

# LEVÉE D'AMBIGUÏTÉ DOPPLER SUR RADAR À FRI MULTIPLES PAR RÉGRESSION LINÉAIRE SUR LES ESTIMÉES FRÉQUENTIELLES AMBIGUÛES

C. BÉRENGUER ET G. ALENGRIN

Laboratoire d'Informatique, Signaux et Systèmes (URA 1376 CNRS) et GDR 134 (TDSI) CNRS  
 Université de Nice-Sophia Antipolis - 41, Bd Napoléon III - 06041 NICE cedex  
 Tel. : (33) 93 21 79 62 - Fax : (33) 93 21 20 54 - E-mail : berenger@unice.fr

## RÉSUMÉ

Cette communication propose une méthode levée d'ambiguïté sur la fréquence Doppler de signaux de cibles issus de radar (de surveillance) Doppler à impulsions. La fréquence de répétition des impulsions suit une variation par blocs, ce qui conduit à un échantillonnage non uniforme des signaux. Dans un premier temps, une estimée fréquentielle ambiguë est calculée sur chacun des blocs. On montre ensuite que la fréquence Doppler non ambiguë peut être obtenue par une procédure de régression linéaire sur les estimées ambiguës. L'algorithme proposé permet de traiter le cas de cibles multi-composantes et de gérer automatiquement les mesures aberrantes éventuelles sur certains blocs. Des simulations numériques illustrent les performances de la méthode.

## 1. Introduction

Les radars de veille opérant à Fréquence de Répétition des Impulsions (FRI) constante fournissent des mesures ambiguës de distance et de fréquence Doppler des signaux de cibles, [7]. L'utilisation d'une FRI suffisamment faible permet d'éviter toute ambiguïté en distance, au prix d'une ambiguïté en fréquence Doppler élevée. La connaissance de la fréquence Doppler non ambiguë, c'est-à-dire de la vitesse radiale de la cible, est cependant susceptible d'améliorer les performances de diverses tâches du radar : classification, pistage, ... Il s'avère donc nécessaire de lever l'ambiguïté sur la mesure de fréquence. Cette opération peut être réalisée à partir de l'utilisation d'une FRI variable d'un bloc d'impulsions (une rafale) à un autre, [7].

La méthode la plus courante de levée d'ambiguïté est alors de rechercher les correspondances entre les fréquences ambiguës mesurées sur chaque rafale, puis "dépliées" modulo la valeur de la FRI, [8]. Une méthode basée sur un critère de maximum de vraisemblance et donnant de meilleurs résultats que la technique classique, notamment dans des contextes d'estimation difficiles, a été proposée dans des travaux précédents, [2, 3]. Ces deux méthodes sont satisfaisantes pour un signal de cible sinusoïdal mono-composante mais elles s'adaptent mal au cas d'un signal de cible présentant plusieurs fréquences Doppler avec des rangs d'ambiguïté différents (cibles multi-composantes).

Le but de cette communication est de présenter une méthode de levée d'ambiguïté permettant de traiter le cas de cibles multi-composantes. Elle opère, comme la méthode de recherche de correspondances, sur les estimées ambiguës de la fréquence Doppler sur chaque rafale. Elle permet en outre

## ABSTRACT

A method for non ambiguous Doppler frequency estimation of target signals from pulsed Doppler surveillance radars is presented in this paper. It is supposed that the radar operates with a multiple pulse repetition frequency (burst variation), which leads to non uniformly sampled signals. First, ambiguous Doppler frequency estimates are computed on each burst. It is then shown that the non ambiguous Doppler frequency is obtained through a linear regression procedure on the ambiguous estimates. The proposed algorithm turns out to be well suited to multi-components targets and is able to handle easily possible erroneous frequency measurements on some bursts. Numerical simulations illustrate the method's performance.

de traiter de façon systématique le problème posé par les mesures de fréquence aberrantes sur certaines rafales (par exemple, en présence de fouillis).

## 2. Présentation de la méthode

### 2.1. Forme d'onde et modèle du signal de cible

La méthode proposée est basée sur l'utilisation d'une forme d'onde à FRI constante par rafale. Sur la rafale  $k$ , la FRI  $F_r(k)$  est choisie de la façon suivante :

$$F_r(k) = \frac{1 + \alpha k}{\beta} F_r \quad (1)$$

avec  $F_r = 1$  (fréquence de référence) et  $\alpha, \beta$  deux paramètres à fixer.

