



# DÉTECTION, CLASSIFICATION et TRAJECTOGRAPHIE en SONAR ACTIF

Didier BERGERO \* - Claude JAUFFRET \*\*

\* **MATRA CAP SYSTEMES** 83188 SIX FOURS - FRANCE

\*\* **DCN**  
**INGENIERIE SUD** 83800 TOULON - FRANCE

## RÉSUMÉ

L'objectif de ce papier est une proposition d'architecture originale d'un traitement de l'information en SONAR actif, depuis la détection élémentaire jusqu'à la trajectographie. Il s'agit d'utiliser la forme des échos lors de l'étape de détection. Cette notion qui appartient au domaine de l'image s'exprime par une fonction discriminante d'attributs de forme dont la valeur pour chaque écho peut être exploitée par la trajectographie. Cette dernière est réalisée selon le principe du PDA étendu aux mesures de forme.

## ABSTRACT

The topic of this paper concerns the elementary detection and TMA in an active SONAR system. The shape of echo can be fruitfully used to improve the detection. It is nothing else but a linear discrimination analysis based upon well chosen echo features. The discrimination function is then used as an extra-measurement in the TMA. The principle of Probabilistic Data Association is extended to these extra-measurements.

## I - INTRODUCTION

Un SONAR actif délivre une image composée de couples (azimut, distance) appelés échos. Un « vrai écho » est la manifestation de la cible dans un azimut voisin et à une distance proche de la réalité. Tous les échos ne sont pas intéressants. Les échos indésirables peuvent être des fausses alarmes laissées par le traitement du signal (« pointes » de bruit) ou bien dûs à la présence d'une faune, d'épaves ou d'un phénomène de réverbération ; ceux là sont définis comme étant de « faux échos ». La détection, étape délicate s'il en est, peut être avantageusement aidée par la « forme » des échos.

$$\text{- l'élongation } \text{Esf} = \sqrt{\frac{I_x}{I_y}}$$

Pour un rectangle, l'élongation est le rapport longueur sur largeur. Pour étendre ce concept à des échos de forme quelconque, nous déterminons un rectangle exinscrit et nous assimilons l'élongation du rectangle à l'élongation de l'écho. Ce rectangle est celui dont les côtés sont parallèles aux vecteurs propres de la matrice centrale d'inertie de l'écho. Ils correspondent aux directions des axes principaux d'inertie suivant lesquels l'écho présente le plus fort et le plus faible moment. Nous utilisons donc le rapport entre ces deux moments principaux d'inertie  $I_x$  et  $I_y$  pour évaluer l'élongation.

## II - DETECTION des ECHOS

### II - 1 Les attributs de forme

Une importante population test a permis de dégager des attributs de forme d'un écho [2]. Ces vecteurs doivent vérifier les propriétés suivantes : invariance en similitude affine, non corrélation entre eux et présentation d'une variance faible sur une même classe d'écho [1]. Les attributs choisis sont :

- le rapport  $\text{Par} = \frac{\text{Aire}}{\text{Périmètre}}$
- le coefficient de circularité  $\text{Csf} = \frac{4\pi \text{Aire}}{\text{Périmètre}^2}$ ,
- l'extension en distance  $\text{Yd}$ ,

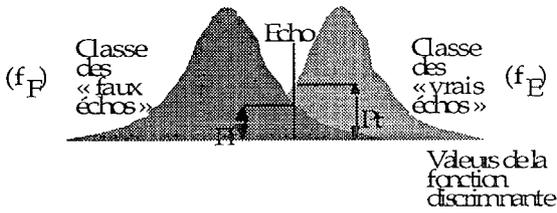
### II - 2 Détection et classification des échos

L'étape de détection classique consiste à normaliser [6] chaque « snapshot » ou image (la fenêtre de normalisation tient compte de la forme théorique d'un « vrai écho ») puis à la seuiller. A l'issue de cette première étape, on considère qu'une grande partie de « faux échos » est éliminée. Néanmoins une population d'échos indésirables reste présente dans l'image ainsi restaurée.

