



**APPLICATION DES TECHNIQUES DE DECODAGE ITERATIF  
A LA CORRECTION DE L'INTERFERENCE ENTRE SYMBOLES(+)**

(+) Brevet français n° 95 01603, France Télécom, TDF

Pierre DIDIER(\*), Annie PICART(\*)  
Catherine DOUILLARD(\*\*), Michel JEZEQUEL(\*\*)

Département Signal et Communications(\*) - Département Electronique(\*\*)  
ENST de Bretagne  
B.P. 832 - 29285 BREST Cedex

RÉSUMÉ

ABSTRACT

Le récepteur proposé est applicable aux systèmes de communications numériques sur canal à trajets multiples. Il permet de traiter de façon efficace l'interférence entre symboles (IES) en utilisant un principe itératif dérivé de celui des turbo-codes [1]. La transmission est renforcée à l'aide d'un code correcteur de type convolutif. Le récepteur global est constitué de modules élémentaires représentant les différentes itérations. Chacun de ces modules est composé d'un détecteur de symboles pour le traitement de l'IES, suivi d'un décodeur de canal permettant de corriger les erreurs de transmission et de créer une information extrinsèque qui est exploitée par le module suivant. Afin de fonctionner de façon optimale, le détecteur et le décodeur fournissent des décisions pondérées. Les résultats de simulation montrent que l'IES peut être totalement annulée sur canal gaussien et fortement réduite sur canal de Rayleigh.

When applied to digital communications systems over multipath channels, the receptor proposed is efficient to overcome intersymbol interference by using an iterative method derived from turbo-decoding. A convolutional error correcting encoder is joined to the system. The receptor is based on modules, each of them including a sequence detector and a channel decoder. The detector and the decoder provide weighted decisions that are used by the next module. From simulation results, it can be seen that intersymbol interference is completely suppressed on Gaussian channel and drastically decreased on Rayleigh channel.

1. INTRODUCTION

Le développement intensif des systèmes de radio-communications avec les mobiles incite à exploiter de nouvelles méthodes pour lutter contre les trajets multiples, importants sur ce type de canaux de transmission. Le phénomène d'Interférence Entre Symboles (IES) généré par les trajets multiples induit la sélectivité en fréquence du canal. Par ailleurs, le caractère non stationnaire du canal conduit à utiliser des méthodes adaptatives pour lutter contre l'IES. Une première méthode consiste à égaliser le canal en estimant sa réponse impulsionnelle inverse, afin d'atténuer les effets des trajets multiples. La seconde méthode, plus performante et développée ici, exploite l'effet de mémoire du canal. Le canal de transmission, assimilé à l'ensemble constitué du modulateur, des filtres d'émission et de réception, du milieu de transmission ainsi que du démodulateur, est caractérisé par un canal discret équivalent mettant l'accent sur la mémoire du canal. De ce fait, le canal de transmission peut être représenté sous la forme d'un treillis, à partir duquel la séquence de symboles la plus vraisemblable est détectée en appliquant l'algorithme de Viterbi. L'utilisation d'un codeur convolutif permet ensuite de concaténer au niveau du récepteur le détecteur de séquences pour lutter contre l'IES et le décodeur de canal pour lutter contre les erreurs de transmission. Dans la mesure où le détecteur et le décodeur fournissent des décisions pondérées par un algorithme dérivé de celui de Viterbi, le schéma de réception obtenu est similaire à celui du turbo-décodeur [1] : c'est la raison pour laquelle le récepteur proposé est désigné sous le nom de "turbo-égaliseur".

