risque d'atteindre un minimum local ne pourrait être évité que par l'utilisation de méthodes statistique de type " recuit simulé" [17] qui présente l'inconvénient d'un temps de calcul prohibitif.

## REFERENCES

1. E. Thiebault et J.M. Conan, J.Opt.Soc.Am. A, Vol. 12, pp.485 - 492, 1995.
2. G. R. Ayers and J. C. Dainty , Optics Letters, Vol. 13, pp. 547 - 549, 1988.
3. B. L. K. Davey, R. G. Lane and R. H.T. Bates , Optics Comm., Vol. 69, pp. 353 - 356, 1990.
4. J. H. Seldin and J. R. Fienup, J.Opt.Soc.Am. A, Vol. 7, pp. 428 - 433, 1990.
5. R. W. Gerchberg and W. O. Saxton , Optik, Vol. 35, pp. 237, 1972.
6. A. P. Dempster, N. M. Laird and D. B. Rubin , J. Roy. stat. Soc., Vol. 39, pp. 1 - 38, 1977.
7. L. A. Shepp and Y. Vardi, IEEE Trans. MED Imagin- g, Vol. MI - 1, pp. 113 - 122, 1982
8. W. H. Richardson , J.Opt.Soc.Am., Vol 62, pp. 55 - 59, 1972.
9. L. B. Lucy , Astronl J., Vol. 79, pp. 745 - 754, 1974.
10. R. G. Lane, J.Opt.Soc.Am. A, Vol.9, pp. 1508 - 1514, 1992..
11. H. Lantéri, C. Aime, H. Beaumont and P. Gaucherel, Europto symposium, S.P.I.E., Vol. 2312, pp 182 - 192. 1994.
- 12.. D. A. Fish, A. M. Brinicombe, and E.R. Pike, J. G. Walker, J.Opt.Soc.Am. A, Vol. 12, pp. 58 - 65, 1995.
13. T. J. Holmes, J.Opt.Soc.Am. A, Vol. 9, 1052 - 1061. (1992).
14. Timothy j. Schultz, J.Opt.Soc.Am. A, Vol. 10, pp. 1064 - 1073, 1993.
15. J. Llacer and J. Nunez , Proc. workshop on the resto- ration of H.S.T images and spectra (Baltimore - Md), pp. 62 - 69, 1990.
16. Y. Yang, N. P. Glatsanos, and H. Stark, J.Opt.So- c.Am. A, Vol. 11, pp. 2401 - 2409, 1994.
17. B. C. Mc. Callum , Optics Comm., Vol. 75 , pp. 101 - 105, 1990.

