PISTAGE ET VALIDATION DE PISTE PAR PDAF ET RECONNAISSANCE

Christian MUSSO, Jean DEZERT

ONERA DES/STD, Chemin de la Hunière et des Joncherettes, 91120 Palaiseau, France

RÉSUMÉ

Cet article propose à la fois, une méthode de pistage basée sur le PDAF (Probabilistic Data Association Filter) et une méthode de validation de piste. Les algorithmes développés permettent le pistage de cibles là où les méthodes classiques s'avèrent inefficaces : pistage de cible en vol groupé ou bien noyée dans un nuage dense d'objets, ayant la même cinématique, avec un taux de fausse alarme élevé. La méthode de pistage et de validation de piste proposée s'appuie sur l'exploitation d'informations de reconnaissance des échos délivrés par la chaine de détection du radar de poursuite.

ABSTRACT

This paper presents an algorithm based on PDAF (Probabilistic Data Association Filter) for tracking a target in the presence of false alarms and interfering objects. Target and interfering objects have the same kind of plant equation. The algorithm takes into account recognition information on echos. We propose also a method for track confirmation.

1. Introduction

Nous présentons une version du PDAF [1] avec prise en compte de la reconnaissance des échos. Cette information de reconnaissance, qualifiant l'écho provenant soit d'une fausse alarme (FA), soit d'un objet (L) ou de la cible (T), est incorporée dans les équations du PDAF afin de pouvoir pister une cible noyée dans un nuage d'objets. La reconnaissance est dans ce contexte particulier nécessaire étant donnée la cinématique supposée quasi-identique des objets et de la cible. Cette information de reconnaissance est caractérisée par des décisions (d_0,d_1,ou d_2) dont l'origine n'est pas explicitée (polarimétrie, SER, etc ...). Le coût en calcul du filtre est proche de celui d'un PDAF classique et permet donc d'envisager le pistage de la cible dans un environnement trés dense en objets et FA. Nous proposons également une procédure de validation de pistes nécessaire pour confirmer une piste *accrochant* la cible ou infirmer une piste *accrochant* un objet. Les résultats de simulations non rapportés montrent l'intérêt de la méthode dans ce contexte de pistage.

2. Pistage par PDAF et reconnaissance

2.1 Modélisation du système

L'évolution de l'état de la cible et son observation sont modélisées par le système

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}[k, \mathbf{x}(k)] + \mathbf{v}(k) \quad (1)$$

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{h}[k, \mathbf{x}(k)] + \mathbf{w}(k) \quad (2)$$

où $\mathbf{x}(k)$ est le vecteur d'état (dimension n_x) à estimer, $\mathbf{z}(k)$ le vecteur de mesure (dimension n_z), $\mathbf{v}(k)$ le bruit d'état et $\mathbf{w}(k)$ le vecteur de bruit de mesure à l'instant k. $\mathbf{v}(k)$ et $\mathbf{w}(k)$ sont supposés être des bruits blancs gaussiens centrés mutuellement indépendants de matrice de covariance respective $\mathbf{Q}(k)$ et $\mathbf{R}(k)$. L'état initial, indépendant de $\mathbf{w}(k)$, est également gaussien de moyenne $\hat{\mathbf{x}}(0|0)$ et de covariance $\mathbf{P}(0|0)$.

2.2 Rappel du filtre PDAF classique

Dans un contexte d'observations multiples, le PDAF met d'abord en œuvre une technique de validation des mesures (fenêtrage statistique) qui consiste à limiter, à partir de la mesure prédite $\hat{\mathbf{z}}(k|k-1)$ et de la covariance de l'erreur de mesure $\mathbf{S}(k)$, un volume de l'espace des mesures $V(k)$ à l'intérieur duquel la cible a une forte probabilité P_g de se trouver. L'ensemble $\mathbf{Z}(k)$ des mesures validées à l'instant k est défini par

