



# SEGMENTATION D'IMAGES PAR L'ANALYSE DE TEXTURES BASÉE SUR LES FRACTALS PROJECTIFS

Mo DAI

Équipe Image – Institut de Géodynamique  
Université Michel de Montaigne – Bordeaux III  
Avenue des Facultés  
33405 Talence Cedex

## RÉSUMÉ

Une nouvelle approche pour l'analyse de textures basée sur la géométrie projective et la géométrie fractale est proposée dans cette communication. L'image d'une texture est représentée par un ensemble de points dans l'espace tridimensionnel. Cet ensemble peut être projeté sur un plan par un faisceau de rayons parallèles. La projection suivant un angle donné est considérée comme un nouvel ensemble de points projectifs et traitée comme un ensemble fractal. Ainsi, la texture peut être décrite par une courbe de dimension projective. Ensuite, le multi-filtrage de dimension projective est défini et utilisé pour la segmentation des images contenant plusieurs régions texturées.

## ABSTRACT

A new texture analysis approach based on projection geometry and fractal geometry is proposed in this paper. A texture image is viewed as a set of points in a three-dimensional space. This set can be projected by a parallel beam onto a plane. The projection at a given angle is considered as a new set of projection points and is treated as a fractal set. Therefore, the texture may be described by a projection dimension curve. Furthermore, it is developed for the segmentation of images containing several textural regions using the multi-projection dimension filters.

## 1. INTRODUCTION

L'analyse texturale est un élément primordial dans le traitement d'images. Elle a déjà eu un nombre considérable d'applications dans une large variété de disciplines<sup>[1]</sup>. Beaucoup d'images contiennent des régions texturées telles que les images satellitaires, les images médicales et les images microscopiques. Une texture peut être perçue homogène même si l'intensité n'est pas uniforme sur l'ensemble de l'image. Cette homogénéité doit être décrite par des propriétés statistiques ou structurelles indépendantes de l'éclairage. L'extraction de paramètres statistiques ou structurelles est donc très importante pour l'analyse et la caractérisation de textures. Une texture peut être ramenée à une description paramétrique qui sera utilisée ensuite à l'identification, à la recherche de l'orientation ou à la segmentation de textures.

Dans un grand nombre de textures, on peut attribuer à l'oeil nu un sens principal (ou plusieurs sens principaux). Les exemples de telles textures sont des tissus, des bois, des fibres biomédicales et certaines structures géologiques. Ce

sont des textures orientées ou anisotropes. Une nouvelle approche de description et de segmentation de textures orientées est proposée dans cette communication. Elle est fondée sur la géométrie projective et la géométrie fractale. A l'aide de cette approche, on peut arriver à résoudre des problèmes de segmentation des images composées de plusieurs régions couvertes de différentes textures orientées.

## 2. COURBE DE DIMENSION PROJECTIVE

### *2-1. Représentation d'une image dans l'espace $\mathbb{R}^3$*

En général, l'image d'une texture se représente dans l'espace  $\mathbb{R}^2$  par une fonction d'intensité  $t(x,y)$  avec  $(x,y) \in \mathbf{X}$  ( $\mathbf{X}$  est le domaine de définition de l'image) et avec une dynamique des niveaux de gris de 0 à  $L$ . Cette image peut aussi être représentée par un ensemble de points  $\mathbf{T}$  dans l'espace  $\mathbb{R}^3$ . Alors

$$\mathbf{T} = \{(x,y,z) : z = t(x,y), (x,y) \in \mathbf{X}\} \quad (1)$$



où la valeur du niveau de gris  $t(x,y)$  associée à un pixel de coordonnées  $x$  et  $y$  localise la position du point correspondant dans l'espace  $\mathbb{R}^3$ .

## 2-2. Projections de l'ensemble $\mathbf{T}$

La projection orthogonale de l'ensemble  $\mathbf{T}$  parallèlement au plan XoY et dans la direction  $\omega$  est définie comme

$$P[\omega, \mathbf{T}] \equiv p(\omega, d, z) \\ = \text{card}(\{(x, y, z) : (x, y, z) \in \mathbf{T}, x \sin \omega - y \cos \omega = d\}) \quad (2)$$

où  $\text{card}(\bullet)$  est le cardinal d'un ensemble.

