

# Critères de Canny discrets pour la comparaison de filtres détecteurs de contours

D.Demigny, F.G.Lorca, T. Kamlé, L.Kessal

ETIS / ENSEA 6 av. du Ponceau, 95014 Cergy-Pontoise Cedex, France  
demigny@ensea.fr

## RÉSUMÉ

Trois critères de qualité ont été définis par Canny afin de déterminer dans le domaine spatial continu un détecteur de contours optimal. Dans ce papier, nous donnons un équivalent à ces critères valable dans le domaine discret. Ces nouveaux critères donnent des résultats en accord avec l'expérimentation sur des filtres réels ce qui n'était pas le cas des critères initiaux. Nous les utilisons pour comparer différents filtres et différentes implantations d'un même filtre : le filtre de lissage de Deriche.

## 1. INTRODUCTION

Les filtres utilisés en détection de contours sont généralement développés dans le domaine spatial continu [1], [3], [4], puis transposés par invariance indicielle dans leur champ d'application : le monde discret. Or La période d'échantillonnage est fixe (distance entre deux pixels) et la largeur des filtres le plus souvent inférieure à une dizaine de pixels, il en résulte un échantillonnage très épars des réponses impulsionnelles continues ce qui induit de grandes différences entre les propriétés du filtre discret et de son homologue continu.

Dans l'unique but de déterminer dans le domaine continu un dérivateur optimal, pour un signal à détecter de type échelon bruité par un bruit blanc gaussien, Canny [1] a défini analytiquement trois critères : détection, localisation et faible multiplicité des détections dues au bruit. Les critères de Canny constitueraient aussi une bonne base de comparaison des différents opérateurs de dérivation et permettraient de quantifier les dégradations introduites à l'implantation: approximation RIF d'un filtre RII, effets de l'approximation des coefficients du filtre. Hélas, ils ne sont pas applicables aux filtres dont la réponse impulsionnelle est discontinue en zéro (Shen) ou aux filtres directement synthétisés dans le domaine discret (DOB :Difference Of Boxes, Sobel). Nous avons donc déterminé [2] et [6] dans le même esprit que Canny, des équivalents discrets de ces trois critères. Dans la deuxième partie, nous montrons comment calculer les critères et confrontons nos résultats à des mesures pour montrer les améliorations introduites par notre approche. dans la troisième section, nous utilisons les critères pour comparer des détecteurs de contours.

## ABSTRACT

Three quality criteria have been defined by Canny to deduce an optimal edge detector in the continuous space domain. In this paper, we give an equivalent for these criteria in the discrete space domain. These new criteria are better in accordance with experimental results than previous one. Furthermore, they are more suitable to compare filters performances. We explain how to compute them. We compare some edge detectors. Finally, we use them to prove the qualities of a new simpler implementation of a second order recursive smoothing filter issued from Canny's theory.

Cette étude met en évidence l'existence de deux classes de détecteurs définies par la continuité au centre de leur réponse impulsionnelle support dans le domaine continu. Ces classes ont des comportements très différents vis à vis des second et troisième critères. dans la dernière section, nous donnons un exemple d'application à la comparaison en qualité de deux implantations discrètes du filtre de lissage de Deriche.

## 2. CRITERES DISCRETS

Le signal d'entrée est un échelon d'amplitude  $A$  mélangé à un bruit gaussien blanc de variance  $n_0^2$ . La transition peut être détectée comme le maximum local du signal de sortie. Dans ce cas, le filtre effectue une dérivée première du signal d'entrée. Nous notons  $h_d(k)$  la réponse impulsionnelle d'un filtre de ce type dans le domaine discret. Les critères de Canny ont été définis dans l'espace 1D. Même si l'image appartient au monde 2D, les détecteurs sont généralement construits en combinant des opérateurs 1D travaillant dans les directions horizontales et verticales. Les résultats 2D sont facilement déductibles de l'application des critères 1D. Référez vous à Canny [1] pour plus de détails sur les critères continus.