Pour exposer le principe de la méthode, on s'intéresse à un signal de cible sinusoïdal sans bruit  $x(t) = A \exp(j2\pi f_D t)$  où  $f_D$  est la fréquence Doppler de la cible. On suppose que la cible apparaît sur  $N_b$  rafales consécutives de  $n_s$  impulsions chacune. Après démodulation cohérente le  $n$ ième échantillon de la  $k$ ième rafale est donné par :

$$x_k^n = A(k) \exp(j2\pi \frac{\beta f_D}{1 + \alpha k} n) \quad (2)$$

où  $A(k)$  est la phase initiale du signal sur la rafale  $k$ .

D'après l'Eq. (2), la fréquence apparente, c'est-à-dire ambiguë,  $f_k$  du signal de cible sur la  $k$ ième rafale est égale à :

$$f_k \equiv \frac{\beta f_D}{1 + \alpha k} \pmod{1} \quad (3)$$



En notant  $\xi_k$  la quantité  $\beta/(1+\alpha k)$ , les fréquences ambiguës  $f_k$  et les  $\xi_k$  sont reliées par l'équation d'une droite :

$$f_k = f_D \xi_k + f_0 \quad (4)$$

où l'ordonnée à l'origine  $f_0$  est un entier correspondant au rang de repliement initial de la fréquence apparente et où la pente est égale à la fréquence Doppler non ambiguë  $f_D$  recherchée. Après estimation des  $f_k$  sur chaque rafale par un algorithme classique d'estimation fréquentielle, [4], l'estimation de la fréquence Doppler non ambiguë  $f_D$  est alors ramenée à un problème de régression linéaire sur les estimées ambiguës  $f_k$  en fonction des  $\xi_k$ . Bamler et Runge, [1], appliquent une méthode semblable mais en utilisant une variation de la fréquence d'émission du radar. Il est à noter que la définition du domaine ambigu maximal imposé par cette méthode n'est pas claire. En effet, l'important ici est de ne pas avoir un saut de rang d'ambiguïté lors des  $N_b$  mesures : sinon, on n'obtient plus une droite mais deux (ou plus) segments de droite et il est nécessaire de "désenrouler" les mesures avant d'estimer les paramètres de la droite. L'algorithme "étendu" proposé dans le paragraphe suivant permet même de lever cette exigence. On se contente alors de fixer  $\alpha$  et  $\beta$  de façon à minimiser le nombre de sauts de rang d'ambiguïté possibles sur les  $N_b$  mesures, ce qui permet simplement de faciliter le travail de l'algorithme de "désenroulement".

## 2.2. Estimation de la fréquence Doppler non ambiguë

•**Cas d'une fréquence unique:** Dans le cas d'une fréquence unique, l'algorithme d'estimation de la fréquence Doppler reste relativement simple puisqu'il s'agit d'estimer les paramètres de l'équation d'une seule droite dont on connaît  $N_b$  points  $(\xi_k, \hat{f}_k)$  ( $k = 1, N_b$ ). La solution à ce problème est donnée par les équations classiques de la régression linéaire par moindres carrés. Si on note  $f'_0$  le rang initial de repliement, on a :

$$f_D = \frac{\sum_{k=1}^{N_b} \xi_k (f_k - f'_0)}{\sum_{k=1}^{N_b} \xi_k^2} \quad (5)$$

Le rang de repliement initial  $f'_0$  est bien entendu lui aussi une inconnue du problème. On peut cependant l'estimer de façon approchée dans un premier temps, puis affiner l'estimation en tenant compte du fait que  $f'_0$  doit être entier. On restreint ainsi l'estimation par moindres carrés au seul paramètre  $f_D$ .

•**Cas de plusieurs fréquences:** Dans le cas où l'on cherche à estimer  $n_f$  fréquences (cibles multi-composantes), l'algorithme comprend une étape supplémentaire. En effet, on dispose d'un nuage de  $n_f N_b$  points (dans le plan "fréquence-rafale") correspondant à une estimée pour chacune des  $n_f$  fréquences sur chaque rafale. Il est donc nécessaire d'affecter chacun des points provenant de la  $k$ ème rafale à la droite représentant l'évolution de la fréquence correspondante. Afin de diminuer la charge de calcul, on procède en deux étapes successives :

- Une étape d'**initialisation** des droites. On travaille avec l'ensemble de points correspondant aux trois premières mesures. L'initialisation est réalisée en recherchant la meilleure association points/droites potentielles au sens d'un critère d'erreur quadratique. On

calcule ensuite, pour chaque droite (numérotée  $k$ ,  $k = 1, n_f$ ), une première valeur estimée de  $f_D^k$  et  $f_0^k$ .

