



Reconstruction vasculaire à l'aide d'un modèle markovien 3D

Etienne Payot*^{†‡}, Françoise Prêteux[‡], Régis Guillemaud*, Yves Troussel[†]

[†] G.E. Medical Systems, 283 rue de la minière, 78 533 Buc Cedex

[‡]Institut National des Télécommunications, 9 rue Charles Fourier, 91 011 Evry Cedex

* LETI/DSYS (CEA-Technologies Avancées), CEN/G, 17 rue des Martyrs, 38054 Grenoble Cedex 9

RÉSUMÉ

Dans le cadre de la reconstruction 3D du réseau vasculaire à partir d'un ensemble de projections, notre contribution est relative au développement d'un modèle markovien rendant compte des propriétés géométriques et morphologiques des structures vasculaires. L'intérêt de ce modèle est de diminuer le bruit lors de la reconstruction, de rehausser les petits vaisseaux faiblement contrastés et de garantir la précision de la représentation 3D. La minimisation de la fonctionnelle globale d'énergie s'effectue à l'aide d'un algorithme ICM, les paramètres du modèle étant estimés lors de l'étape d'initialisation. Des résultats expérimentaux à partir de données réelles *in vivo* montrent la pertinence du modèle.

ABSTRACT

In this paper, the reconstruction of 3D vascular network based on a finite set of 2D projections is addressed. The major contribution is the development of a model allowing both the denoising of the reconstruction as well as the enhancement of small vessels. The discrete 3D topology and the associated cost functions are specified with respect to the particular morphology of blood vessels. The corresponding solution was obtained via an ICM algorithm. Experimental results demonstrate the efficiency of the proposed method.

1. INTRODUCTION

La reconstruction à partir d'un ensemble de projections est une problématique commune à de nombreuses techniques d'imagerie médicale. Nous nous intéressons ici à la reconstruction vasculaire 3D à partir de séquences d'angiographies soustraites 2D acquises autour du patient. Le principe consiste à soustraire de l'image acquise pendant l'injection d'un produit de contraste, l'image masque correspondante obtenue avant l'injection. Cela a pour effet de mieux visualiser les structures vasculaires.

La reconstruction 3D à partir d'un ensemble de projections appartient à la classe des problèmes mal-posés au sens de Hadamard. Elle souffre d'une intrinsèque sensibilité au bruit. En outre, l'acquisition ne fournit qu'un ensemble de données incomplet qui ne permet pas d'assurer l'unicité de la solution. Enfin, les mouvements du patient entre l'acquisition des séquences "masque" et "opacifiée" se traduisent par des artefacts de soustraction qui rendent le problème incohérent.

Pour pallier ces limitations, il est nécessaire de régulariser la procédure de reconstruction en introduisant un modèle de l'objet à reconstruire [3][4]. Des modèles géométriques ont été proposés mais leur trop grande rigidité ne leur permet pas de prendre en compte les variabilités anatomiques et les pathologies.

Aussi, leur préfère-t-on des modèles stochastiques offrant une plus grande souplesse de modélisation. Le contexte mathématique classiquement adopté correspond alors à celui de l'estimation bayésienne où la solution au sens du Maximum A Posteriori (MAP) est exprimée sous la forme :

$$x_{MAP} = \text{Arg max}_x [P(Y = y/X = x)P(X = x)] \quad (1)$$

où X représente le processus aléatoire modélisant l'objet à reconstruire et Y les données observées.

Le processus de formation de l'image est représenté par :

$$y = Hx + \eta, \quad (2)$$

où H est l'opérateur de projection et η un bruit blanc gaussien.

En général, les modèles utilisés en reconstruction sont adaptés à la représentation d'objets compacts et contrastés et ne sont pas directement applicables à la reconstruction de petits vaisseaux fins et faiblement contrastés.

Dans cet article, nous présentons un modèle markovien 3D adapté à la morphologie et à la topologie spécifiques du réseau vasculaire. Le processus de reconstruction développé est alors contraint par ce modèle au travers d'un algorithme ICM (Iterated Conditional Mode).

Dans la première partie, nous rappellerons brièvement le principe de la modélisation par champs de Markov dans le cadre de la reconstruction 3D. La seconde partie sera consacrée à la description du modèle vasculaire développé. En particulier la topologie 3D, le système de cliques et les potentiels associés seront spécifiés en fonction des caractéristiques morphologiques des vaisseaux et de leur environnement. Enfin, dans la dernière partie, les résultats expérimentaux obtenus à partir de données réelles seront présentés et discutés quant à leur précision et leur robustesse.