Selon la théorie de la reconstruction, l'image  $t(x,y)$  représentée par  $\mathbf{T}$  peut être modélisée comme la reconstruction à partir des projections dans la direction  $\omega$  variant de  $-\pi/2$  à  $\pi/2$ [2]. Supposons que la texture  $t(x,y)$  est bien orientée dans un seul sens principal, par exemple  $\omega_i$ , elle peut être reconstruite simplement à partir de la projection dans  $\omega_i$  avec l'erreur minimum.

Sur le plan projectif  $(d,z)$  pour un  $\omega$  donné, la projection  $p(\omega, d, z)$  de  $\mathbf{T}$  peut être encore considérée comme un ensemble de points projectifs, nommé  $\mathbf{P}_\omega$ . Mais il faut noter qu'il y a des points superposés sur le plan  $(d,z)$ . Ce sont les projections des éléments de  $\mathbf{T}$  situés sur le même rayon dans l'espace  $\mathbb{R}^3$ . Donc, il est évident que le nombre d'éléments de  $\mathbf{P}_\omega$  comptés avec leur multiplicité est égal à celui de  $\mathbf{T}$ .

## 2-3. Dimension fractale d'un ensemble

Soit  $\mathbb{R}$  un espace métrique et  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}$ , soit  $N(\epsilon)$  le nombre minimum de boules de diamètre plus petit que  $\epsilon$  qui est nécessaire pour recouvrir  $\mathbf{S}$ , alors le nombre défini par

$$D_f(\mathbf{S}) = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log \epsilon} \quad (3)$$

est la dimension fractale de  $\mathbf{S}$ . On dit parfois la capacité de  $\mathbf{S}$  ou la dimension de Mandelbrot[3][4]. L'estimation de la dimension fractale de  $\mathbf{S}$  en utilisant (3) n'a pas tenu compte de la distribution d'éléments de  $\mathbf{S}$  dans  $\mathbb{R}$ . C'est pourquoi au lieu de calculer le nombre  $N(\epsilon)$ , Voss[5] a proposé d'évaluer la probabilité  $P(n, \epsilon)$  pour que  $n$  points de  $\mathbf{S}$  soient inclus dans une boule de diamètre  $\epsilon$  et la dimension fractale de  $\mathbf{S}$  est donc définie par

$$D_f(\mathbf{S}) = - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\log \epsilon} \log \left[ \sum_{n=1}^{\max} \frac{P(n, \epsilon)}{n} \right] \right\} \quad (4)$$

où  $\max$  est le nombre maximum de points possibles dans une boule. En pratique, la dimension fractale peut être calculée par le gradient de la droite de régression orthogonale sur un plan log-log pour une suite convenable de  $\epsilon$ .

## 2-4. Description d'une texture orientée par sa courbe de dimension projective

Pour une texture orientée  $\mathbf{T}$ , la dimension fractale de projection variera si l'angle projectif  $\omega$  varie. Ainsi, on peut obtenir une description exprimée en fonction de  $\omega$ :

$$D[\omega, \mathbf{T}] \equiv D_f(\mathbf{P}_\omega) = D_f[p(\omega, d, z)] \quad (5)$$

avec  $-\pi/2 \leq \omega < \pi/2$

Les valeurs de  $D_f(\mathbf{P}_\omega)$  peuvent être représentées par une courbe appelée courbe de dimension projective de la texture originale. La Fig. 1(a) donne une image en niveaux de gris de la texture de bois et (b) est sa courbe de dimension projective. Il faut noter que pour être compatible dans toutes les directions, le support  $\mathbf{X}$  de l'image doit être circulaire.