Une étape de post-détection ou de classification permet de réduire cette population indésirable : elle est fondée sur une analyse linéaire discriminante des attributs de forme de chaque écho de l'image restaurée. A l'issue de ce traitement, à chaque écho restant est associée une note, valeur de la fonction discriminante. L'exploitation de données réelles révèle un



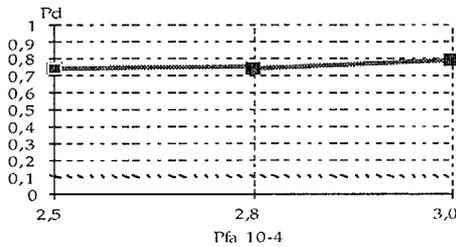
comportement gaussien de cette note sous les deux hypothèses (« vrai écho » et « faux écho ») et permet la construction d'un post-détecteur (Cf. figure 1). Cette note est considérée comme une mesure dans la trajectographie qui suit.



- figure 1 : Calcul de la note d'un écho -

## II - 4 Qualité de la détection et de la classification

Nous donnons ici, à partir de 1.5 millions d'échos mesurés en mer Méditerranée et en océan Atlantique, une portion de la courbe C.O. R. (figure 2).



- figure 2 : Courbe C.O.R. -

## III - TRAJECTOGRAPHIE

La méthode de trajectographie est basée sur la vraisemblance de l'ensemble des échos extraits qui est une fonction paramétrée par la position et la vitesse de la cible, par les probabilités de détection et de fausse alarme ainsi que par les écart-types des mesures. La maximisation numérique de cette fonction donne l'estimateur du maximum de vraisemblance MLE qui converge en moyenne vers la bonne solution.

### III- 1 Construction d'un estimateur

La construction d'un estimateur suppose implicitement le caractère statistique des données pour lequel un modèle doit être choisi. Le fait qu'une image soit peuplée d'un ensemble d'échos comportant éventuellement une vraie détection et des fausses alarmes nous amène à adopter une approche bayésienne dans laquelle une probabilité a priori de présence d'un « vrai écho » est donnée. Les fausses alarmes sont susceptibles d'être n'importe où dans cette image.

### III- 2 Notations

Soit  $z_{ij}$  le  $j$ -ème écho présent dans l'image au temps  $t_i$ . C'est un triplé composé de son azimuth, de sa distance et de sa note :

$$z_{ij} = (\beta_{ij}, \rho_{ij}, c_{ij}), \quad (1)$$

Soit  $Z(i)$  l'ensemble de tous les échos à l'instant  $t_i$  et  $m_i$  le nombre d'échos en  $t_i$  de  $Z(i)$ , nous avons :

$$Z(i) = \{z_{ij}, j = 1, \dots, m_i\}, \quad (2)$$

Soit  $Z^i$  l'ensemble de tous les échos de  $t_1$  à :

$$Z^i = Z^{i-1} \times Z(i), \quad (3)$$

Soient les événements :

$$H_{ij} = \{z_{ij} \text{ est un vrai écho}\},$$

$$H_{ik} = \{\text{il n'y a que des faux échos en } t_i\},$$

Soient  $U_\theta$  le support des mesures d'azimuts et  $U_r$  celui des mesures de distance, nous définissons alors  $U = U_\theta \times U_r$ , comme le support ou image de l'ensemble  $Z(i)$  des échos extraits.

### III- 3 Hypothèses statistiques et vraisemblance

Les hypothèses que nous donnons sont celles implicitement adoptées dans la construction du filtre PDA, auxquelles nous ajoutons celles relatives à la note :

Les échos extraits en  $t_i$  sont supposés statistiquement indépendants des échos antérieurs :

$$p(Z^i | x) = p(Z^{i-1} | x) p(Z(i) | x) \quad (4)$$

Les événements  $\{H_{ij}, j = 0, \dots, m_i\}$  sont exclusifs et exhaustifs i.e. il y a au plus un « vrai écho » par image ; si  $\Omega_i$  représente l'ensemble de toutes les possibilités alors :

$$\Omega_i = \bigcup_{j=0}^{m_i} H_{ij} \text{ et } H_{ij} \cap H_{ik} = \emptyset$$