2. MODÉLISATION MARKOVIENNE

2.1. Champ de Markov

Une image sera modélisée par un champ markovien X si et seulement si pour tout site i , on a :

$$P(x_i/x_j, j \neq i) = P(x_i/x_j, j \in V_i) \quad (3)$$

où V_i représente le voisinage de i .

Sous contrainte de positivité [1][2], X suit une distribution de Gibbs $\pi(x) = \frac{1}{Z} \exp(-U(x))$ où Z est la constante de normalisation définie par $Z = \sum_x U(x)$ et $U(x)$ une fonction d'énergie s'écrivant comme somme de potentiels locaux sur des sous-ensembles c de sites mutuellement voisins, appelés cliques, associés à la structure de voisinage (V_i) :

$$U(x) = \sum_{c \in C} V_c(x) . \quad (4)$$

2.2. Régularisation Markovienne

En exprimant dans (1) les modèles choisis pour les distributions de probabilités, l'estimation au sens du MAP se ramène à la minimisation d'une fonction d'énergie globale formée par la somme pondérée d'un terme de rappel aux observations et d'un terme d'*a priori* dont l'estimée s'écrit :

$$x_{MAP} = \text{Arg min}_x [\|Hx - y\|^2 + \alpha U(x)] \text{ avec } \alpha \geq 0. \quad (5)$$

Afin de stabiliser les reconstructions, les premières approches de régularisation ont donc consisté à favoriser des solutions "lisses" par l'utilisation de fonctions potentielles quadratiques associées à un système de voisinage en 4- ou 8-connexité. En ne respectant pas les frontières naturelles des objets, ces contraintes induisent un lissage des bords et une perte de résolution qui peut se révéler particulièrement gênante en imagerie médicale.

Cet inconvénient a conduit Geman et Geman [1] à introduire une variable cachée, appelée processus ligne, permettant d'inhiber les contraintes de lissage lorsque un bord est détecté. Cette approche a été généralisée [5][6] en définissant des fonctions potentielles équivalentes à l'emploi de processus ligne implicite : pour de petites variations d'intensité, les fonctions de potentiels ont un comportement quadratique tandis que pour des variations importantes (relativement à un certain seuil) elles sont constantes. Elles ne dépendent plus de l'écart entre les densités des voxels et laissent les discontinuités se former. Les fonctions potentielles de ce type, les plus couramment utilisées, sont :

- le modèle "membrane à contrainte de continuité lâche" [5] :

$$V_c(x_i, x_j) = \begin{cases} \left(\frac{\|x_i - x_j\|}{K} \right)^2 & \text{si } \|x_i - x_j\| < K \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} , \quad (6)$$

- le modèle Lorentzien [6] :

$$V_c(x_i, x_j) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\|x_i - x_j\|}{K} \right)^2} \|x_i - x_j\|^2 . \quad (7)$$

Dans ces deux modèles la valeur de K constitue un paramètre particulièrement sensible. Il se comporte comme un seuil sur le module du gradient tel que les fluctuations inférieures à K sont lissées tandis que les autres sont rehaussées.

Dans notre application où coexistent des vaisseaux de taille importante fortement contrastés et des vaisseaux fins (de la taille du voxel) peu contrastés, la spécification d'un paramètre marquant la rupture du comportement quadratique est difficile. Aussi, afin de préserver les petits vaisseaux, avons-nous adopté un schéma incluant d'une part un potentiel de lissage adaptatif qui, contrairement au modèle précédent ne permet pas le rehaussement des discontinuités, et d'autre part un potentiel de rehaussement des bords et des petits vaisseaux.

3. MODÈLE VASCULAIRE

Comme les vaisseaux se caractérisent principalement par leur structure allongée, il apparaît naturel d'introduire, dans la modélisation, pour chaque site i , un critère d'anisotropie formé par le couple de paramètres suivant :

- une direction θ_i indiquant la direction locale dominante. Pour un voxel appartenant à un petit vaisseau cette direction correspond à celle de l'axe du vaisseau; pour un voxel appartenant à la frontière d'une structure plus large (vaisseau ou pathologie), la direction doit être parallèle au bord, et pour un voxel appartenant au fond ou à l'intérieur d'une structure large, cette direction devient non significative.
- un degré de confiance, λ_i , indiquant la pertinence du paramètre de direction. Ce paramètre est élevé dans les zones de transition où la direction est significative et faible dans les régions homogènes. Il permet de marquer les discontinuités d'intensité.