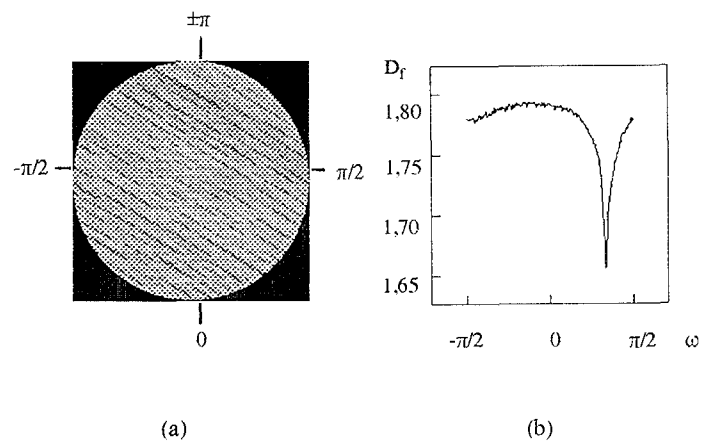


Fig.1 Texture de bois et sa courbe de dimension projective

Dans la Fig. 1(b), on voit clairement que le minimum de dimension fractale projective est obtenu lorsque  $\omega$  est égal à l'orientation générale de la texture. En général, la dispersion des points projectifs de  $\mathbf{P}_\omega$  est le plus faible dans la direction  $\omega$ . Cela signifie que pour une taille donnée  $\epsilon$ , le nombre de boules qui incluent au moins un point sera le minimum ainsi que la dimension fractale de  $\mathbf{P}_\omega$  parce que  $D_f(\mathbf{P}_\omega) \propto N(\epsilon)$ . Donc, la courbe de dimension projective peut être utilisée comme description paramétrique de textures orientées avec ses valeurs et sa forme. On peut s'en servir pour identifier une texture ou déterminer son orientation.



### 3. SYSTÈME DE SEGMENTATION

#### 3-1. Filtre de dimension projective

Supposons maintenant qu'une image  $I(x,y)$  peut être partitionnée en  $N$  régions texturées  $R_1, R_2, \dots, R_N$  et que chaque région texturée comporte une seule orientation  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). Un filtre local  $F_{\omega,v}$  permettant d'estimer la dimension fractale de  $P_{\omega}$  pour une sous-image  $I(m,n)$  centrée au pixel  $(x,y)$  est défini par

$$F_{\omega,v}[I(x,y)] = D_f[P_{\omega}[I(m,n)]] \quad (6)$$

avec  $0 \leq \Delta[(m,n),(x,y)] \leq v$

où  $\Delta[\cdot, \cdot]$  est la distance euclidienne. Si le paramètre  $\omega$  est choisi comme l'orientation de l'une des régions avec un convenable  $v$ , la réponse du filtre sera minimale pour tous les pixels dans cette région par rapport aux réponses des filtres avec les autres  $\omega$ . Ainsi, on peut utiliser un ensemble de tels filtres afin de réaliser la segmentation de l'image  $I(x,y)$ .

#### 3-2. Multi-filtres de dimension projective

Soit  $F = \{F_{\omega_1, v_1}, F_{\omega_2, v_2}, \dots, F_{\omega_N, v_N}\}$  où  $\omega_i$  est l'orientation de la région  $i$ , on a

$$\text{si } n = \arg\left\{ \min_{1 \leq i \leq N} F_{\omega_i, v_i}[I(x,y)] \right\} \text{ alors } (x,y) \in R_n \quad (7)$$

On appelle l'ensemble  $F$  les multi-filtres de dimension projective. En général, le nombre de  $F_{\omega,v}$  utilisés est égal au nombre de régions texturées dans l'image.  $v$  définit en fait la taille de  $F_{\omega,v}$ . Il doit être assez grand pour qu'on puisse y observer correctement la structure élémentaire de la texture. Le système ci-dessus, montré dans (7), est un système de segmentation permettant d'identifier l'appartenance de chaque pixel dans l'image.