$$\mathbf{Z}(k) \triangleq \{\mathbf{z}(k) \text{ tel que } \tilde{\mathbf{z}}'(k)\mathbf{S}(k)^{-1}\tilde{\mathbf{z}}(k) \leqslant \gamma\} \quad (3)$$

avec

$$\tilde{\mathbf{z}}(k) \triangleq \mathbf{z}(k) - \hat{\mathbf{z}}(k|k-1) \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{z}}(k|k-1) = \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \quad (5)$$

$$\mathbf{S}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k|k)\mathbf{H}'(k) + \mathbf{R}(k) \quad (6)$$

$$\mathbf{H}(k) = \left[\nabla \mathbf{h}'[k, \mathbf{x}(k)]\right]'_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k|k-1)} \quad (7)$$

L'ensemble des mesures validées jusqu'à l'instant k est noté $\mathbf{Z}^k = (\mathbf{Z}(k), \mathbf{Z}^{k-1})$. Le seuil γ, qui fixe la taille de $V(k)$, est lié à P_g par la relation $P_g = P(\chi^2 \leqslant \gamma | n_z)$.
Soit m_k le nombre total d'échos validés à l'instant k. Il existe alors $m_k + 1$ hypothèses d'association possibles concernant l'origine des mesures. Ces hypothèses sont caractérisées par les évènements :

θ_0: Aucun écho ne provient de la cible

θ_i: Le $i$ème écho provient de la cible

L'estimateur PDAF classique est donné par la moyenne conditionnelle basée sur l'ensemble des mesures validées $\mathbf{Z}(k)$ à savoir $\hat{\mathbf{x}}(k|k) \triangleq E[\mathbf{x}(k)|\mathbf{Z}^k]$ qui s'écrit, compte tenu du caractère exclusif et exhaustif des hypothèses :

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \sum_{i=0}^{m_k} P(\theta_i|\mathbf{Z}^k) E[\mathbf{x}(k)|\mathbf{Z}^k, \theta_i] = \sum_{i=0}^{m_k} \beta_i \hat{\mathbf{x}}_i(k|k) \quad (8)$$

avec $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k)$ pour $i \neq 0$ et $\hat{\mathbf{x}}_0(k|k)$ donnés par

$$\hat{\mathbf{x}}_i(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k)\tilde{\mathbf{z}}_i(k) \tag{9}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_0(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) \tag{10}$$

En utilisant (9) et (10) dans (8), il vient l'équation de mise à jour de l'état et de sa covariance associée [1]

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) = \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k)\sum_{i=1}^{m_k}\beta_i\tilde{\mathbf{z}}_i(k) \tag{11}$$

$$\mathbf{P}(k|k) = \beta_0(k)\mathbf{P}(k|k-1) + \big(1-\beta_0(k)\big)\mathbf{P}_c(k) + \tilde{\mathbf{P}}(k) \tag{12}$$

avec

$$\mathbf{K}(k) \triangleq \mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}'(k)\mathbf{S}(k)^{-1} \tag{13}$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_i(k) \triangleq \mathbf{z}_i(k) - \hat{\mathbf{z}}(k|k-1) \tag{14}$$

Les probabilités $\beta_i(k)$ sont données par [1]

$$\beta_0(k) = \frac{b}{b+\sum_{j=1}^{m_k}\alpha_j} \tag{15}$$

$$\beta_i(k) = \frac{\alpha_i}{b+\sum_{j=1}^{m_k}\alpha_j} \quad \text{si } i \neq 0 \tag{16}$$

avec

$$\alpha_i = \exp\{-\tilde{\mathbf{z}}_i'(k)\mathbf{S}(k)^{-1}\tilde{\mathbf{z}}_i(k)/2\} \tag{17}$$

$$b = (2\pi/\gamma)^{n_z/2}\lambda_{fa}V(k)\frac{(1-P_dP_g)}{P_d} \tag{18}$$

P_d représente la probabilité de détection de la cible et λ_{fa} la densité spatiale des fausses alarmes dans l'espace des mesures. Les équations de prédiction du PDAF sont identiques à celles d'un filtre de Kalman étendu standard à savoir