Afin de rehausser les bords et les petits vaisseaux nous associons à chaque voxel un paramètre $curv_i$ estimant la courbure dans le plan orthogonal à la direction locale θ_i . Le signe de ce paramètre permet de différencier les frontières extérieures et intérieures des objets et ainsi d'indiquer le sens de variation à imposer aux densités des voxels de part et d'autre d'un bord afin de rehausser celui-ci.

3.1. Estimation des paramètres

L'estimation de la direction 3D soulève deux problèmes. D'une part, elle ne peut pas, comme en 2D, être définie de façon duale par la normale au gradient. D'autre part, pour les petits vaisseaux de la taille du voxel qui correspondent à des lignes de crêtes, le module du gradient est faible voire nul.

Ces inconvénients peuvent être surmontés par une approche similaire à celle utilisée en analyse de texture par Ravisankar and Schunk [7] pour estimer une direction locale dominante. Nous définissons alors θ_i comme la direction "la plus orthogonale" aux gradients dans le voisinage du voxel i considéré. θ_i est alors la direction d qui minimise l'expression suivante :

$$J_i = \sum_{j \in V_i} \langle d, \nabla x_j \rangle^2 \quad (8)$$

et θ_i correspond à la direction du vecteur propre associé à la valeur propre minimale de la forme quadratique :

$$J_i = d^T M_i d \quad (9)$$

où M_i est définie par :

$$M_i \doteq \sum_{j \in V_i} (\nabla x_j \cdot \nabla x_j^T) = \begin{bmatrix} \sum_{j \in V_i} I_x^2 & \sum_{j \in V_i} I_x I_y & \sum_{j \in V_i} I_x I_z \\ \sum_{j \in V_i} I_x I_y & \sum_{j \in V_i} I_y^2 & \sum_{j \in V_i} I_y I_z \\ \sum_{j \in V_i} I_x I_z & \sum_{j \in V_i} I_y I_z & \sum_{j \in V_i} I_z^2 \end{bmatrix}$$

Le degré de confiance que l'on accorde à la direction estimée peut être mesuré par la répartition des valeurs propres de M_i selon les différents axes principaux.

Soient V_1, V_2 , et V_3 les valeurs propres de M_i rangées par ordre décroissant, nous exprimons la pertinence de la direction au site i par $\lambda_i = V_1 + V_2 - 2V_3$.

Il est à noter que cette mesure de la localisation des transitions est plus robuste que l'utilisation de la norme du gradient $\|\nabla I\|$ car elle ne s'annule pas sur les petits vaisseaux et est moins sensible à la présence de bruit de type "poivre et sel".

La direction locale θ_i étant estimée, la courbure dans le plan transverse est calculée à partir de l'expression suivante:

$$curv_i = \Delta_{\theta_i^\perp} (G_{\theta_i} * I) \quad (10)$$

où $\Delta_{\theta_i^\perp}$ est l'opérateur laplacien dans le plan orthogonal à la direction θ_i au point i et G_{θ_i} , un noyau gaussien (de taille 3) de lissage orienté dans la direction θ_i .

3.2. Fonctionnelle d'énergie

Sur le réseau de sites 3D, on considère un système de voisinage composé des 26 plus proches voisins et des cliques formées par les singletons et les paires de sites voisins. La direction θ_i est discrétisée selon les 13 directions qui se déduisent de cette structure et par abus de langage, nous noterons θ_i l'ensemble formé par les 2 sites du voisinage du point i se trouvant dans la direction θ_i . De même, θ_i^\perp désignera l'ensemble formé par les 4 sites du plan orthogonal à θ_i .

Pour les cliques composées de 2 sites, les fonctions potentielles sont définies par : $V_{C1}(x_i, x_j) = c_{ij} \cdot (x_i - x_j)^2$, avec

$$c_{ij} = \frac{c_{i \rightarrow j} + c_{j \rightarrow i}}{2} \text{ et } c_{i \rightarrow j} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_j \in \theta_i \\ \exp(-\lambda_i) & \text{si } x_j \in \theta_i^\perp \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Pour les cliques de type singleton, les fonctions potentielles réalisant le rehaussement de contraste sont de la forme :

$$V_{C2}(x_i) = -F_1(curv_i) \cdot F_2(V_1, V_2, V_3) \cdot F_3(x_i), \quad (11)$$

où :

- $F_1(\cdot)$ est une fonction impaire prenant ces valeurs entre -1 et 1. Le choix le plus simple consiste à prendre $F_1(curv_i) = \text{sign}(curv_i)$, mais des fonctions plus régulières au sens de la continuité ou de la différentiation telles que $F_1(curv_i) = \frac{curv_i}{1 + |curv_i|}$ sont préférables.

