



## Poursuite RADAR de cibles à navigation proportionnelle par filtrage non-linéaire particulière

J.C. NOYER<sup>†</sup>, G. SALUT<sup>†</sup>

<sup>†</sup>CNRS-LAAS, 7 Av. Colonel Roche 31077 Toulouse Cedex

### RÉSUMÉ

Nous abordons ici le post-traitement des signaux RADAR, pour une poursuite non-linéaire de cible évoluant selon des lois angulaires de navigation de type proportionnel.

L'application de nouvelles techniques de filtrage ([2], [8]) reposant sur l'exploration par particules aléatoires de l'espace de probabilité a permis, par leur aptitude à traiter des problèmes non-linéaires, d'obtenir des gains significatifs, en regard des techniques usuelles de filtrage (Kalman étendu).

### ABSTRACT

This paper deals with post-processing of RADAR signals by non-linear tracking for targets whose navigation obeys an angular law of proportional type.

We apply a new implementation technique of non-linear filtering, relying upon a Monte-Carlo exploration of the probability space by random particles. This technique, able to reach the non-linear optimum, yields significant benefits over more usual ones (such as extended Kalman).

## 1 Introduction

Le post-traitement des signaux RADAR en matière de poursuite consiste à utiliser la mécanique du vol des cibles présumées, afin d'optimiser le filtrage et l'extrapolation des mesures échantillonnées délivré par un extracteur brut.

On s'intéresse ici à la poursuite RADAR bidimensionnelle de cibles fortement manœuvrantes évoluant selon des lois de navigation proportionnelle horizontale (ex : missiles).

Nous montrons l'apport d'une approche récente (filtrage particulière [2], [8]), développée depuis 1990 pour la mise en œuvre de filtres non-linéaires, sur les techniques usuelles à base de linéarisations utilisées pour résoudre ce problème.

Nous rappelons brièvement dans un premier temps le principe de l'approche particulière qui trouve dans le filtrage une nouvelle dimension. Cette technique est ici présentée de manière heuristique sans preuves de convergence. Pour plus de détails sur ces démonstrations on pourra se reporter à [1], [3].

Nous introduisons ensuite le problème dynamique traitée, à savoir les équations qui régissent la dynamique des mobiles à lois de navigation proportionnelle. Puis nous terminons par les résultats obtenus dans le cadre de cette méthode, pour l'estimation de ces lois de navigation.

## 2 Résolution Particulière (Rapports)

L'absence d'outils de résolution satisfaisants du filtrage non-linéaire provient de la difficulté mathématique à rendre compte du caractère essentiellement local de tout modèle non-linéaire. Cela a conduit à développer une approche générale de ce problème, fondée sur des tirages particuliers du type Monte-Carlo : on obtient ainsi une prise en compte globale de l'espace d'état des modèles non-linéaire où la précision n'est limitée que par le nombre de particules utilisées.

L'essentiel de l'approche particulière réside en fait



dans l'adaptation dynamique de la loi des grands nombres.

On considère la formulation usuelle (dynamique/observation) du problème de filtrage des systèmes markoviens à temps discret, à savoir :

$$\begin{cases} X_t = F_t(X_{t-1}, \pi_t) & \text{(dynamique)} \\ Y_t = H_t(X_t) + \nu_t & \text{(mesure)} \end{cases}$$

où  $X$  ( $\in \mathbf{R}^m$ ) représente le processus à estimer,  $Y$  ( $\in \mathbf{R}^n$ ) le processus d'observation,  $\pi_t$  un bruit (de dynamique) de loi connue à valeurs dans  $\mathbf{R}^p$  et  $\nu_t$  un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance  $R_t$ .

On notera  $\underline{t}$  l'ensemble  $\{0, 1, \dots, t\}$ .

La densité de probabilité conditionnelle  $p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}})$  essentielle en filtrage, repose sur une double procédure d'exploration/pondération.