#### 3-3. Multi-filtres de dimension projective suivis par un post-filtre

La réponse de  $F_{\omega,v}$  est souvent insuffisamment lissée pour une segmentation consistante en utilisant le système (7). Si une certaine texture n'a pas de sens dormant, l'image de résultat comprendra des points mal classés. Pour améliorer le résultat de segmentation, un post-filtrage est

proposé d'appliquer sur la réponse de  $F_{\omega,v}$ . Le filtre type Gaussien est un bon post-filtre.[6] Avec ce post-filtre, le système de segmentation peut être exprimé par

$$\text{si } n = \arg\left\{ \min_{1 \leq i \leq N} [G(\gamma x, \gamma y) * F_{\omega_i, v_i}[I(x,y)]] \right\}$$

$$\text{alors } (x,y) \in R_n \quad (8)$$

$G$  étant le post-filtrage du lissage Gaussien avec  $0 < \gamma < 1$ . L'organigramme du système défini dans (8) est donné dans la Fig.2.

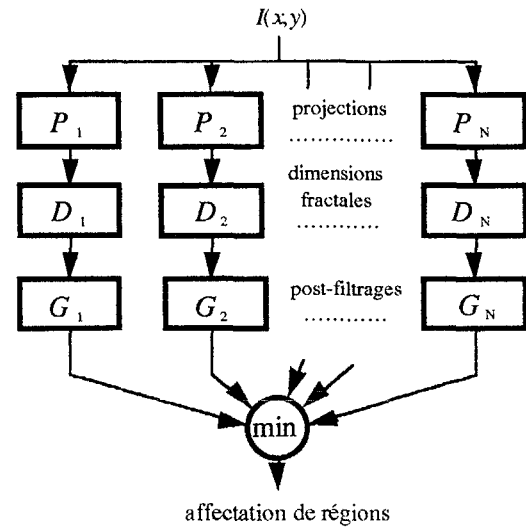


Fig.2 Organigramme de l'algorithme de segmentation

#### 3-4. Résultats expérimentaux

La Fig.3 est un exemple de segmentation d'une image composée de deux différentes régions texturées. Deux filtres de dimension projective sont utilisés. Dans la Fig.3, (a) est l'image originale, (b) et (c) sont les réponses de deux filtres de dimension projective, (d) est le résultat de segmentation en utilisant le système (7), (e) est la segmentation en utilisant (8) et (f) est la frontière de deux régions sur l'image originale. Dans cet exemple, des points mal classés paraissent sur (d), mais ils n'existent plus sur (e) grâce aux post-filtrages.

La Fig.4 montre un autre exemple de la segmentation en 4 régions. Dans l'image (a), il y a 4 textures avec différentes orientations. En utilisant le système (8) on a obtenu un résultat de segmentation très satisfaisant (b).