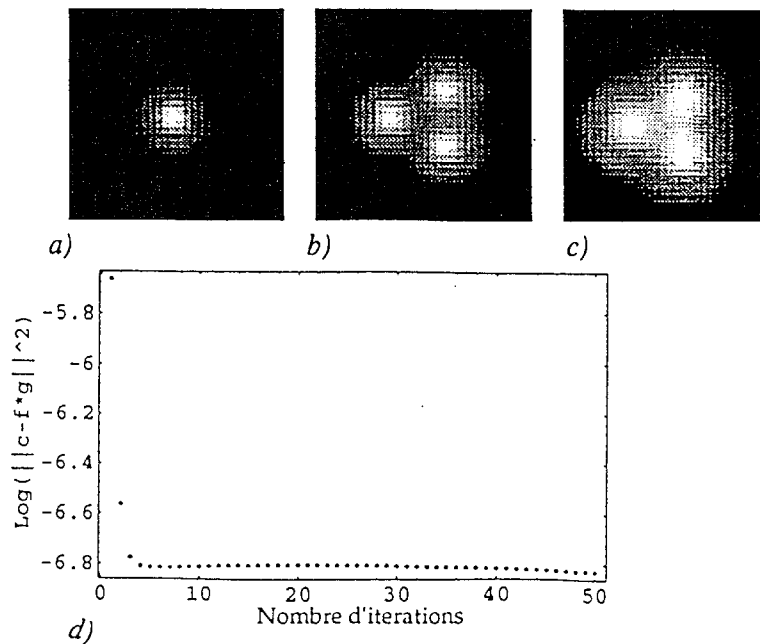
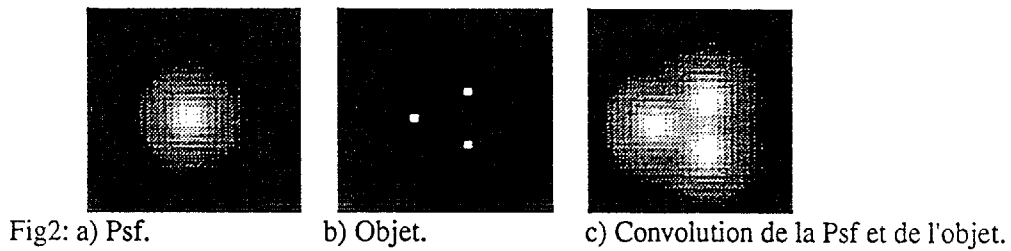
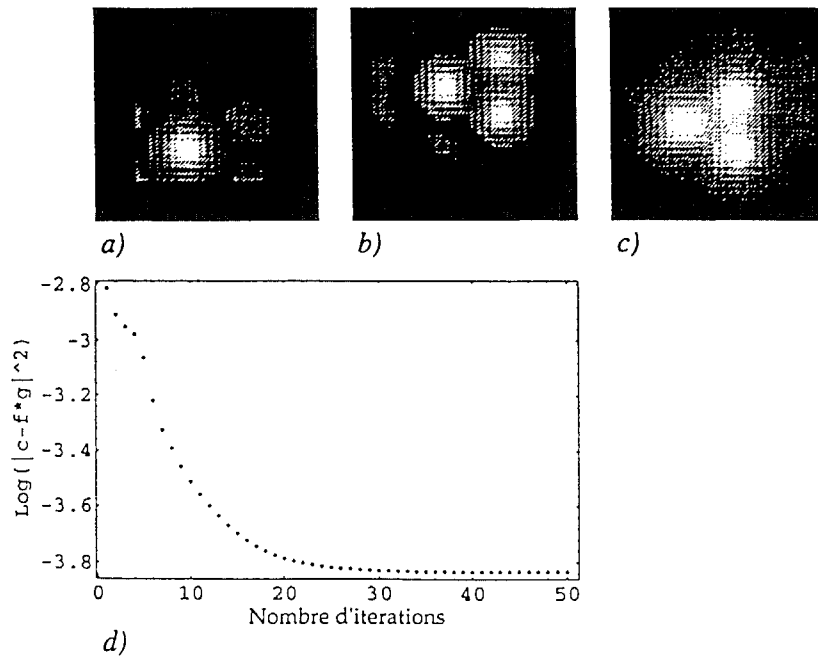


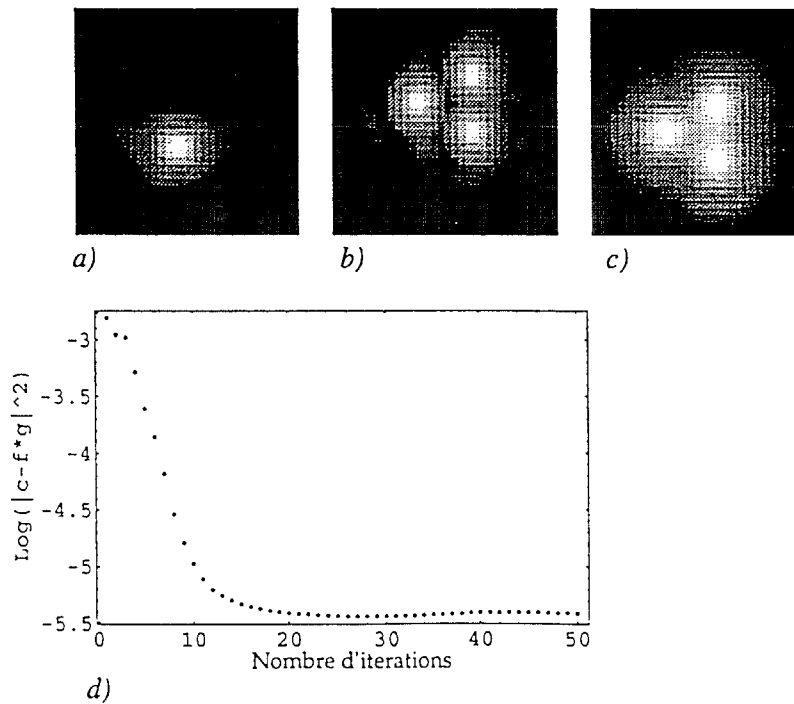
Fig3: Algorithme de Richardson et Lucy.

- a) Psf. b) Objet reconstruit. c) produit de convolution des fonctions reconstruites.  
d) Evolution de l'erreur de reconstruction.



*Fig4: Algorithme steepest - descent.*

*a) Psf. b) Objet reconstruit. c) produit de convolution des fonctions reconstruites.  
 d) Evolution de l'erreur de reconstruction.*



*Fig5: Algorithme du gradient conjugué.*

*a) Psf. b) Objet reconstruit. c) produit de convolution des fonctions reconstruites.  
 d) Evolution de l'erreur de reconstruction.*