Ceci découle en effet directement de l'interprétation de la formule de Bayes :

$$p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}}) = \frac{p(Y_{\underline{t}}|X_{\underline{t}})p(X_{\underline{t}})}{p(Y_{\underline{t}})} \quad (1)$$

Soit encore en développant chaque densité de probabilité :

$$p(X_{\underline{t}}|Y_{\underline{t}}) = \frac{\prod_{\tau=1}^t p(X_{\tau}|X_{\tau-1})p(X_0)p(Y_{\tau}|X_{\tau})}{\int_{X_{\underline{t-1}}} \prod_{\tau=1}^t p(X_{\tau}|X_{\tau-1})p(X_0)p(Y_{\tau}|X_{\tau})dX_{\underline{t-1}}}$$

On remarque donc qu'en filtrage de processus markoviens, la solution de ce problème repose sur la connaissance de deux densités de probabilité :

$$\begin{cases} p(X_t|X_{t-1}) & \text{(Loi de transition)} \\ p(Y_t|X_t) & \text{(Loi d'observation)} \end{cases}$$

Cette constatation est à la base de l'approche particulière des équations du filtrage : nous utilisons une représentation de l'espace de probabilité par mesures ponctuelles aléatoires (particules) dont les masses et les supports sont conditionnés par le signal observé (réseau particulière de dimension  $N$ ).

L'essentiel de la solution particulière peut se scinder en deux :

- Une étape d'Exploration : chaque support ponctuel (particule)  $(X_{t-1}^i)_{i=\{1,2,\dots,N\}}$  de l'espace

d'état évolue selon le flot du système, au travers de  $N$  tirages selon la loi de dynamique  $p(\pi_t)$  :

$$X_t^i = F_t(X_{t-1}^i, \pi_t^i) \quad (2)$$

pour  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$

- Une étape de Pondération : Cette évolution des supports  $(X_{t-1}^i)$ , construite sur la base de la probabilité de transition  $p(X_t|X_{t-1})$  doit être complétée par une étape de pondération, dans laquelle le poids  $p_t^i$  de chaque particule est corrigé à partir des observations jusqu'à l'instant  $t$  :

$$p_t^i = p_{t-1}^i \frac{p(Y_t|X_t^i)}{\sum_{j=1}^N p(Y_t|X_t^j)} \quad (3)$$

L'estimateur particulaire s'écrit alors de manière très simple :

$$\hat{X}_t = \sum_{i=1}^N p_t^i X_t^i \quad (4)$$

Remarques :

1. L'aspect récursif, primordial en filtrage, apparaît ici de manière naturelle tant au niveau de l'évolution des particules dans l'espace d'état, que de la construction des pondérations associées à chacune d'elles.
2. Nous avons décrit de manière très succincte l'essence de la mise en œuvre du filtrage particulaire. Il n'est pas dans notre intention de rentrer ici dans les détails des procédures complémentaires utilisées, notamment au niveau des problèmes de convergence. Le lecteur intéressé pourra se reporter aux références [1], [8],[9].

### 3 Lois de navigation proportionnelle 2D

Nous présentons ci-après les résultats obtenus par cette méthode, pour la résolution du problème d'estimation RADAR de lois de navigation. Ce travail a fait par ailleurs l'objet d'un rapport détaillé [8].

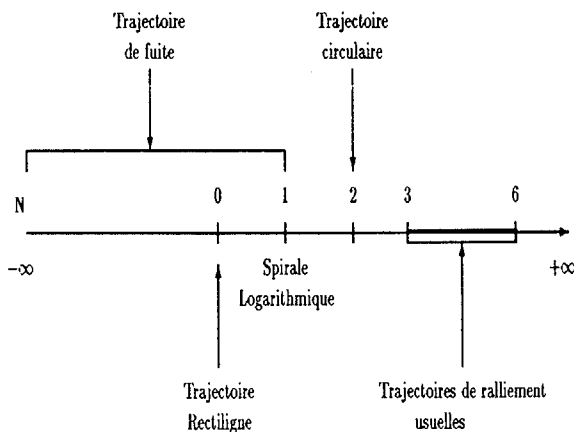
Nous rappelons ici brièvement le modèle bidimensionnel de dynamique avec lois de navigation proportionnelle ([6],[7]) :

$$\text{Dynamique} \quad \begin{cases} \dot{A} = \frac{V}{D} \sin(\theta - A) \\ \dot{D} = V \cos(\theta - A) \\ \dot{V} = 0 \\ \dot{\theta} = N_h \dot{A} \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{Observation} \quad \begin{cases} Y_D = D + \nu_D \\ Y_A = A + \nu_A \end{cases} \quad (6)$$

où  $(V, \theta)$  représentent les coordonnées polaires de la vitesse, et  $(D, A)$  celles de la position.  $\nu_D$  et  $\nu_A$  sont deux bruits blancs gaussiens centrés.  $N_h$  est appelée constante de navigation proportionnelle.