2. MODELISATION DE LA CHAÎNE DE TRANSMISSION

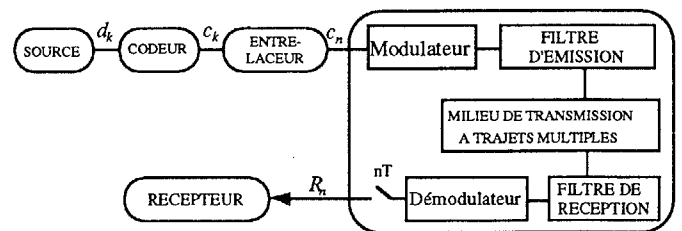


Figure 1. Chaîne de transmission

Les données binaires d'information  $d_k$  sont codées par un code convolutif qui produit des symboles  $c_k$ . Après entrelacement, les symboles codés  $c_n$  sont transmis sur le canal par l'intermédiaire d'un modulateur MDP2 et d'un filtrage d'émission de Nyquist. En sortie du démodulateur, l'échantillon  $R_n$ , chargé d'IES et bruité, s'exprime sous la forme :

$$R_n = \sum_{k=0}^L \Gamma_k(n) \cdot c_{n-k} + b_n \quad (1)$$

où  $L$  représente le nombre de symboles interférant avec le symbole  $c_n$  et constitue la mémoire du canal discret équivalent (cf figure 2). Les coefficients  $\Gamma_k(n)$  tiennent compte du filtrage de Nyquist appliqué sur la chaîne de transmission : il s'agit d'un filtre en cosinus surélevé de



de facteur de retombée égal à un. Ce sont des coefficients complexes représentant l'atténuation et le décalage Doppler. Le canal de transmission sera dit gaussien lorsque les parties réelles et imaginaires de ces coefficients sont constantes. Le canal de Rayleigh est modélisé par des coefficients  $\Gamma_k(n)$  dont les parties réelles et imaginaires sont gaussiennes et centrées. Le bruit complexe  $b_n$  est supposé gaussien, centré, de densité spectrale de puissance  $2N_0$ .

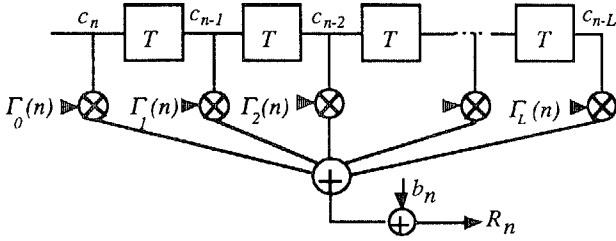


Figure 2. Canal discret équivalent

Dans la mesure où le canal introduit une interférence du symbole  $c_n$  portant sur  $L$  symboles, le canal peut être modélisé sous forme d'un treillis à  $2^L$  états, où l'état  $S_n$  est défini par  $S_n = (c_n, \dots, c_{n-(L-1)})$  ainsi que l'indique la figure 3, pour  $L=2$ .

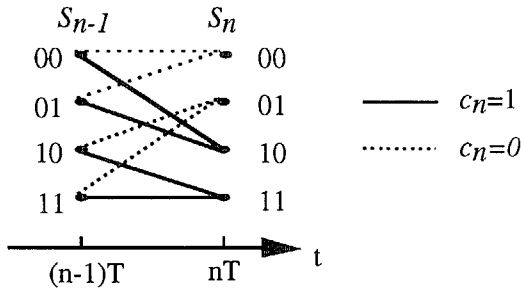


Figure 3. Diagramme en treillis ( $L=2$ )

Pour simplifier les notations, on assimilera dans la suite les symboles binaires codés  $c_n$  à valeur dans  $\{0,1\}$  aux symboles binaires de modulation à valeur dans  $\{-1,1\}$ .

### 3. PRINCIPE DU TURBO-EGALISEUR

Le turbo-égaliseur (cf figure 4) est basé d'une part sur un détecteur de symboles et un décodeur de canal utilisant chacun un algorithme de Viterbi à sortie pondérée (SOVA [2]), et d'autre part une boucle de contre-réaction. Le détecteur chargé de corriger l'IES fournit au décodeur de canal une mesure de fiabilité  $\Lambda_1(c_n)$  des symboles  $c_n$  émis à l'entrée du canal. Cette fiabilité est définie comme le Logarithme du Rapport de Vraisemblance (LRV) du symbole binaire  $c_n$  :

$$\Lambda_1(c_n) = \text{Log} \frac{\Pr\{c_n = +1|\mathbf{R}\}}{\Pr\{c_n = -1|\mathbf{R}\}} \quad (2)$$

où  $\mathbf{R}$  représente la séquence des échantillons d'observation en sortie du démodulateur.