Cette phase d'initialisation s'avère très sensible à la présence de saut de rang d'ambiguïté entre deux mesures successives de la fréquence ambiguë : dans ce cas, l'initialisation des paramètres de la droite sur les premiers points de mesure conduit à des valeurs erronées qui rendent impossible la mise en œuvre de l'étape suivante de l'algorithme. Si les  $\xi_k$  sont pris suffisamment proches (c'est-à-dire  $\beta$  "petit" et  $\alpha$  "grand", à choisir plus précisément pour une fréquence Doppler attendue maximum), le risque de saut de rang d'ambiguïté sur les premiers points de mesure peut être minimisé.

- Une étape de "**poursuite**" des droites et de mise à jour de l'estimée de la  $k$ ème fréquence non ambiguë  $f_D^k$ . Pour chacune des droites initialisées lors de l'étape précédente, on prédit, en utilisant l'équation de la droite, la mesure de fréquence ambiguë suivante. On affecte alors à cette droite la mesure effective la plus proche de la mesure prédite modulo 1. La mise à jour de  $f_D^k$  est réalisée par un algorithme de moindres carrés récursifs. Cette étape permet, en même temps, de "désenrouler" les valeurs estimées de la fréquence ambiguë, de remédier à un éventuel repliement fréquentiel (*i.e.* saut de rang d'ambiguïté entre deux estimées ambiguës successives) ou encore de supprimer une mesure aberrante due, par exemple, à la présence de fouillis. La  $k$ ème fréquence Doppler est mise à jour pour chaque nouvelle mesure affectée à la  $k$ ème droite par une méthode de moindres carrés récursifs, dont l'équation principale s'écrit, [5] :

$$f_D(n) = f_D(n-1) + K(n)(f(n) - f_D(n-1)\xi(n)) \quad (6)$$

où le gain  $K(n)$  est donné par :

$$K(n) = \frac{\Sigma(n-1)\xi(n)}{1 + \Sigma(n-1)\xi^2(n)} \quad (7)$$

et la covariance par :

$$\Sigma(n-1) = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n-1} \xi^2(k)} \quad (8)$$

En reprenant les équations classiques des moindres carrés récursifs, la mise à jour de la covariance est effectuée par :

$$\Sigma(n) = (1 - K(n)\xi(n)) \Sigma(n-1) \quad (9)$$

qui se simplifie dans le cas qui nous intéresse en :

$$\Sigma(n) = \frac{1}{\Sigma(n-1)^{-1} + \xi^2(n)} \quad (10)$$

La covariance théorique sur le paramètre à estimer  $f_D$  est donnée par :

$$\text{var}(\hat{f}_D) = \frac{\sigma_f^2}{\sum_{k=1}^{N_b} \xi_k} \quad (11)$$

Cette dernière équation permet de mettre en lumière l'effet du choix des paramètres de la forme d'onde  $\alpha$

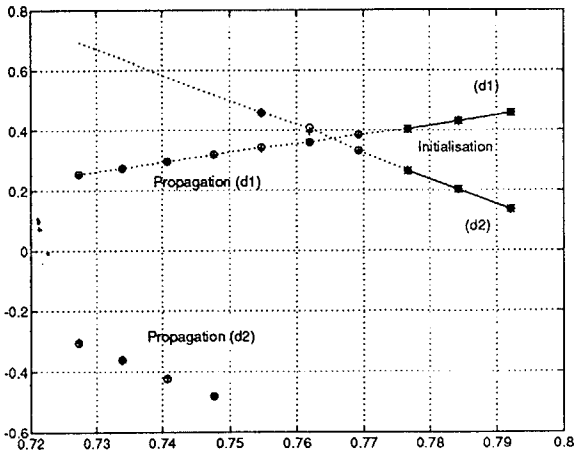


FIG. 1 - Initialisation et poursuite des droites pour une cible à 2 fréquences ( $f_{D1} = 3.1$  et  $f_{D2} = -8.67$ ).  $RSB=5dB$ ,  $n_s = 24$ ,  $N_b = 10$ ,  $\beta = 0.8$ ,  $\alpha = 0.01$ . Les fréquences estimées sont  $\hat{f}_{D1} = 3.0999$  et  $\hat{f}_{D2} = -8.6697$ .