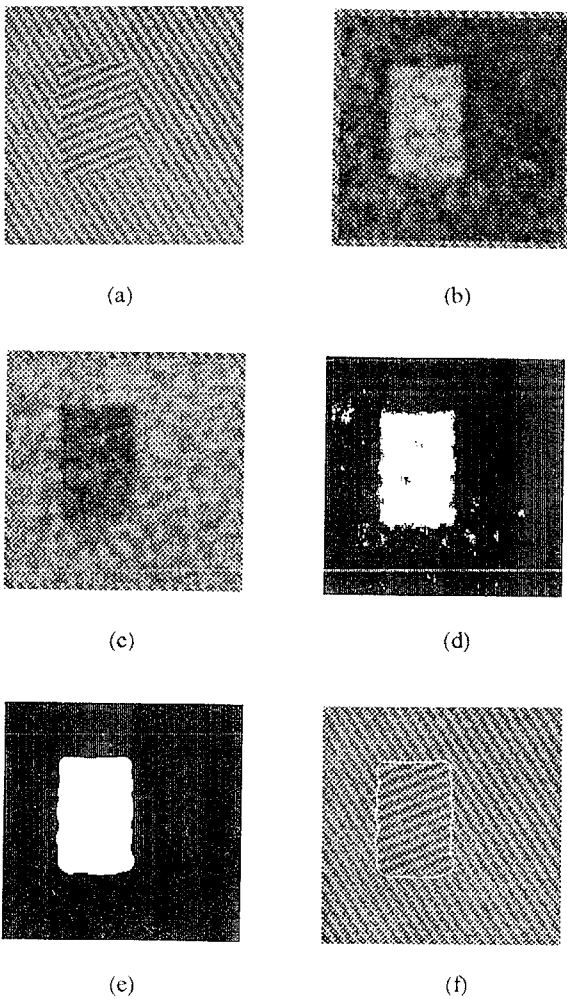


Fig.3 Segmentation en utilisant (8) dans laquelle  
 $\omega_1=30^\circ$ ,  $\omega_2=60^\circ$ ,  $v_1=v_2=7$  et  $\gamma=0,75$

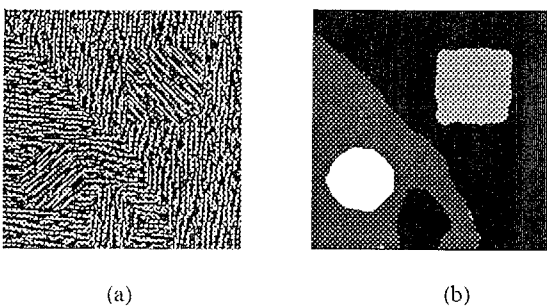


Fig.4 Segmentation en utilisant (8) dans laquelle  
 $\omega_1=47^\circ$ ,  $\omega_2=-2^\circ$ ,  $\omega_3=43^\circ$ ,  $\omega_4=88^\circ$ ,  $v_1=v_2=v_3=v_4=3$  et  $\gamma=0,75$

#### 4. DISCUSSION ET CONCLUSION

A l'aide de la géométrie projective et la géométrie fractale, une nouvelle approche, appelée multi-filtrages de

dimension projective, est proposée pour la segmentation des textures orientées ou anisotropes. Les résultats montrent qu'elle est capable d'identifier les régions constituées de motifs texturaux différents ou de même motifs texturaux, mais d'orientations différentes. Le système de segmentation peut également servir aux images contenant une texture anisotrope et une autre texture isotrope. Pour traiter ce genre d'images, un seul filtre de dimension projective est nécessaire. Un seuillage est alors effectué sur la réponse post-filtrée. La détermination du seuil peut être manuelle ou automatique. Un tel exemple est donné dans la Fig.5.

Cette approche ne donne pas de bons résultats à l'image contient plus qu'une texture isotrope. Ce problème peut alors être résolu en utilisant une autre méthode, par exemple la dimension fractale directe.

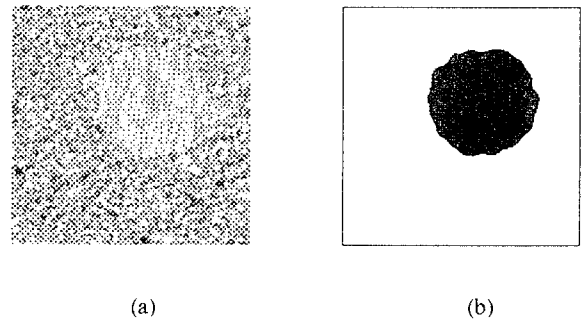


Fig.5 Segmentation en utilisant un seul filtre de dimension projective  
avec  $\omega=0^\circ$ ,  $v=7$  et  $\gamma=0,75$

#### RÉFÉRENCES

- [1] R. M. Haralick, *Image Texture Analysis*, Plenum Press, New York, 1981.
- [2] T. Pavlidis, *Algorithm for Graphics and Image Processing*, Computer Science Press, New York, 1982.
- [3] G. Cherbit, *Fractals — Dimensions non entières et applications*, Masson, Paris, 1991.
- [4] B. B. Mandelbort, *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, New York, 1985.
- [5] R. Voss, *Random Fractals: Characterization and Measurement, Scaling Phenomena in Disordered System* (R.Pynn and A. Skjeltrop, Eds.), Plenum Press, New York, 1986.
- [6] A. C. Bovik *et al.*, Multichannel Texture Analysis Using Localized spatial Filters, *PAMI*, Vol. 12 1990, pp55 - 73.