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1|k) = \mathbf{F}(k)\hat{\mathbf{x}}(k|k) \tag{19}$$

$$\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{F}(k)\mathbf{P}(k|k)\mathbf{F}'(k) + \mathbf{Q}(k) \tag{20}$$

avec

$$\mathbf{F}(k) = \big[\nabla\mathbf{f}'[k,\mathbf{x}(k)]\big]'_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k|k)}$$

2.3 Filtre PDAF enrichi par la reconnaissance

Le PDAF présente des performances intéressantes pour le pistage de cible en présence de fausses alarmes spatialement et temporellement non corrélées. Ses performances s'avèrent cependant fortement dégradées quand la cible est noyée dans un nuage d'objets de cinématique comparable. Pour compenser cette dégradation, on propose d'exploiter, en plus des mesures $\mathbf{z}(k)$ (relatives à la cinématique des corps), des mesures de reconnaissance, notées $\mathbf{D}(k)=\{d_i(k)\}_{j=1}^{m_k}$ sur la nature des échos validés. Une approche similaire, mais spécifiquement basée sur l'amplitude des échos reçus comme facteur discriminant au sein du PDAF, peut être trouvée en [2]. Dans notre approche, la reconnaissance notée $d_i(k)$ concernant le $i$ème écho validé peut prendre trois valeurs possibles : $d_i(k)=d_0$ si l'écho est déclaré du type bruit thermique ou fausse alarme (hypothèse h_0), $d_i(k)=d_1$ si l'écho est déclaré de type objet (hypothèse h_1) ou $d_i(k)=d_2$ si l'écho est déclaré de type cible (hypothèse h_2). La qualité globale du processus de reconnaissance mis en œuvre est caractérisée par une matrice de confusion $\mathbf{C}=[c_{ij}]$ supposée connue dont les éléments sont donnés par $c_{ij}=P(d(k)=d_i|h_j)$ $i,j=0,1,2$. Les décisions $d_i(k)$ sont supposées indépendantes sachant l'origine de toutes les mesures. En utilisant la même démarche de développement que celle du PDAF standard, l'estimateur est alors donné par

$$\hat{\mathbf{x}}(k|k) \triangleq E[\mathbf{x}(k)|\mathbf{Z}^k,\mathbf{D}^k] = \sum_{i=0}^{m_k}\beta_i\hat{\mathbf{x}}_i(k|k) \tag{21}$$

avec $\mathbf{D}^k \triangleq (\mathbf{D}(k),\mathbf{D}^{k-1})$ et $\hat{\mathbf{x}}_i(k|k)$ donné par (9) et (10). Les probabilités $\beta_i(k) \triangleq P(\theta_i|\mathbf{Z}^k,\mathbf{D}^k)$ sont obtenues par la règle de Bayes

$$\beta_i(k) = \frac{1}{c}P(\mathbf{Z}(k)|\theta_i(k),\mathbf{Z}^{k-1},\mathbf{D}^k,m_k) \times P(\mathbf{D}(k)|\theta_i(k),\mathbf{Z}^{k-1},\mathbf{D}^{k-1},m_k) \times P(\theta_i(k)|\mathbf{Z}^{k-1},\mathbf{D}^{k-1},m_k)$$

où c est une constante de normalisation. Nous détaillons le calcul dans le cas où $i=0$ (la cible est non détectée ou non validée). Dans ce cas, on a

$$P(\theta_0(k)|\mathbf{Z}^{k-1},\mathbf{D}^{k-1},m_k) = \frac{P[N_{lfa}=m_k](1-P_dP_g)}{(1-P_dP_g)P[N_{lfa}=m_k]+P_dP_gP[N_{lfa}=m_k-1]}$$