et  $\beta$  (dont dépendent les  $\xi_k$ ) sur la variance sur le paramètre à estimer  $f_D$ . Si on choisit  $\beta$  "grand" et  $\alpha$  "petit", on aura une variance faible sur  $f_D$  mais un risque fort d'erreur à l'initialisation. En revanche, un choix de  $\beta$  "petit" et de  $\alpha$  "grand" diminue le risque d'erreur à l'initialisation mais conduit à une variance plus forte sur  $f_D$ . Le choix des paramètres de la forme d'onde amène donc à un compromis entre qualité de l'estimation après poursuite des droites et risque d'erreur grossière lors de l'étape d'initialisation.

L'initialisation de l'algorithme de "poursuite" à proprement parler, qui peut s'avérer délicat lorsqu'on démarre à l'indice 0, ne pose ici pas de problème dans la mesure où l'on dispose des estimées de  $f_D$  et  $f_0$  fournies par l'étape d'initialisation sur les trois premiers points de chaque droite.

### 3. Simulations Numériques et Discussion

L'algorithme proposé dans cette communication a été testé sur signal de cible simulé (noté  $x(t)$ ) comprenant plusieurs fréquences Doppler et noyé dans un bruit blanc gaussien  $b(t)$  :

$$x(t) = \sum_{k=1}^{n_f} A_k \exp(j2\pi f_{D_k} t) + b(t) \quad (12)$$

#### 3.1. Exemples de fonctionnement de l'algorithme

Deux exemples d'initialisation et de poursuite des droites (propagation) sont donnés dans les figures (1) et (2). Les fréquences ambiguës sur chaque rafale sont estimées par l'algorithme "min-norm" de Tufts-Kumaresan, [9], avec un prédictor d'ordre  $p$  (dont la valeur est précisée dans les simulations). On constate que la poursuite des droites est réalisée dans de bonnes conditions, malgré le saut de rang d'ambiguïté dans la droite ( $d_1$ ) au 6<sup>ième</sup> point et la présence d'une mesure aberrante (provenant d'un manque de résolution de l'algorithme d'estimation des fréquences ambiguës) pour le 6<sup>ième</sup> bloc, voir figure (2). Deux types de mesures aberrantes peuvent se présenter :

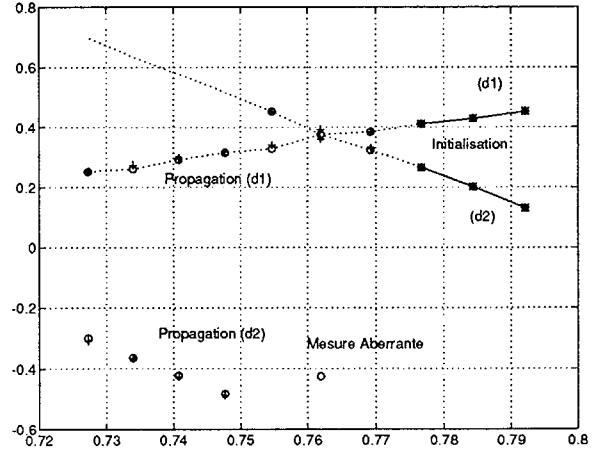


FIG. 2 - Idem avec  $RSB=0dB$ ; Les fréquences estimées sont  $\hat{f}_{D1} = 3.0967$  et  $\hat{f}_{D2} = -8.6736$ . La mesure aberrante est ignorée et n'altère pas l'estimation. (o : Mesures effectives, + : Mesures prédites)

- Les valeurs de deux fréquences ambiguës deviennent très proches sur un bloc, et l'algorithme d'estimation est incapable de les résoudre. Une des deux mesures est alors complètement fautive. Dans ce cas, l'algorithme de poursuite des droites utilise deux fois la même "bonne" valeur pour l'affecter à deux droites. La mesure de fréquence non ambiguë n'est donc pas affectée par cette mesure aberrante.
- Présence d'un "bloc aveugle" : dans ce cas, si l'algorithme de poursuite ne trouve pas de valeur à affecter à la droite en cours de traitement, il peut "sauter" un bloc sans compromettre l'estimation globale.