Conditionnellement à  $\{H_{ij}, j > 0\}$ ,  $z_{ij}$  est normalement distribué i.e. le « vrai écho » est normalement distribué pour  $j > 0$  :

$$p[(\beta_{ij}, \rho_{ij}) | x, H_{ij}] = \frac{1}{2\pi\sigma_\theta\sigma_r} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\beta_{ij} - \theta_i(x)}{\sigma_\theta}\right]^2 - \frac{1}{2}\left[\frac{\rho_{ij} - r_i(x)}{\sigma_r}\right]^2\right\} \quad (5)$$

avec

$$\begin{cases} \theta_i(x) = \text{Arg}(\overrightarrow{AB}(t_i)) \\ r_i(x) = \|\overrightarrow{AB}(t_i)\| \end{cases} \quad (6)$$

Les « faux échos » sont uniformément distribués dans l'image de surface  $u$  :

$$p[(\beta_{ij}, \rho_{ij}) | x, H_{i,k}] = \frac{1}{u}, \text{ pour } k \neq j \quad (7)$$



Si  $m_i^d$  et  $m_i^f$  représentent le nombre de « vrais échos » et le nombre de « faux échos » présents en  $t_i$ , alors, nous pouvons écrire :

$$m_i = m_i^d + m_i^f \text{ et } m_i^d \leq 1 \quad (8)$$

le nombre de fausses alarmes étant indépendant de la présence du sous-marin et de sa détection nous avons :

$$\begin{cases} P(m_i^d, m_i^f | x) = P(m_i^d | x) P(m_i^f | x) \\ P(m_i^f | x) = P(m_i^f) \end{cases} \quad (9)$$

Le nombre de « faux échos » dans une image de surface  $u$  suit une loi de Poisson de paramètre  $\lambda u$ ,  $\lambda$  représentant le nombre moyen de « faux échos » par unité de surface. Ce nombre est constant car une normalisation du signal [6] assure un taux stable de fausse alarme, nous avons :

$$\begin{cases} \lambda u = E(m_i^f) \\ P(m_i^f = k | x) = (\lambda u)^k \frac{e^{-\lambda u}}{k!} = \mu_f(k) \end{cases} \quad (10)$$

Ce nombre est relié à la probabilité de fausse alarme  $P_{fa}$  par  $\lambda u = NP_{fa}$  où  $N$  est le nombre de cellules élémentaires utilisées par la phase d'extraction.

La probabilité de détecter un vrai écho dans l'image en  $t_i$  est égale à  $P_d$  :

$$\begin{cases} P(m_i^d = 1 | x) = P_d \\ P(H_{i,d} | x) = 1 - P_d \end{cases} \quad (11)$$

Sachant qu'il y a un « vrai écho », toutes les mesures sont a priori des candidats équiprobables :

$$P(H_{ij} | x, m_i^d = 1, m_i) = \frac{1}{m_i} \text{ pour } j \geq 1 \quad (12)$$

Il y a indépendance entre la localisation de l'écho et sa note :

$$p(\beta_{ij}, \rho_{ij}, c_{ij}) = p(\beta_{ij}, \rho_{ij}) p(c_{ij}) \quad (13)$$

La note est une variable aléatoire gaussienne quelle que soit la nature de l'écho, ainsi pour  $j > 0$  et pour  $j \neq k$  nous avons :

$$\begin{cases} f_E(c_{ij}) = p(c_{ij} | x, H_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_E} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{c_{ij} - \mu_E}{\sigma_E} \right]^2 \right\} \\ f_F(c_{ij}) = p(c_{ij} | x, H_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_F} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{c_{ij} - \mu_F}{\sigma_F} \right]^2 \right\} \end{cases} \quad (14)$$

les hypothèses sont nécessaires et suffisantes pour exprimer la vraisemblance de  $Z^n$  :