- $F_2(\cdot)$ est une fonction positive contrôlant l'emplacement et l'amplitude du rehaussement. On peut, grâce aux informations données par V_1, V_2 , et V_3 rehausser sélectivement certaines formes particulières. Dans notre application, pour rehausser les petits vaisseaux et les bords, on utilise $F_2(\cdot) = \sqrt{V_1 + V_2}$.

- $F_3(\cdot)$ est une fonction de seuil permettant de supprimer le rehaussement lorsque le site considéré est suffisamment contrasté.

La fonctionnelle globale d'énergie s'exprime finalement comme suit :

$$E(x) = \|y - Hx\|^2 + \alpha \sum_{(x_i, x_j) \in C} c_{ij} \cdot (x_i - x_j)^2 + \beta \sum_{(x_i) \in C} V_{C2}(x_i) \quad (12)$$

où α et β sont des réels positifs pondérant l'influence des termes de régularisation.

3.3. Minimisation

Les algorithmes stochastiques de relaxation permettent d'atteindre le minimum global de la fonction d'énergie mais requièrent un temps de calcul prohibitif. Nous leur préférons l'algorithme ICM [2] qui converge, en peu d'itérations (de l'ordre de 5 à 10), vers un état stable correspondant à un minimum local de $E(x)$ qui est satisfaisant dès lors que l'initialisation de la procédure itérative de minimisation n'est pas aléatoire.

D'un point de vue pratique, nous effectuons 2 itérations utilisant uniquement la contrainte de rappel aux données, puis sur une version filtrée de cette reconstruction initiale, les paramètres du modèle sont estimés. Ensuite, la minimisation est appliquée à la fonctionnelle (12). D'autres algorithmes déterministes tels que des algorithmes de descente de gradient peuvent être utilisés mais ils nécessitent comparativement un plus grand nombre d'itérations pour des résultats équivalents.

4. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

L'algorithme présenté a été testé sur plusieurs jeux de données obtenus sur un système d'angiographie 3D expérimental développé par G.E. Medical Systems. La séquence de projections est composée de 40 angiographies soustraites acquises sur 180 degrés.

4.1. Estimation des paramètres

La figure 1 montre une vue "MIP" (Maximum Intensity Projection) d'un réseau vasculaire 3D reconstruit. On peut y noter la présence d'un anévrisme de taille importante tangent à un vaisseau. La variabilité de la taille des vaisseaux à reconstruire est bien représentative de la problématique générique précédemment détaillée. La figure 2 montre la courbure (2a négative, 2b positive) estimée dans des plans transverses à la direction locale dominante θ_i en chaque point i . Ces images correspondent à des coupes du volume passant par l'anévrisme. On discerne aisément sur la figure 2b (courbure positive) les vaisseaux orthogonaux au



plan de coupe.

La comparaison des figures 2a et 2b montre que le signe de la courbure permet de différencier les frontières interne et externe et ainsi de séparer l'anévrisme d'un vaisseau tangent à celui-ci dans le plan de coupe.

4.2. Reconstruction

La figure 3 montre cette même coupe reconstruite avec une méthode standard de type ART [8] (figure 3a), et d'autre part par ICM avec une contrainte isotrope (figure 3b), la contrainte de lissage adaptée (figure 3c), et en plus la contrainte de rehaussement (figure 3d). La comparaison des figures 3b et 3c met en évidence l'amélioration obtenue dans la définition des petits vaisseaux sans pour autant augmenter le niveau de bruit. La figure 3d montre l'effet de la contrainte de rehaussement. Celle-ci se révèle être dans la pratique très sensible et une relativement faible pondération est nécessaire. Pour cette expérimentation, les paramètres α et β ont été fixés respectivement à 1. et $5 \cdot 10^{-4}$. Des variations de 10% autour de ces valeurs n'entraînent pas de modifications notables de la reconstruction ce qui établit la robustesse de l'algorithme et du modèle proposés. Enfin, notons l'amélioration obtenue dans la séparation du vaisseau et de l'anévrisme par rapport aux méthodes standards ART ou ICM.

5. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons présenté un algorithme de reconstruction vasculaire 3D intégrant un modèle markovien. Les systèmes de cliques ainsi que les fonctions potentielles du modèle ont été spécifiés en tenant compte des propriétés morphologiques et topologiques des réseaux vasculaires. La minimisation de la fonctionnelle d'énergie s'effectue à l'aide d'un algorithme ICM. Des résultats expérimentaux montrent la pertinence du modèle adopté et les améliorations obtenues par rapport aux algorithmes classiques. Les développements futurs portent sur la prise en compte des distorsions géométriques dues à l'acquisition sur un secteur angulaire limité (120 degrés).