Le désentrelaceur brise les paquets d'erreurs et fournit au décodeur de canal des entrées  $\Lambda_1(c_k)$  qui,

conditionnellement à la séquence  $\{c_k\}$ , sont gaussiennes et non corrélées. Dans ces conditions, par un calcul analogue à [1], on peut montrer que la fiabilité du symbole  $c_k$  après décodage  $\Lambda_2(c_k)$  s'exprime comme la somme de l'entrée  $\Lambda_1(c_k)$  et d'une information extrinsèque  $Z_k$  qui dépend de la redondance, soit :

$$\Lambda_2(c_k) = \Lambda_1(c_k) + Z_k \quad (3)$$

Dans cette expression, le terme  $\Lambda_1(c_k)$ , produit par le détecteur de symboles, ne peut être réexploité par celui-ci. C'est donc l'information extrinsèque  $Z_k$  qui sera réinjectée dans le détecteur de symboles à l'itération suivante. Cette information extrinsèque  $Z_k$ , ou encore  $Z_n$  après entrelacement, constitue également une estimation après décodage des symboles émis  $c_n$ . On peut par conséquent écrire que :

$$Z_n = \text{Log} \frac{\Pr[c_n = +1 / \text{décodage}]}{\Pr[c_n = -1 / \text{décodage}]} \quad (4)$$

Le signe de  $Z_n$  donne la valeur de  $c_n$ . La variable  $Z_n$  peut être modélisée sous la forme :

$$Z_n = c_n + b'_n \quad (5)$$

où le bruit  $b'_n$  est gaussien, centré, de variance  $\sigma_z^2$ , non corrélé avec le bruit  $b_n$  du canal.  $Z_n$  peut donc être considérée comme une nouvelle information bruitée sur les symboles  $c_n$  et être exploitée par le détecteur comme indiqué ci-après.

A partir du symbole reçu  $R_n$  et de l'information extrinsèque  $Z_n$ , on calcule à chaque instant  $n$ , et pour chacun des  $2^L$  états possibles  $S_n$  du canal, deux métriques de branches  $\lambda_n^i$  relatives au symbole  $c_{n-L} = i = \pm 1$  :

$$\lambda_n^i = \frac{|R_n - r_n^i|^2}{2\sigma_b^2} + \frac{|Z_n - c_n|^2}{2\sigma_z^2} \quad (6)$$

avec

$$r_n^i = \sum_{k=0}^{L-1} \Gamma_k(n) \cdot c_{n-k} + \Gamma_L(n) \cdot i \quad (7)$$

En développant le second terme dans l'expression (6) et en remarquant que  $Z_n^2$  et  $c_n^2$  ne dépendent pas de l'état du canal, l'expression (6) se simplifie :

$$\lambda_n^i = \frac{|R_n - r_n^i|^2}{2\sigma_b^2} - \frac{2c_n \cdot Z_n}{2\sigma_z^2} \quad (8)$$

Si l'on multiplie chaque terme par  $2\sigma_b^2$  :

$$\lambda_n^i = |R_n - r_n^i|^2 - \gamma^q \cdot c_n \cdot Z_n \quad (9)$$

avec :