où $N_{lfa} \triangleq N_l+N_{fa}$, est la somme du nombre d'objets N_l et de fausses alarmes N_{fa} validées. N_l et N_{fa} étant supposés suivre une loi de Poisson de paramètres respectifs $\lambda_l V(k)$ et $\lambda_{fa}V(k)$, N_{lfa} suivra une loi de Poisson de paramètre $(\lambda_l+\lambda_{fa})V(k)$. La P_{fa} (probabilité de fausse alarme) étant donnée, λ_{fa} est connue; il nous restera à estimer λ_l. Si l'on admet l'hypothèse que les mesures $\mathbf{Z}(k)$ sont statistiquement indépendantes des décisions $\mathbf{D}^k$ et que les objets et fausses alarmes sont uniformément répartis dans $V(k)$, on a alors

$$P(\mathbf{Z}(k)|\theta_0(k),\mathbf{Z}^{k-1},\mathbf{D}^k,m_k) = V(k)^{-m_k}$$

$P(\mathbf{D}(k)|\theta_0(k),\mathbf{Z}^{k-1},\mathbf{D}^{k-1},m_k) = P(\mathbf{D}(k)|\theta_0(k),m_k)$ est calculé en considérant toutes les affectations des échos

$$P(\mathbf{D}(k)|\theta_0(k),m_k) = \sum_{n=0}^{m_k}P_1(n)P_2(n) \tag{22}$$

avec

$$P_1(n) = P[N_l=n|\theta_0,m_k] = C_{m_k}^n\left(\frac{\lambda_l}{\lambda_{fa}}\right)^n\left(\frac{\lambda_{fa}}{\lambda_{fa}+\lambda_l}\right)^{m_k}$$

En parcourant tous les sous-ensembles Φ à n éléments parmi m_k, il vient

$$P_2(n) = P(\mathbf{D}(k)|N_l=n,\theta_0,m_k) = \frac{1}{C_{m_k}^n}\sum_{\Phi}\left[\prod_{i\in\Phi}P(d_i(k)|h_1^i)\prod_{i\in\Phi^c}P(d_i(k)|h_0^i)\right]$$

où Φ^c est le complémentaire de Φ. En remplaçant $P_1(n)$ et $P_2(n)$ par leur expression dans (22), il vient

$$P(\mathbf{D}(k)|\theta_0,m_k) = \prod_{i=1}^{m_k}\left[\frac{\lambda_{fa}}{\lambda_l+\lambda_{fa}}P(d_i(k)|h_0^i) + \frac{\lambda_l}{\lambda_l+\lambda_{fa}}P(d_i(k)|h_1^i)\right]$$

$P(d_i(k)|h_j^i)$ est l'élément c_{ij} de la matrice de qualité $\mathbf{C}$ connue a priori. D'autre part, en notant $\bar{\theta}_i$ le complémentaire de θ_i et en tenant compte du fait que

$$P(h_0^i|m_k,\bar{\theta}_i) = \frac{1}{m_k}E[N_{fa}|m_k] = \frac{\lambda_{fa}}{\lambda_l+\lambda_{fa}}$$

$$P(h_1^i|m_k,\bar{\theta}_i) = \frac{1}{m_k}E[N_l|m_k] = \frac{\lambda_l}{\lambda_l+\lambda_{fa}}$$

il vient finalement

$$P(\mathbf{D}(k)|\theta_0,m_k) = \prod_{i=1}^{m_k}P(d_i(k)|\bar{\theta}_i,m_k)$$

Dans le cas $i \neq 0$, le calcul des $\beta_i(k)$ se déroule de façon similaire en introduisant la densité gaussienne tronquée dans $V(k)$. L'expression finale des $\beta_i(k)$ est alors donnée par (15) et (16) avec $\alpha_i(k)$ et b donnés par

$$\alpha_i = \Lambda_i(k)\exp\{-\tilde{z}_i'(k)\mathrm{S}(k)^{-1}\tilde{z}_i(k)/2\} \quad (23)$$

$$b = \left(\frac{2\pi}{\gamma}\right)^{n_z/2}(\lambda_{fa}+\lambda_l)V(k)\frac{(1-P_dP_g)}{P_d} \quad (24)$$

où

$$\Lambda_i(k) \triangleq \frac{P(d_i(k)|\theta_i)}{P(d_i(k)|\bar{\theta}_i)} = \frac{[\lambda_l+\lambda_{fa}]P(d_i|h_2^i)}{\lambda_{fa}P(d_i|h_0^i)+\lambda_l P(d_i|h_1^i)} \quad (25)$$