### 2.1 Bonne détection

Le critère de bonne détection  $C_{d1}$  mesure l'amélioration du rapport signal à bruit entre entrée et sortie. En supposant



que le signal d'entrée est une séquence constante, ce critère peut être étendu aux filtres de lissage : critère  $C_{d1}$  où  $h_l(k)$  est la réponse impulsionnelle du filtre de lissage discret.

$$C_{d1} = \frac{\sum_{-\infty}^0 h_d(k)}{\left[ \sum_{-\infty}^{+\infty} h_d^2(k) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad \text{et} \quad C_{l1} = \frac{\sum_{-\infty}^{+\infty} h_l(k)}{\left[ \sum_{-\infty}^{+\infty} h_l^2(k) \right]^{\frac{1}{2}}}$$

La résolution ou largeur d'un filtre dépend généralement d'un paramètre comme par exemple la variance pour le filtre dérivée première d'une gaussienne. Il est possible de définir la résolution par l'énergie de la réponse impulsionnelle. Dans ce cas, pour les filtres normalisés, pour lesquels la valeur du maximum en sortie est égale à l'amplitude de l'échelon d'entrée,  $C_{d1}$  est une constante pour une résolution fixée.

## 2.2 Quelques définitions

Nous définissons les deux séquences  $h'_d$  et  $h''_d$  qu'on pourrait surnommer "première et seconde dérivées discrètes" de la séquence impulsionnelle  $h_d$ .

$$\begin{aligned} h'_d(k) &= h_d(k) - h_d(k-1) \\ h''_d(k) &= h'_d(k) - h'_d(k-1) \end{aligned}$$

Nous définissons aussi deux paramètres  $\xi$  et  $\rho$  qui ne dépendent que de la forme de la réponse impulsionnelle.

$$\xi^2 = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_d'^2(k) \quad \text{et} \quad \rho = \frac{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_d''^2(k)}{2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_d'^2(k)} - 1$$

Pour deux variables gaussiennes  $y_1, y_2$  liées par un coefficient de corrélation  $\rho$ ,  $L(a, b, \rho)$  est la probabilité d'obtenir  $y_1 > a$  et  $y_2 > b$ .

$$\begin{aligned} L(a, b, \rho) &= \int_a^{+\infty} \int_b^{+\infty} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \cdot \exp\left(-\frac{y_1^2}{2}\right) \\ &\quad \cdot \exp\left(-\frac{(y_2 - \rho y_1)^2}{2(1-\rho^2)}\right) \cdot dy_1 \cdot dy_2 \end{aligned}$$

## 2.3 Bonne localisation

Nous avons prouvé [2] que la probabilité d'obtenir la détection d'un maximum à la distance  $i$  de la transition est :

$$P(i) = L\left(-\frac{A}{n_0} \cdot \frac{h_d(i)}{\xi}, \frac{A}{n_0} \cdot \frac{h_d(i+1)}{\xi}, \rho\right)$$

D'où nous pouvons facilement déduire  $P(-1) + P(0)$  qui est la probabilité que la détection soit bien localisée. On peut noter que  $P(i)$  est fonction du rapport signal sur bruit à l'entrée.

Nous sommes sûrs de détecter le maximum dans une zone de largeur  $2N$  avec :  $N = \min(i)$  pour laquelle  $\sum_{-N}^N P(i) \geq 1$ .

Nous définissons  $Q(i)$  pour compléter exactement la probabilité à 1.

$$\begin{aligned} \forall i, \quad -N < i < N \quad \text{alors} \quad Q(i) &= P(i) \\ Q(N) = Q(-N) &= 0.5 \left(1 - \sum_{-N}^N P(i)\right) \end{aligned}$$

Nous calculons, telle que la définit Canny, la variance  $\delta x_0^2$  de l'écart moyen de détection par rapport à la position de la transition d'entrée :

$$\delta x_0^2 = \sum_{-N}^N i^2 P(i)$$

Alors le critère de bonne localisation est :

$$C_{d2} = 1/\sqrt{\delta x_0^2}$$

## 2.4 Faible multiplicité des réponses

En absence de signal ( $A = 0$ ), l'expression de  $P(i)$  peut être utilisée pour calculer  $P_B$  : la probabilité d'obtenir en un endroit quelconque (stationnarité) un maximum dû au bruit seul.