$$\gamma^q = 2 \cdot \frac{\sigma_b^2}{\sigma_z^2} \quad (10)$$

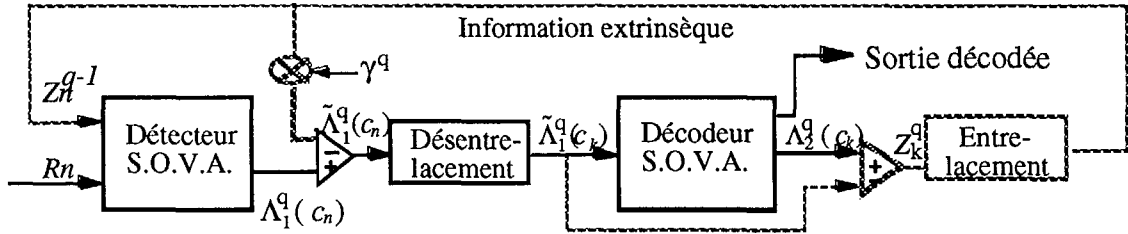


Figure 4. Schéma du turbo-égaliseur

Le terme  $\gamma^q$  dépend du rapport des variances des bruits. Au fil des itérations, l'estimation des  $c_n$  devenant plus fiable, la variance  $\sigma_z^2$  diminue, ce qui justifie l'évolution du coefficient  $\gamma^q$  en fonction de l'itération  $q$ .

A l'itération  $q$ , le détecteur de symboles fournit donc une nouvelle mesure de fiabilité  $\Lambda_1^q(c_n)$  du symbole  $c_n$  qui s'exprime sous la forme :

$$\Lambda_1^q(c_n) = \tilde{\Lambda}_1^q(c_n) + \gamma^q \cdot Z_n^{q-1} \quad (11)$$

La quantité  $\tilde{\Lambda}_1^q(c_n)$  dépend des symboles  $Z_p^{q-1}$ ,  $p \neq n$  et du vecteur des échantillons reçus  $\mathbf{R}$ . Elle peut donc être considérée comme l'information extrinsèque délivrée par le détecteur et servir, après désentrelacement, d'entrée au décodeur.

De la même façon, l'information extrinsèque délivrée par le décodeur à l'itération  $q$  a pour expression :

$$Z_k^q = \Lambda_2^q(c_k) - \tilde{\Lambda}_1^q(c_k) \quad (12)$$

En raison de la latence introduite par le détecteur, le décodeur, les matrices d'entrelacement et de désentrelacement, le principe itératif est en pratique réalisé par la mise en cascade de modules identiques, chacun traitant une itération. A chaque itération, une information extrinsèque est calculée par le décodeur puis utilisée en entrée du détecteur traitant l'itération suivante. Une donnée décodée intermédiaire est également délivrée, mais elle n'est fournie au destinataire du message qu'à la dernière itération. Les performances du récepteur, en termes de taux d'erreur binaire, sont donc directement liées au nombre de modules utilisés.

#### 4. RESULTATS DE SIMULATION

Les résultats de simulation présentés dans cette partie ont été obtenus sur canal gaussien et sur canal de Rayleigh. La transmission est protégée par un code convolutif systématique récursif de rendement 1/2 et de polynômes générateurs  $G_1 = 23$ ,  $G_2 = 35$ . Le décodeur associé est donc un décodeur à 16 états. La matrice d'entrelacement non uniforme est de taille 64x64 pour le canal gaussien et de taille 128x128 pour le canal de Rayleigh. Nous avons considéré une interférence portant sur  $L=4$  symboles, ce qui mène à un détecteur à 16 états.

##### 4.1 Résultats sur canal gaussien

Les retards affectés à chaque trajet sont des multiples de  $T$ . On peut montrer [3] que les coefficients du canal discret équivalent sont alors égaux aux amplitudes des différents

trajets. Nous avons choisi un canal à puissance prédominante sur le premier trajet :

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \sqrt{0,45} & \Gamma_1 &= \sqrt{0,25} & \Gamma_2 &= \sqrt{0,15} \\ \Gamma_3 &= \sqrt{0,10} & \Gamma_4 &= \sqrt{0,05} \end{aligned}$$

Les résultats obtenus en utilisant 6 modules sont représentés sur la figure 5. La courbe en traits pointillés donne le taux d'erreur dans le cas classique où le détecteur de symboles fournit au décodeur de canal une décision ferme et les courbes en trait plein numérotées #1,...,#6 donnent les résultats obtenus par le dispositif de turbo-égalisation après 6 itérations. Nous avons également rajouté deux courbes représentant la MDP2 avec codage sur un canal gaussien sans IES, ainsi que la MDP2 sans codage mais sur un canal présentant de l'interférence.