$$L(Z^n | x) = \prod_{i=1}^n \left[ \frac{1 - P_d}{u^{m_i}} \prod_{j=1}^{m_i} f_F(c_{ij}) \mu_f(m_i) + \frac{P_d}{m_i u^{m_i-1}} \mu_f(m_i-1) \sum_{j=1}^{m_i} \frac{1}{2\pi \sigma_E \sigma_F} \right. \\ \left. \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\beta_{ij} - \theta_i(x)}{\sigma_E} \right]^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\rho_{ij} - r_i(x)}{\sigma_F} \right]^2 \right\} \cdot f_E(c_{ij}) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{m_i} f_F(c_{ik}) \right] \quad (15)$$

dont le logarithme est proportionnel à :

$$f(Z^n, x) \approx \sum_{i=1}^n \text{Log} \left[ 1 - P_d + \frac{P_d}{\lambda} \right] \\ \sum_{j=1}^{m_i} \frac{1}{2\pi \sigma_E \sigma_F} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\beta_{ij} - \theta_i(x)}{\sigma_E} \right]^2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\rho_{ij} - r_i(x)}{\sigma_F} \right]^2 \right\} \cdot \frac{f_E(c_{ij})}{f_F(c_{ij})} \\ \approx \sum_{i=1}^n \phi(Z(i), x) \quad (16)$$

### III- 3 Influence de la classification

Nous quantifions l'influence de la classification par la borne de Cramer-Rao, inverse de la matrice d'information de Fisher. Cette matrice est égale à la matrice d'information que nous aurions si nous n'avions que de vrais échos détectés à chaque fois, multipliée par la dégradation d'information due à la présence de faux échos résiduels. Ainsi nous posons :

$$F(x) = q_3 (P_d, P_{fa}, f_E, f_F) F_F(x)$$

avec  $q_3$  le facteur de réduction d'information fonction de  $P_d$ , de  $P_{fa}$  et des densités de probabilité  $f_E$  et  $f_F$ .  $F_F(x)$  est l'information pour  $(P_d, P_{fa}) = (1, 0)$  nulle. L'adoption de la distribution gaussienne pour  $f_E$  et  $f_F$  nous donne :

$$q_3 (P_d, P_{fa}, f_E, f_F) = q_3 \left( P_d, P_{fa}, \frac{\mu_E - \mu_F}{\sigma} \right)$$

De plus, sans classification [4] nous aurions :

$$\begin{cases} q_3 (P_d, P_{fa}, f_E, f_F) = q_2 (P_d, P_{fa}) \\ 0 \leq q_2 (P_d, P_{fa}) \leq q_3 (P_d, P_{fa}, f_E, f_F) \leq 1 \end{cases}$$

L'influence bénéfique sur la trajectographie est appréhendée par la comparaison entre  $q_3$  et  $q_2$  [3]. Enfin comme dans l'analyse du PDAF [4] nous vérifions que seule la connaissance du nombre moyen de fausses alarmes dans un voisinage de la réalité est nécessaire. Un tel voisinage est défini par l'ellipsoïde :

$$V_g = \left\{ (\beta, \rho), \left[ \frac{\beta - \theta(x)}{\sigma_E} \right]^2 + \left[ \frac{\rho - r(x)}{\sigma_F} \right]^2 \leq g^2 \right\}$$

### III- 4 Calcul de l'estimateur

Nous atteignons l'estimateur du maximum de vraisemblance par l'algorithme de Gauss-Newton selon l'algorithme original proposé en [3].

### III- 5 Test d'acceptation du résultat

Qu'il y ait ou non une piste de « vrais échos », i.e. une suite d'échos révélatrice d'une cinématique cohérente du sous-marin, l'algorithme fournit toujours une solution. Un outil permettant de la



valider est donc nécessaire. Soient les deux hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 = \{ \text{il y a une piste et } \hat{x} \text{ est le maximum} \} \\ H_1 = \overline{H_0} \end{cases}$$

Le lemme de Neyman-Pearson [5] propose de comparer le rapport de vraisemblance  $l(Z^n | \hat{x}, H_0) / l(Z^n | \hat{x}, H_1)$  à un seuil. Le théorème "central limite" conduit à considérer une variable aléatoire approximativement gaussienne  $T_0$ , que nous comparons à un seuil pour accepter  $\hat{x}$ .