$$P_B = L(0, 0, \rho) = \frac{\arccos(-\rho)}{2\pi}$$

Le troisième critère : faible multiplicité des réponses  $C_{d3}$  est égal à la distance moyenne entre les maxima du bruit. Nous avons prouvé que :

$$C_{d3} = \frac{1}{P_B} = \frac{2\pi}{\arccos(-\rho)}$$

Notre approche a été validée en la confrontant à l'expérience : mesures statistiques effectuées sur des signaux bruités et filtrés. La figure 1 montre par exemple différentes mesures du critère de localisation appliquées au filtre de Deriche lorsque la résolution varie. Toutes les traces correspondent au produit de la distance moyenne de délocalisation multipliée par le rapport signal bruit d'entrée (ici 3). D'abord une mesure expérimentale a été faite (courbe 'o') et les barres d'erreurs représentent un écart type. La courbe pleine correspond à l'application de notre critère discret. La courbe '\*' correspond à l'application du critère continu de Canny, enfin la courbe '+' correspond à une discrétisation sauvage du critère continu (remplacement systématique des intégrales et des dérivées du critère continu par des sommes et des différences discrètes). Les mêmes légendes sont utilisées pour le critère de faible multiplicité des réponses appliqué au filtre de Shen figure 2.

## 3. TEST DE QUELQUES DETECTEURS

Quatre filtres ont été testés.

- Le filtre DOB de taille  $M$ . Par exemple, lorsque  $M = 5$ , la réponse impulsionnelle est :  $[1, 1, 0, -1, -1]$ .
- Le filtre dérivée première d'une gaussienne (DOG) de paramètre  $\sigma$  :

$$h_d(k) = k \cdot e^{-\frac{k^2}{2\sigma^2}}$$

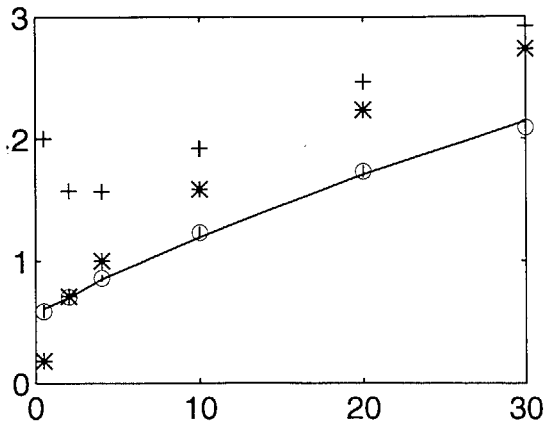


Figure 1: Critères de localisation pour le filtre de Deriche

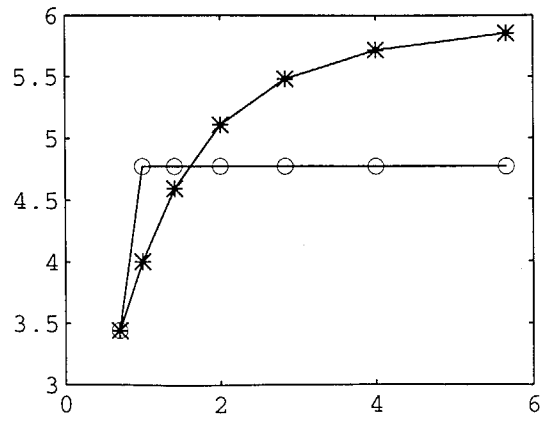


Figure 3:  $C_{d3}$  fonction de  $C_{d1}$  pour les filtres DOB (o) et Shen (\*)

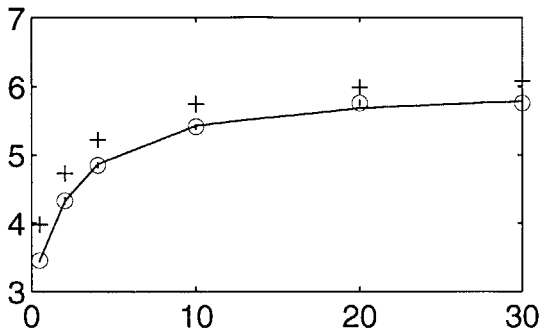


Figure 2: Critères de faible multiplicité des réponses pour le filtre de Shen

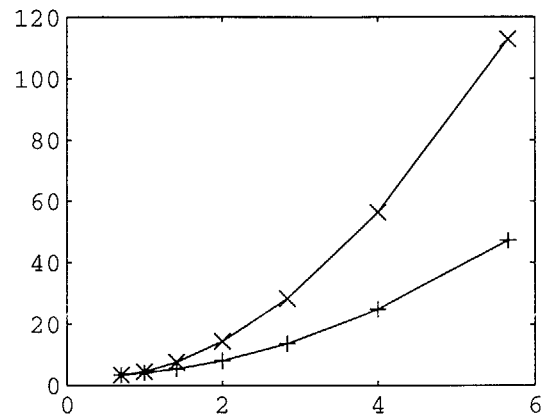


Figure 4:  $C_{d3}$  fonction de  $C_{d1}$  pour les filtres DOG (x) et Deriche (+)