Il reste à estimer la densité spatiale λ_l des objets. Le nombre M d'échos validés s'écrit $N_{lfa} + \mathbb{I}$ (cible$\in V(k)$) ($\mathbb{I}$ désignant la fonction indicatrice qui vaut 0 ou 1) et a pour densité de probabilité

$$P(M=m_k) = \frac{1}{m_k!}[P_dP_g m_k + (1-P_dP_g)(\lambda_{fa}+\lambda_l)V(k)] \times \left((\lambda_{fa}+\lambda_l)V(k)\right)^{m_k-1}\exp(-(\lambda_{fa}+\lambda_l)V(k)) \quad (26)$$

La maximisation de (26) par rapport à λ_l conduit à l'estimateur du maximum de vraisemblance suivant

$$\hat{\lambda}_l = \sup\left\{0, \frac{m_kV(k)(1-2P_dP_g)+\sqrt{\Delta}}{2V(k)^2(1-P_dP_g)} - \lambda_{fa}\right\}$$

avec

$$\Delta \triangleq {m_k}^2V(k)^2(1-2P_dP_g)^2 + 4m_k(m_k-1)P_dP_g(1-P_dP_g)V(k)^2$$

3. Confirmation de piste

L'algorithme proposé permet de trajectographier la cible lorsque les performances de la méthode de reconnaissance sont suffisantes. Cependant l'accrochage du filtre sur la cible n'est pas toujours garanti et le filtre peut parfois engendrer une fausse piste que l'on doit chercher à éliminer avec une bonne fiabilité et rapidité. C'est le problème classique de la confirmation de piste. Notons que les tests classiques de confirmation basés sur $\tilde{z}(k)$ ou sur $\beta_0(k)$ sont ici inefficaces puisque les corps présents dans le volume de surveillance ont des modèles cinématiques comparables. La cinématique n'étant pas un facteur discriminant, seule l'information de reconnaissance permettra de confirmer ou d'infirmer une piste potentielle.

3.1 Test basé sur la vraisemblance instantanée

Désignons par $H_c(k)$, $H_{\bar{c}}(k)$, $H_d(k)$ et $H_{\bar{d}}(k)$ les hypothèses suivantes :

$H_c(k)$: Le filtre converge sur la cible à l'instant k

$H_{\bar{c}}(k)$: Le filtre ne converge pas sur la cible à l'instant k

$H_d(k)$: La cible est détectée à l'instant k

$H_{\bar{d}}(k)$: La cible n'est pas détectée à l'instant k

L'utilisation de la seule information de reconnaissance <u>instantanée</u> $D(k)$ conduit au test de validation de piste suivant

$$L(k) \underset{\hat{H}=H_{\bar{c}}}{\overset{\hat{H}=H_c}{\gtrless}} s \quad (27)$$

où le rapport de vraisemblance $L(k)$ s'écrit

$$L(k) = \frac{P_dP_g}{m_k}\sum_{j=1}^{m_k}\Lambda_j(k) + 1 - P_dP_g \quad (28)$$

Le seuil s s'exprime comme

$$s = \frac{P(H_{\bar{c}}(k)|m_k)}{P(H_c(k)|m_k)} = c \times \frac{1-P(H_c(k))}{P(H_c(k))} \quad (29)$$

avec

$$c = [1 - P_dP_g + \frac{m_k}{V(k)[\lambda_{fa}+\hat{\lambda}_l]}P_dP_g]^{-1} \quad (30)$$