$$T_0(Z^n, \hat{x}) \approx \frac{\phi(Z^n, \hat{x}) - n\mu_0}{\sqrt{n}\sigma_0} \tag{17}$$

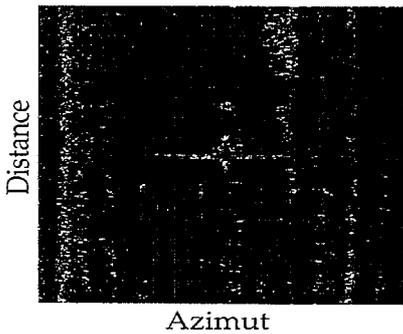
avec

$$\begin{cases} \sigma_0^2 = \text{Var}[\phi(Z(i), x) | H_0] \\ \mu_0 = E[\phi(Z(i), x) | H_0] \end{cases} \tag{18}$$

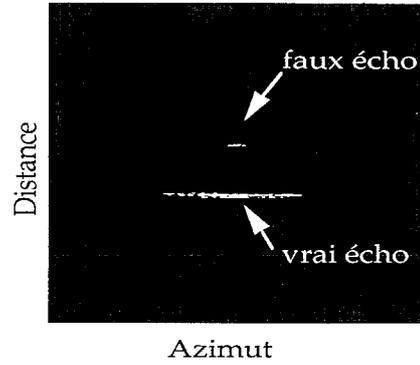
La puissance de ce test s'évalue par le même type de calcul, sous l'hypothèse  $H_1$  [3].

**IV-EXEMPLE d'APPLICATION**

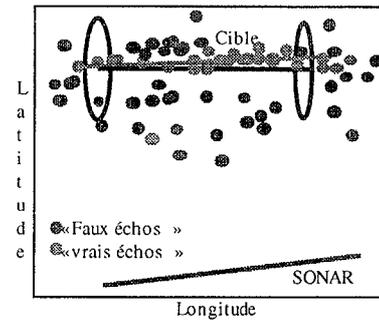
Nous illustrons ici notre exposé par un exemple. A partir d'une vingtaine d'images de détection (azimut, distance) comme celle donnée figure 3, nous appliquons le processus discriminant d'extraction pour obtenir des images comme celle de la figure 4. La figure 5 est une image géographique en (Latitude, Longitude) où l'on retrouve la trajectoire du bâtiment porteur du SONAR, la trajectoire réelle de la cible, les « vrais » et les « faux échos » différenciés par le niveau de gris et le résultat de la trajectographie avec les ellipses d'incertitude à 90%.



- figure 3 : image brute -



- figure 4 : image nettoyée -



- figure 5 : image avec échos -

**V - CONCLUSIONS et PERSPECTIVES**

Cet article est dédié à une technique de trajectographie en SONAR actif fondée sur le principe du maximum de vraisemblance et à son extraction associée. L'originalité réside dans le fait que nous avons considéré les « faux échos » susceptibles d'être passés au travers des mailles du filet de l'extraction. La prise en compte de fausses détections se fait au moyen d'une modélisation statistique du bruit. Le bénéfice d'une note après extraction pour chaque écho augmente le rapport probabilité de détection sur probabilité de fausse alarme. La trajectographie s'en trouve facilitée. La méthode a été performante sur données fictives et réelles auxquelles elle a été confrontée.

**VI- BIBLIOGRAPHIE**

[1] - J. G. POSTAIRE - "De l'image à la décision" - Dunod Informatique 1987.  
 [2] - D. BERGERO - "Modélisation et tri d'échos de sonar actif très basse fréquence" - GERDSM, n° 066092 ET/LD du 23 octobre 1990, rapport interne.  
 [3] - C. JAUFFRET et Y. BAR-SHALOM - "Track formation with bearing and frequency measurements in clutter" - IEEE, Trans on AES, vol. 26, nov90.  
 [4] - Y.BAR-SHALOM et T. FORTMANN - "Tracking and data association" - Academic Press, 1988.  
 [5] - V.BARNETT - "Comparative statistical inference" - John Wiley and Son, 1982.  
 [6] - F. LEFAUDEUX - "Algorithme pragmatique de normalisation" - GRETSI Colloque 1981.