- Le filtre récursif du premier ordre défini par Shen [3] de paramètre  $\beta$  :

$$h_d(k) = \text{sgn}(k) \cdot e^{-\beta|k|}$$

- Le filtre récursif du deuxième ordre défini par Deriche [4] de paramètre  $\alpha$  :

$$h_d(k) = k \cdot e^{-\alpha|k|}$$

Parce que nous avons choisi de comparer les filtres à même résolution ( $C_{d1}$  constant), nous donnons dans le tableau 1 les valeurs correspondantes des paramètres.

Tableau 1: Valeur des paramètres en fonction de  $C_{d1}$

Cd1	M	$\beta$	$\alpha$	$\sigma$
0.71	3	10	10	0.14
1.00	5	1.10	1.66	1.05
1.41	9	0.51	0.90	1.86
2.00	17	0.25	0.48	3.60
2.83	33	0.125	0.25	7.10
4.00	65	0.062	0.125	14.2
5.65	129	0.031	0.062	28.4

Figure 3, nous voyons pour les filtres DOB (o) et Shen (\*) possédant une discontinuité en  $x = 0$  de leur réponse impulsionnelle support dans le monde continu que  $C_{d3}$  présente une saturation lorsque la largeur du filtre augmente. Nous avons prouvé que la valeur maximale possible de  $C_{d3}$  pour

cette classe de filtres est 6. Figure 4, nous voyons pour les filtres de Deriche (+) et DOG (x) dont la réponse impulsionnelle support dans le monde continu est continue en  $x = 0$  que  $C_{d3}$  n'est pas limité. Le filtre DOG est le filtre qui élargit le plus la distance entre les maxima du bruit. Les figures 5 et 6 pour des rapports signal à bruit en entrée respectifs de 1.5 et 6 montrent la valeur de  $1/C_{d2}$  : distance moyenne de délocalisation. les mêmes remarques que pour  $C_{d3}$  peuvent être faites. Nous observons que la délocalisation est corrélée avec la distance entre maxima du bruit.

#### 4. APPLICATION A UN FILTRE DE LISSAGE

A partir de son dérivateur défini dans le domaine spatial continu :

$$h(x) = cx \cdot e^{-\alpha|x|}$$

Deriche dans [4] déduit un filtre de lissage de réponse impulsionnelle

$$h_l(x) = c(1 + \alpha|x|) \cdot e^{-\alpha|x|}$$

qui est l'intégrale de la réponse impulsionnelle du dérivateur. Puis par échantillonnage, Deriche définit un filtre de lissage

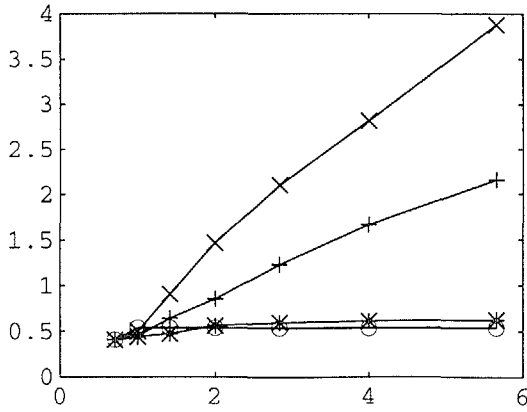


Figure 5:  $1/C_{d2}$  fonction de  $C_{d1}$  pour un rapport signal à bruit d'entrée de 1.5