$P(H_c(k))$, intervenant dans le calcul de s étant inconnue, devra être estimé à chaque instant pour appliquer le test (27). L'estimée $\hat{P}(H_c(k))$ sera obtenue par la recherche du meilleur canal binaire de transmission [4] équivalent au test ayant pour qualités de voies directes $(\lambda_0(k), \lambda_1(k))$ et de couplages $(1-\lambda_0(k), 1-\lambda_1(k))$ avec $\lambda_0(k) \triangleq P(\hat{H}(k) = H_c(k)|H_c(k))$ et $\lambda_1(k) \triangleq P(\hat{H}(k) = H_{\bar{c}}(k)|H_c(k))$. $\hat{P}(H_c(k))$ est obtenue en recherchant, à chaque instant, par simulation Monté-Carlo et pour le jeu de paramètre donné $(\lambda_{fa}, \hat{\lambda}_l, P_d, P_g, m_k, V(k))$, la valeur qui minimise les couplages des deux voies de transmission du canal équivalent au test. $\hat{P}(H_c(k))$ correspond alors à l'ordonnée du point d'intersection des courbes $1-\lambda_0(k)$ et $1-\lambda_1(k)$. La qualité du test instantané de validation de piste, bien qu'optimale au sens de la détection, peut rester cependant largement insuffisante du point de vue opérationnel dans la plupart des cas. On envisage alors une nouvelle procédure de confirmation plus efficace basée sur l'ensemble de l'information disponible à savoir : les décisions instantanées présentes et passées. On parle alors de test <u>cumulé</u> de validation de piste.

3.2 Tests basés sur l'information cumulée

3.2.1 Approche décentralisée

Soit $\hat{H}^k = \{\hat{H}(t)\}_{t=1}^k = \{\hat{H}(k), \hat{H}^{k-1}\}$ l'ensemble des décisions de validation instantanées délivrées jusqu'à l'instant k. Désignons par $P_c(k) \triangleq P(H_c(k)|\hat{H}^k)$ et par $P_{\bar{c}}(k) \triangleq P(H_{\bar{c}}(k)|\hat{H}^k)$ la probabilité de convergence et de non convergence du filtre sur la cible. En utilisant la règle de Bayes, on obtient

$$P_c(k) = \frac{1}{Cte}P(\hat{H}(k)|H_c(k))[P_{cc}P_c(k-1) + P_{\bar{c}c}P_{\bar{c}}(k-1)]$$

$$P_{\bar{c}}(k) = \frac{1}{Cte}P(\hat{H}(k)|H_{\bar{c}}(k))[P_{c\bar{c}}P_c(k-1) + P_{\bar{c}\bar{c}}P_{\bar{c}}(k-1)]$$

où la constante de normalisation Cte est telle que l'on ait $P_c(k) + P_{\bar{c}}(k) = 1$. $P(\hat{H}(k)|H_c(k)) = 1 - \lambda_1(k)$ ou $\lambda_1(k)$ si la décision locale instantanée vaut $\hat{H}(k) = H_c(k)$ ou $\hat{H}(k) = H_{\bar{c}}(k)$. $P(\hat{H}(k)|H_{\bar{c}}(k)) = 1 - \lambda_0(k)$ ou $\lambda_0(k)$ si la décision locale instantanée vaut $\hat{H}(k) = H_{\bar{c}}(k)$ ou $\hat{H}(k) = H_c(k)$. P_{cc}, $P_{\bar{c}c}$, $P_{c\bar{c}}$ et $P_{\bar{c}\bar{c}}$ sont les éléments de la matrice de transition *avant* de Markov suivante

$$\Pi = \begin{pmatrix} P_{cc} & P_{\bar{c}c} \\ P_{c\bar{c}} & P_{\bar{c}\bar{c}} \end{pmatrix}$$

avec

$$P_{cc} \triangleq P(H_c(k)|H_c(k-1), \hat{H}^{k-1}) = 1 - P_{\bar{c}c}$$

$$P_{c\bar{c}} \triangleq P(H_c(k)|H_{\bar{c}}(k-1), \hat{H}^{k-1}) = 1 - P_{\bar{c}\bar{c}}$$