L'algorithme utilisé permet donc de "désenrouler" les mesures ambiguës et également de gérer automatiquement les éventuelles mesures aberrantes. On rappelle qu'il est en revanche particulièrement sensible lors de la phase d'initialisation : une mesure aberrante ou un saut de rang d'ambiguïté dans cette zone aboutit quasi-inévitablement à une estimation erronée.

#### 3.2. Courbes de performances

Les performances de la méthode proposée sont rapportées sous forme de courbes d'erreur quadratique moyenne (EQM) en fonction du rapport signal à bruit (RSB). Le RSB, défini pour chacune des sinusoides, est donné par :

$$RSB = \frac{A_k^2}{\sigma^2} \quad (13)$$

où  $\sigma^2$  est la variance du bruit blanc gaussien. L'erreur quadratique moyenne (EQM) en  $\hat{f}_D$  est estimée par :

$$EQM = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (\hat{f}_D^k - f_D^k)^2 \quad (14)$$

où  $M$  est le nombre de réalisations utilisé pour la simulation de Monte-Carlo et  $\hat{f}_D^k$  est l'estimée de la fréquence Doppler  $f_D^k$  pour la  $k$ <sup>ième</sup> réalisation. On donne également les courbes d'erreur sur la fréquence ambiguë "globale" (notée  $f_r$ ), qui correspond à la partie décimale de  $f_D$ . Cet indicateur permet de différencier, dans l'erreur d'estimation

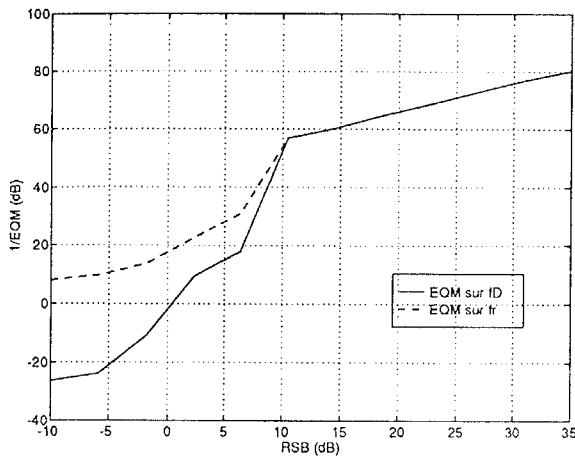


FIG. 3 -  $1/EQM$  en fonction du RSB. Une fréquence Doppler  $f_{D_1} = 3.2$ .  $N_b = 4$ ,  $n_s = 15$ ,  $p = 10$ ,  $\beta = 0.8$ ,  $\alpha = 0.01$ . 500 réalisations.

sur  $f_D$ , une erreur sur le rang de repliement d'une erreur sur la fréquence repliée. Les courbes des figures (3) et (4) présentent des courbes d'EQM pour une configuration particulière de la forme d'onde ( $N_b = 4$ ,  $n_s = 15$ ,  $p = 10$ ,  $\beta = 0.8$ ,  $\alpha = 0.01$ ) pour une et deux fréquences Doppler. On constate que la méthode se comporte bien dans le cas de deux fréquences, avec une erreur sur le rang de repliement qui devient nulle aux environs de 5 dB (au-dessus de 5 dB, l'EQM sur  $f_D$  est égale à l'EQM sur  $f_r$ ). L'allure de la courbe de  $1/EQM$  pour la fréquence Doppler unique pose problème par sa zone de transition très étalée. Ce phénomène, qui n'est pas encore totalement expliqué, peut être mis sur le compte de la valeur particulière de  $f_D = 3.2$ .