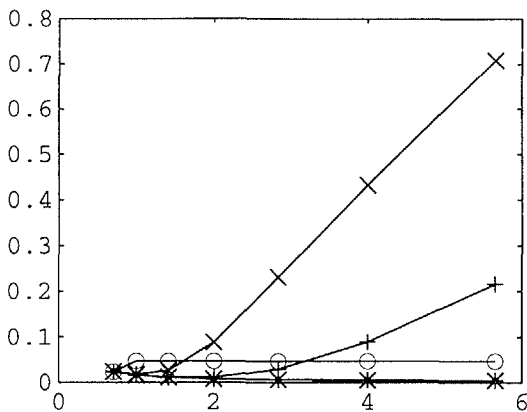


Figure 6:  $1/C_{d2}$  fonction de  $C_{d1}$  pour un rapport signal à bruit d'entrée de 6

discret :

$$h_{old}(n) = c(1 + \alpha |n|) \cdot e^{-\alpha|n|}$$

La transformée en  $z$  de l'implantation récursive de ce filtre est :

$$H_{old}(z) = k_L \cdot \left( \frac{e^{-\alpha}(\alpha + 1)z - e^{-2\alpha}z^2}{(1 - e^{-\alpha}z)^2} + \frac{1 + e^{-\alpha}(\alpha - 1)z^{-1}}{(1 - e^{-\alpha}z^{-1})^2} \right)$$

avec :

$$k_L = \frac{(1 - e^{-\alpha})^2}{1 + 2\alpha e^{-\alpha} + e^{-2\alpha}}$$

Pour simplifier à la fois les implantations logicielles et matérielles, nous proposons [5] d'échantillonner directement le dérivateur puis d'en déduire le filtre de lissage par une intégration numérique utilisant la méthode des trapèzes. Il en découle un nouveau filtre récursif possédant des coefficients plus simples que le précédent, implanté avec moins de multiplieurs. Sa transformée en  $z$  est :

$$H_{nld}(z) = \frac{(1 - e^{-\alpha})^4 \cdot (1 + z^{-1}) \cdot (1 + z)}{4(1 - e^{-\alpha}z^{-1})^2 \cdot (1 - e^{-\alpha}z)^2}$$

S'il est facile de convaincre un architecte que l'implantation matérielle est plus simple, il est aussi nécessaire de mesurer

les améliorations ou pertes en qualité. Nous commençons par ajuster les paramètres des filtres comme dans la section précédente pour obtenir la même valeur de  $C_{I1}$ . Puis nous calculons  $C_{d3}$ . Nous voyons figure 7 que l'ancien filtre (o) et le nouveau (+) sont quasi identiques avec une faible amélioration pour le nouveau.  $C_{d2}$  n'a pas été utilisé car ce critère n'a pas de signification pour un filtre de lissage.

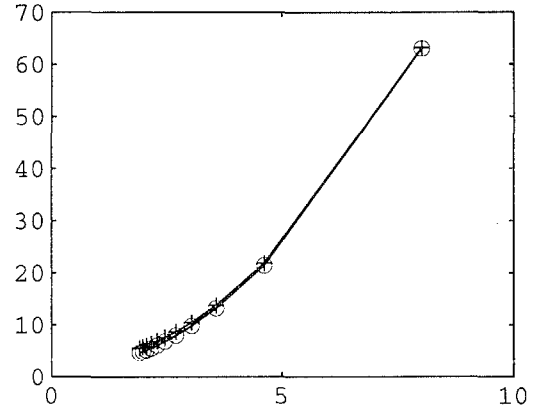


Figure 7:  $C_{d3}$  fonction de  $C_{d1}$  pour 2 implantations différentes du même filtre de lissage

## References

- [1] J.Canny, "A Computational Approach to Edge Detection," IEEE Transactions on Pattern Anal. and Machine Intell., vol.PAMI-8,no.6, pp. 679-698, Nov.86.
- [2] D.Demigny, T.Kamlé "A Discrete Expression of Canny's Criteria for Evaluation of Edge Detector Performances," submitted to IEEE Transactions on Pattern Anal. and Machine Intell.
- [3] J.Shen and S.Castan, "An Optimal Linear Operator for Step Edge Detection", Comput. Vision Graphics Image Process., vol.54, no.2, pp. 112-133, March 92.
- [4] R.Deriche, "Using Canny's Criteria to Derive a Recursively Implemented Optimal Edge Detector", Intern. Journ. of Computer Vision, Kluwer Academic Publisher, Boston, pp. 167-187, 1987.
- [5] D.Demigny, F.G.Lorca, L.Kessal, "Conceptions nouvelles du détecteur de contour de Deriche", GRETSI Symposium on Signal and Image Processing, Juan les Pins France, Sept. 1995.
- [6] T.Kamlé, "Implantation d'algorithmes de traitement de signaux bidimensionnels en flot de données sur Asics et circuits reconfigurables. Thèse de doctorat d'Orsay soutenue le 1er décembre 94.