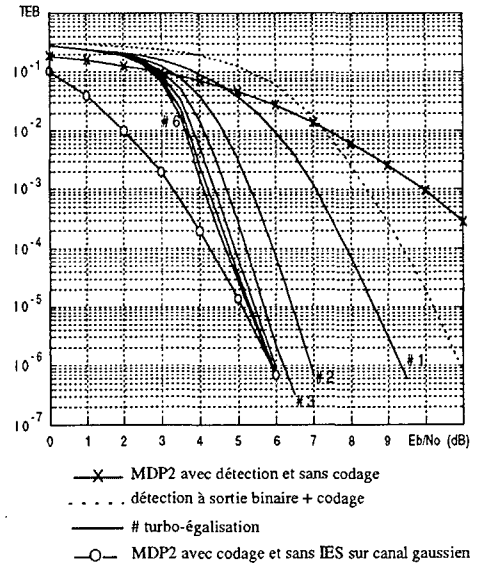


Figure 5. Canal gaussien à 5 trajets

Ces courbes permettent de visualiser les gains obtenus à l'aide du dispositif proposé : à un taux d'erreur de  $10^{-6}$ , l'utilisation d'un détecteur de symboles à décision pondérée permet de gagner 1.5 dB par rapport à un détecteur classique à décision ferme. La deuxième itération du turbo égaliseur apporte un gain supplémentaire de 2.4 dB par rapport à la première itération, et à la cinquième itération, la limite constituée par la MDP2 avec codage et sans IES est atteinte, soit au total un gain de plus de 5 dB par rapport à un système classique. La turbo-égalisation a ainsi permis de s'affranchir parfaitement de l'interférence entre symboles.

##### 4.2 Résultats sur canal de Rayleigh

Sur canal de Rayleigh, les coefficients du canal discret équivalent vont désormais évoluer en fonction du temps :

sous l'effet du décalage Doppler. Cette évolution temporelle est plus ou moins rapide suivant l'importance du facteur  $BT$  qui est égal au produit de la bande Doppler par la durée d'un symbole. Ainsi, un facteur  $BT$  égal à 0.1 correspond à un canal évoluant rapidement, alors qu'un facteur de l'ordre de  $10^{-3}$  correspond davantage à un canal de type radio-mobile à évolution plus lente. Nous avons donc simulé ces deux types de canaux.

### Canal à évolution rapide : $BT=0.1$

La transmission se fait suivant cinq trajets de même puissance. Les retards sont des multiples de  $T$ . La matrice d'entrelacement non uniforme est de taille  $64 \times 64$ .

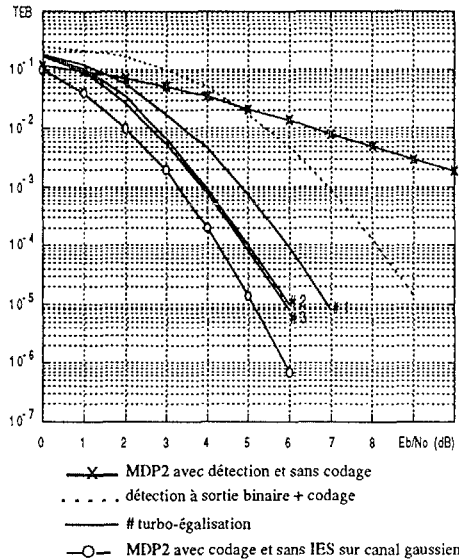


Figure 6. Canal de Rayleigh à 5 trajets ( $BT=0.1$ )

A un taux d'erreur de  $10^{-5}$ , le gain apporté par un décodage pondéré en sortie du détecteur de symboles est encore très important (2.2 dB à la première itération). La deuxième itération permet de gagner 0.9 dB supplémentaire, et à la troisième itération nous ne sommes plus qu'à 0.7 dB de la courbe limite ne présentant pas d'interférence. Les gains apportés par le processus itératif sont certes moins importants que sur canal gaussien mais il faut cependant noter que les performances à la première itération sont déjà très proches d'une transmission sans IES (1.7 dB). Sur canal de Rayleigh, le détecteur fonctionnant suivant l'algorithme de Viterbi arrive à tirer parti de la diversité introduite par les trajets multiples.