Le calcul de $P_c(k)$ dépend donc de la matrice Π choisie. Au premier instant de mesure, ne disposant pas de $P_c(0)$ et $P_{\bar{c}}(0)$, on choisit $P_{\bar{c}}(0) = P_c(0) = 1/2$. Quand aucun écho n'est validé, la mise à jour de $P_c(k)$ et de $P_{\bar{c}}(k)$ est obtenue par simple propagation

$$P_c(k) = P_{cc}P_c(k-1) + P_{\bar{c}c}P_{\bar{c}}(k-1)$$

$$P_{\bar{c}}(k) = P_{c\bar{c}}P_c(k-1) + P_{\bar{c}\bar{c}}P_{\bar{c}}(k-1)$$

Test heuristique : La règle décisionnelle heuristique δ_H proposée consiste à choisir un seuil P_{min} en deçà duquel $H_{\bar{c}}(k)$ sera retenue et un seuil P_{max} au delà duquel on décidera $H_c(k)$

$$\delta_H(k) = H_c(k) \quad \text{si} \quad P_c(k) \geq P_{max} \tag{31}$$
$$\delta_H(k) = H_{\bar{c}}(k) \quad \text{si} \quad P_c(k) \leq P_{min} \tag{32}$$

La décision est différée en $k+1$ si $P_{min} < P_c(k) < P_{max}$. Le choix de P_{min} et P_{max} est lié aux contraintes opérationnelles du système pour satisfaire le compromis inévitable entre la fiabilité du test (caractérisée par les probabilités d'erreurs de 1ère et 2ème espèce $P(\delta_H(k){=}H_c(k)|H_{\bar{c}}(k))$ et $P(\delta_H(k){=}H_{\bar{c}}(k)|H_c(k))$ et le temps moyen de confirmation et d'infirmation de la piste potentielle.

Test de WALD : L'idée du test SPRT (Sequential Probability Ratio Test) de Wald est proche du test précédent. Son principe consiste à imposer les probabilités d'erreurs de 1ère et 2ème espèce définies par

$$P_F = P(\delta_W(k){=}H_c(k)|H_{\bar{c}}(k))$$
$$P_M = P(\delta_W(k){=}H_{\bar{c}}(k)|H_c(k))$$

et à utiliser la règle de décision δ_W suivante :

$$\delta_W(k) = H_c(k) \quad \text{si} \quad SPR(k) \geq A \tag{33}$$
$$\delta_W(k) = H_{\bar{c}}(k) \quad \text{si} \quad SPR(k) \leq B \tag{34}$$

La décision est différée en en $k{+}1$ si $A < SPR(k) < B$. Les bornes A et B ($A > B$) du SPRT sont données par [3] :

$$A = \frac{1 - P_M}{P_F} \quad \text{et} \quad B = \frac{P_M}{1 - P_M}$$

Le critère $SPR(k)$ s'exprime ici par

$$SPR(k) = \frac{P(\hat{H}(k)|H_c(k))}{P(\hat{H}(k)|H_{\bar{c}}(k))} \times \frac{P'_{cc}SPR(k-1) + P'_{c\bar{c}}}{P'_{\bar{c}c}SPR(k-1) + P'_{\bar{c}\bar{c}}}$$

avec la condition initiale $SPR(0){=}1$. P'_{cc}, $P'_{\bar{c}c}$, $P'_{c\bar{c}}$ et $P'_{\bar{c}\bar{c}}$ sont les éléments de la matrice de transition *arrière* de Markov

$$\Pi' = \begin{pmatrix} P'_{cc} & P'_{\bar{c}c} \\ P'_{c\bar{c}} & P'_{\bar{c}\bar{c}} \end{pmatrix}$$

avec

$$P'_{cc} \triangleq P(H_c(k-1)|H_c(k)) = 1 - P'_{\bar{c}c}$$
$$P'_{\bar{c}\bar{c}} \triangleq P(H_{\bar{c}}(k-1)|H_{\bar{c}}(k)) = 1 - P'_{c\bar{c}}$$

Si aucun écho n'est validé, la mise à jour de $SPR(k)$ s'écrit simplement par propagation

$$SPR(k) = \frac{P'_{cc}SPR(k-1) + P'_{c\bar{c}}}{P'_{\bar{c}c}SPR(k-1) + P'_{\bar{c}\bar{c}}}$$

Notons ici que l'hypothèse à évaluer varie aléatoirement au cours du temps contrairement au test de Wald classique.