Les performances de cette méthode sont également à comparer à l'algorithme classique de levée d'ambiguïté Doppler par recherche de coïncidence entre les estimées fréquentielles dépliées, [6]. Cette comparaison a été réalisée dans [2]. Il est cependant difficile d'en tirer des conclusions générales dans la mesure où, pour un même nombre de points de signal, les performances des deux méthodes dépendent largement du choix des fréquences d'échantillonnage (c'est-à-dire ici du choix de  $\alpha$  et  $\beta$ ) et les mêmes valeurs de FRI ne sont pas nécessairement optimales pour l'un et l'autre des deux algorithmes. On peut néanmoins affirmer que les performances relatives des deux méthodes sont voisines, ce qui s'explique par le fait que toutes deux reviennent à une mise en correspondance non cohérente des estimées fréquentielles ambiguës dépliées, par opposition à la mise en correspondance cohérente proposée dans [3].

#### 4. Conclusions

La méthode de levée d'ambiguïté Doppler proposée dans cette communication s'avère très efficace dans le cas d'une fréquence unique, même si elle présente les mêmes inconvénients que la méthode de levée d'ambiguïté par recherche de coïncidence dans la mesure où la cohérence du signal entre les différents blocs n'est pas exploitée. De plus, il a été montré qu'elle peut s'étendre, moyennant un coût de calcul supplémentaire, à un nombre de fréquences quelconque :

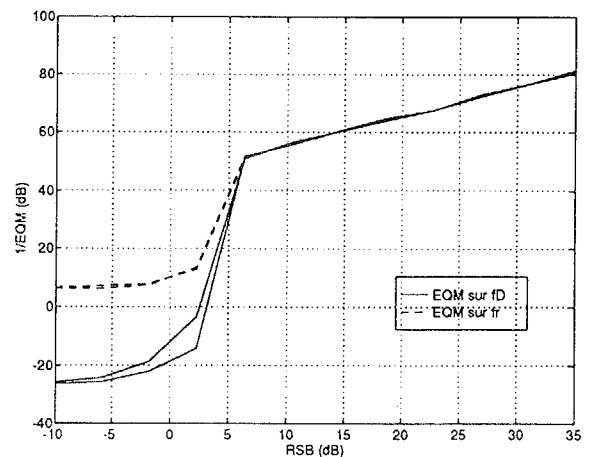


FIG. 4 -  $1/EQM$  en fonction du RSB. Deux fréquences Doppler  $f_{D_1} = 4.4$  et  $f_{D_2} = -11.35$ .  $N_b = 4$ ,  $n_s = 15$ ,  $p = 10$ ,  $\beta = 0.8$ ,  $\alpha = 0.01$ . 500 réalisations

elle peut ainsi être utilisée pour l'analyse fréquentielle non ambiguë de cibles multi-composantes. Cependant, des problèmes subsistent et il est sans doute nécessaire de modifier l'étape d'initialisation afin de la rendre plus robuste à un saut de rang d'ambiguïté ou à une mesure aberrante sur les 3 premiers blocs. Au total, les principaux avantages de cette méthode résident dans son applicabilité aux cibles multi-composantes et dans son traitement particulièrement aisé des mesures aberrantes ou manquantes dues, par exemple, aux "blocs aveugles".

#### 5. Références

- [1] R. Bamler and H. Runge. PRF-Ambiguity Resolving by Wavelength Diversity. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 29(6):997-1003, November 1991.
- [2] C. Bérenguer. *Estimation Fréquentielle et Filtrage de Signaux Non Uniformément Échantillonnés: Application à l'Estimation Radar Doppler Non Ambiguë*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis - France, 1994.
- [3] A. Ferrari, C. Bérenguer, and M. Artaud. Estimation Doppler Radar non Ambiguë. In *Colloque sur le Traitement du Signal et des Images, GRETSI*, pages 1135-1138, 1993.
- [4] S. M. Kay. *Modern Spectral Estimation*. Signal Processing Series. Prentice Hall, 1987.
- [5] S. M. Kay. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Signal Processing Series. Prentice Hall, 1993.
- [6] A. Ludloff and M. Minker. Reliability of Velocity Measurement by MTD Radar. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 21(4):522-528, July 1985.
- [7] M.I. Skolnik. *Introduction to Radar Systems*. Electrical Engineering Series. McGraw-Hill, 1981.
- [8] G. Trunk and S. Brockett. Range and Velocity Ambiguity Reduction. In *IEEE National Radar Conference*, pages 146-149, 1993.
- [9] D. W. Tufts and R. Kumaresan. Estimation of Frequencies of Multiple Sinusoids: Making Linear Prediction Perform Like Maximum Likelihood. *Proceedings of the IEEE*, 70(9):975-989, September 1982.