### Canal à évolution lente : $BT=10^{-3}$

Lorsque le canal évolue plus lentement, les évanouissements, quand ils se produisent s'étendent désormais sur des durées beaucoup plus longues et provoquent à la sortie du détecteur de symboles des paquets d'erreurs trop importants pour être traités de façon efficace par une matrice de désentrelacement de taille  $64 \times 64$ . Si l'on n'augmentait pas la taille de l'entrelacement, on observerait une dégradation globale des performances d'environ 1 dB. Nous avons donc choisi une taille d'entrelacement  $128 \times 128$  plus adaptée à ce type de canal, ce qui permet de retrouver des performances

quasi identiques à celles obtenues sur un canal variant rapidement.

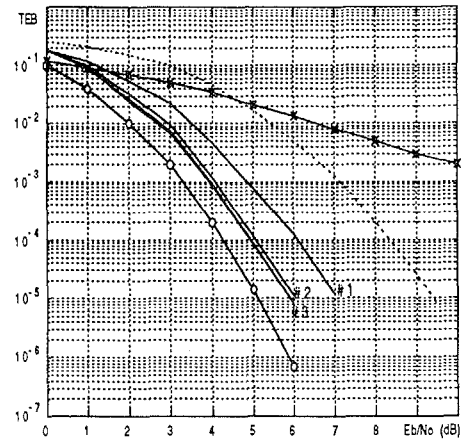


Figure 7. Canal de Rayleigh à 5 trajets ( $BT=10^{-3}$ )

## 5. CONCLUSION

Nous avons présenté dans cet article une nouvelle méthode permettant de traiter le problème de l'IES sur des canaux à trajets multiples. Le turbo-égaliseur proposé fonctionne à partir d'un détecteur de symboles et d'un décodeur de canal qui fournissent des décisions pondérées, exploitables de manière itérative. Les résultats de simulation ont permis de mettre en évidence les excellentes performances du système sur canal gaussien, l'IES ayant pu être totalement annulée. Sur canal de Rayleigh, les résultats sont également satisfaisants puisque l'on s'est approché de la limite sans IES à 0.7 dB pour un taux d'erreur de  $10^{-5}$ . Les gains apportés par le processus itératif sont certes moins importants que sur canal gaussien, mais il faut cependant noter que ces résultats ont été obtenus en supposant les coefficients du canal parfaitement connus du détecteur. En réalité, le détecteur fonctionne avec des paramètres estimés, ce qui entraîne une dégradation des performances à la première itération. Néanmoins, le processus itératif du turbo-égaliseur permet de compenser ces pertes de gain en améliorant également l'estimation des paramètres du canal à chaque itération. Les simulations en cours vont dans ce sens, et confirment bien l'intérêt du système.

## REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué dans le cadre d'un contrat avec le Centre Commun d'Etudes de Télédiffusion et Télécommunications (CCETT). Les auteurs remercient A.Glavieux et C.Berrou pour leur collaboration.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] C.Berrou, A.Glavieux and P.Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo-codes", IEEE Int. Conf. on Comm., ICC'93, vol 2/3, May 1993, pp. 1064-1071
- [2] C.Berrou, P.Adde, E.Angui and S.Faudeil, "A low complexity soft-output Viterbi decoder architecture" IEEE Int. Conf. on Comm., ICC'93, vol 2/3, May 1993, pp. 737-740
- [3] J.G. Proakis, *Digital communications*, McGraw-Hill series in electrical engineering, 2<sup>nd</sup> edition, 1989