Remerciements : Nous remercions les Professeurs Carsin et Scarabin du CHU de Rennes pour les données qu'ils nous ont fournies ainsi que le GRECO pour l'intérêt qu'il porte à ce travail.

6. RÉFÉRENCES

- [1] S.Geman and D. Geman, *Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images*, IEEE trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. PAMI-6, No. 6, Nov. 1984, pp. 721-741.
- [2] J. Besag, *On the statistical analysis of dirty pictures*, Journal of the Royal Statistical Society, ser.B, Vol. 48, 1986, pp. 259-302.
- [3] P. Green, *Bayesian reconstructions from emission tomography data using a modified EM algorithm*, IEEE trans. on Medical Imaging, Vol. MI-9, No. 1, March 1990, pp. 84-93.
- [4] T. Hebert and R. Leahy, *A generalised EM algorithm for 3D Bayesian reconstruction from Poisson data using Gibbs priors*, IEEE trans. on Medical Imaging, Vol. MI-8, No. 2, June 1989, pp. 194-202.

[5] A. Blake and A. Zisserman, *Visual Reconstruction*, MIT Press, 1987.

[6] S. Geman and G. Reynolds, *Constrained restoration and the recovery of discontinuities*, IEEE trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. PAMI-14, No. 3, March 1992, pp. 367-383.

[7] A. Ravishanker and B. Schunk, *Computing oriented textured fields*, CVGIP, Graphical Models and Image Processing, 53, 1991, pp. 157-185.

[8] Y. Troussset, A. Rougee, C. Picard, D. Saint-Felix, *3D reconstructions of high contrasted objets from limited X-ray projections*, SPIE 1137, 1989, pp. 54-59.

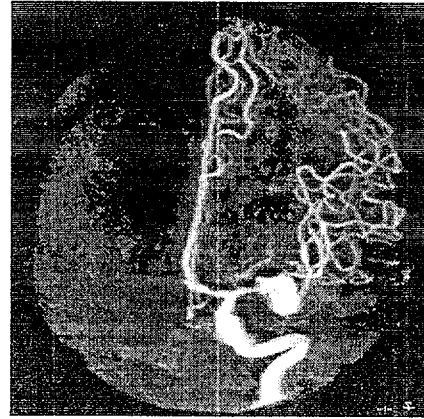
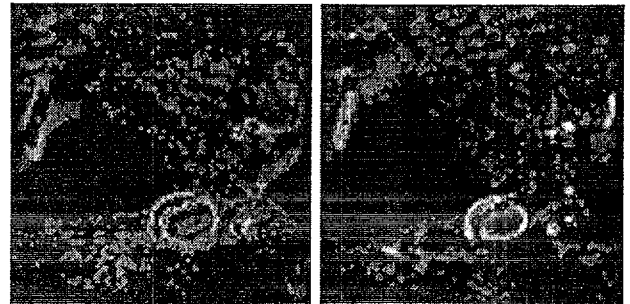
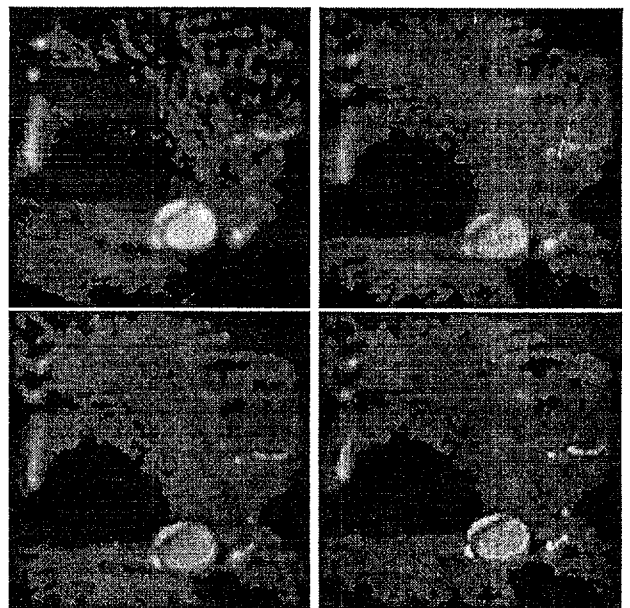


Figure 1 : Projection "MIP" d'un réseau vasculaire 3D



a b

Figure 2 : courbure négative (2a) et positive (2b) dans un plan de coupe passant par l'anévrisme



a b
c d

Figure 3 : Plans de coupe des reconstructions obtenues par ART (a), ICM et une contrainte isotrope (b), adaptative (c), et avec le rehaussement (d)