Le principe de la navigation proportionnelle est de donner au vecteur vitesse du mobile, une variation de direction proportionnelle à celle de la droite mobile-but. La valeur de la constante de navigation détermine la nature de la trajectoire décrite :



La forte non-linéarité des équations de dynamique rend malaisée toute tentative de linéarisation directe du modèle. Les solutions généralement retenues ([4], [5]) dans les travaux sur ce sujet, découpent arbitrairement le filtrage à court terme des variables d'état, et l'identification des coefficients de navigation qui devraient pourtant être concomittants.

Il est clair qu'un tel découpage du problème nuit à l'optimalité de la solution ainsi construite. L'approche particulière, par sa nature non-linéaire, permet d'appréhender directement le modèle 5.

La seconde difficulté réside dans la nature du problème de poursuite : la cible est susceptible d'effectuer plusieurs changements de consigne ( $N_h$ ) au cours du temps. Il est donc important de cons-

truire un filtre capable de réagir efficacement à toute modification de constante de navigation.

## 4 Résultats

### 4.1 Filtrage

Nous présentons l'estimation de la constante de navigation (fig. 1) soumise à un changement de consigne à l'instant  $t=17.5s$ .

Les conditions initiales simulées sur la position et sur la vitesse sont :  $D=8000m$ ,  $A=45^\circ$ ,  $V=250m/s$ ,  $\theta=150^\circ$ . La constante de navigation dans le plan horizontal passe de  $N_h = 3$  à  $N_h = -3$ .

Les écarts-types des bruits de mesure sont de 5 mètres pour la distance radiale et de 1mrad pour l'azimut.

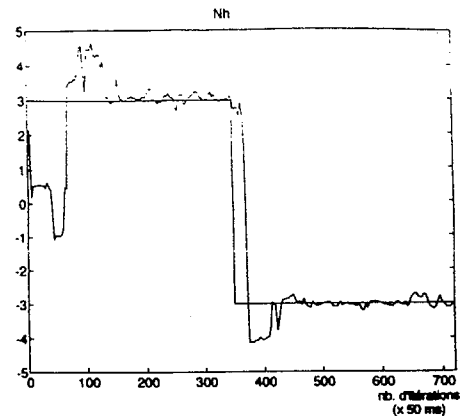


Fig. 1 : Poursuite d'un changement de constante de navigation.

On remarque le bon comportement de l'algorithme proposé, tant au niveau du régime établi, que du suivi des changements de coefficient de navigation. De fait, le filtre optimal réalise le difficile compromis entre un bon suivi du changement de consigne, et une faible fluctuation en régime stationnaire.

### 4.2 Prédiction

La manière la plus objective de rendre compte de la qualité du filtre particulière vis à vis des techniques classiques ([5]), est d'étudier les performances du prédicteur à différents instants. Nous comparons ici sous forme de tableau, pour les deux algorithmes, la probabilité de se trouver dans un disque de 10 mètres centré sur le mobile :



	Particulaire	Linéarisé
Préd. à 3s	1	0.87
Préd. à 5s	0.99	0.67
Préd. à 8s	0.86	—

### 4.3 Détection d'hypothèse

Nous avons étendu notre étude à la détection d'hypothèse de but futur. Nous avons étudié le problème de deux bâtiments distants de 3km et d'un missile se déplaçant selon une loi de navigation proportionnelle vers l'un d'eux. Le but est de déterminer au plus tôt la destination de ce missile. Les conditions initiales simulées sur la position et sur la vitesse sont :  $D=20000\text{m}$ ,  $A=45^\circ$ ,  $V=250\text{m/s}$ ,  $\theta=150^\circ$ . La constante de navigation est par ailleurs égale à 3.