3.2.2 Approche centralisée

Dans l'approche décentralisée le test de validation de piste est basé sur l'évaluation récursive de $P(H_c(k)|\hat{H}^k)$. Dans l'approche centralisée, le test est basé sur le calcul récursif de $P_c(k) \triangleq P(H_c(k)|\mathbf{D}^k)$. En utilisant le règle de Bayes, on obtient

$$P_c(k) = \frac{1}{Cte} P(\mathbf{D}(k)|H_c(k))[P_{cc}P_c(k-1) + P_{\bar{c}c}P_{\bar{c}}(k-1)]$$

$$P_{\bar{c}}(k) = \frac{1}{Cte} P(\mathbf{D}(k)|H_{\bar{c}}(k))[P_{c\bar{c}}P_c(k-1) + P_{\bar{c}\bar{c}}P_{\bar{c}}(k-1)]$$

où la constante de normalisation Cte est telle que l'on ait $P_c(k) + P_{\bar{c}}(k) = 1$. $P(\mathbf{D}(k)|H_{\bar{c}}(k))$ et $P(\mathbf{D}(k)|H_c(k))$ sont donnés par

$$P(\mathbf{D}(k)|H_{\bar{c}}(k)) = \prod_{i=1}^{m_k} P(d_i(k)|\bar{\theta}_i(k))$$

$$P(\mathbf{D}(k)|H_c(k)) = \frac{P_dP_g}{m_k} \prod_{i=1}^{m_k} P(d_i(k)|\bar{\theta}_i(k)) \sum_{j=1}^{m_k} \Lambda_j(k) + (1 - P_dP_g) \prod_{i=1}^{m_k} P(d_i(k)|\bar{\theta}_i(k))$$

Test heuristique : Le test heuristique décrit précédemment par (31) et (32) peut alors être appliqué pour infirmer ou confirmer la piste en temps réel.

Test de WALD : Si l'on adopte l'approche de Wald, le critère centralisé $SPR(k)$ s'écrit

$$SPR(k) = \frac{P(\mathbf{D}(k)|H_c(k), \mathbf{D}^{k-1})}{P(\mathbf{D}(k)|H_{\bar{c}}(k), \mathbf{D}^{k-1})} \times \frac{P'_{cc}SPR(k-1) + P'_{c\bar{c}}}{P'_{\bar{c}c}SPR(k-1) + P'_{\bar{c}\bar{c}}}$$

soit finalement

$$SPR(k) = [\frac{1}{m_k} \sum_{j=1}^{m_k} \Lambda_j(k) + 1 - P_dP_g] \times \frac{P'_{cc}SPR(k-1) + P'_{c\bar{c}}}{P'_{\bar{c}c}SPR(k-1) + P'_{\bar{c}\bar{c}}} \tag{35}$$

Le test de Wald décrit précédemment par (33) et (34) peut alors être mis en œuvre.

4. Conclusion

Une méthode de pistage basée sur le PDAF avec reconnaissance sur les plots est proposée. Elle s'applique dans un contexte où la cible est noyée dans un nuage d'objets ayant la même cinématique. L'algorithme résultant est de forme similaire au PDAF standard. Une procédure permettant de valider en temps réel les pistes est également proposée.

Références

[1] Y. Bar-Shalom,T. Fortman, "Tracking and Data Association", Academic Press, New York, 1988

[2] D. Lerro, Y. Bar-Shalom, "Interacting Multiple Model with Target Amplitude Feature", IEEE AC-36, no 5, May 1991

[3] A. Wald, "Sequential Analysis", John Wiley, NY, 1947

[4] H.V. Poor, "An introduction to Signal detection and Estimation", Springer Verlag, 1988