La figure 2 représente le rapport de probabilité entre les deux hypothèses ( $H_1$  : missile se dirigeant vers le bâtiment 1,  $H_2$  : missile se dirigeant vers le bâtiment 2). On remarque que l'algorithme permet d'opter rapidement pour la bonne hypothèse ( $H_2$ ).

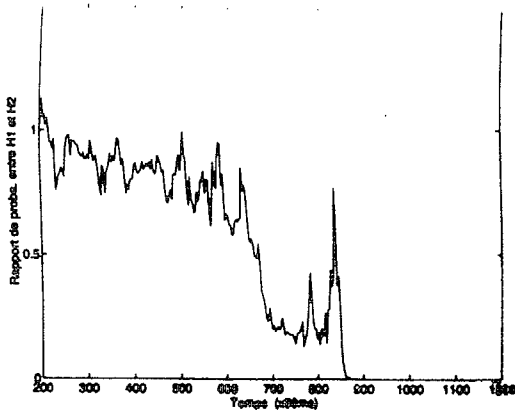


Fig. 2 : Evolution du rapport de probabilité des hypothèses  $H_1$  et  $H_2$ .

## 5 Conclusion

Nous avons ici montré l'apport d'un traitement non-linéaire performant (mise en œuvre particulière) dans la résolution de problèmes où les approches de type linéarisé ont révélé leurs carences. La reconstitution des coefficients de navigation en trajectographie RADAR en est un exemple frappant.

Nous avons choisi de ne présenter que des résultats de poursuite bidimensionnelle. L'extension au cas 3D figure dans le rapport [8]. La seule différence réside dans le nombre de particules utilisées.

La puissance d'une telle méthode est également apparue dans des problèmes plus difficiles tels que le traitement de l'information RADAR brute en sortie d'échantillonneur-convertisseur [9], et non-plus

de données prétraitées comme cela était le cas dans cet article.

De plus, cette méthode, par le cadre général dans lequel elle a été définie, a été appliquée avec succès dans divers autres domaines tels que le SONAR ou encore le traitement des signaux GPS [10].

## Bibliographie

- [1] P. DEL MORAL  
"Résolution particulière des problèmes d'estimation et d'optimisation non-linéaires"  
Thèse, Université Toulouse III (1994)
- [2] P. DEL MORAL, J.-C. NOYER, G. RIGAL, G. SALUT  
"Traitement non-linéaire du signal par réseau particulière : application RADAR"  
Quatorzième colloque GRETSI (Juan-Les-Pins, 13 au 16 septembre 1993) pp 399-402
- [3] P. DEL MORAL, G. SALUT  
"Filtrage non-linéaire : résolution particulière à la Monte-Carlo"  
C.R.A.S, t. 320, Série I, pp 1147-1152 (1995)
- [4] B. DELLERY  
"Modélisation et caractérisation de la trajectoire d'un mobile manœuvrant dans le cadre du problème de la poursuite. Application aux problèmes de l'estimation et de l'extrapolation d'état". Thèse, Université Aix-Marseille II (Octobre 1983)
- [5] B. DELLERY, A. LORENZI, C. BOZZO  
"Caractérisation de trajectoires. Application à l'estimation et à la prédiction des éléments de cinématique d'un mobile manœuvrant."  
Neuvième colloque GRETSI (Nice, 16 au 20 mai 1983) pp 221-228
- [6] M. GUELMAN  
"Proportional navigation with a manœuvring target",  
IEEE Transactions on aerospace and electronic systems. Vol. 8, n° 3, pp 364-371 (Mai 1972)
- [7] S.A. MURTAUGH, H.E. CRIEL  
"Fundamentals of proportional navigation", IEEE Spectrum. Vol. 3, n° 12, pp 75-85 (Décembre 1966)
- [8] J.-C. NOYER, G. RIGAL, G. SALUT  
"Poursuite RADAR de cibles fortement manœuvrantes par filtrage non-linéaire"  
Contrat D.C.A.N. n° A.92.50.194, Rapport final (Octobre 1993)
- [9] J.-C. NOYER, G. SALUT  
"Tenue de situation : exploitation du signal RADAR"  
Contrat D.C.A.N. n° A.94.77.717 (Décembre 1994)
- [10] G. RIGAL  
"Filtrage non-linéaire, résolution particulière et applications au traitement du signal"  
Thèse, Université Toulouse III (1993)