



**CONSTRUCTION D'UN GENERATEUR DE
PROFILS ALEATOIRES
APPLICATION A LA PROPAGATION RADAR EN
MILIEU TURBULENT.**

E. MANDINE (1) (2) - M. C. PELISSIER (2)

(1) :CTSN/LSA - B.P. 28 - 83800 Toulon Naval

(2) :Université de Toulon - Laboratoire Modélisation et Signal /ETMA/MNC - B.P. 132 - 83957 La Garde

RÉSUMÉ

Cet article présente la construction d'un simulateur numérique de fluctuations aléatoires de l'indice de réfraction atmosphérique, à partir de leur densité spectrale de puissance. La méthode décrite est ensuite appliquée à deux spectres théoriques de turbulence atmosphérique, un spectre modélisant des fluctuations isotropes de l'indice, issu de la théorie de Kolmogorov, l'autre caractérisant un milieu inhomogène et anisotrope, proposé dans le cadre de l'étude.

Les profils aléatoires ainsi générés nous permettent de mettre en oeuvre une méthode statistique type Monte Carlo pour étudier l'influence d'un milieu turbulent sur les ondes radar, en utilisant un modèle de propagation électromagnétique aux équations paraboliques.

L'article conclut sur la pertinence du spectre de turbulence anisotrope, mieux adapté au problème radar qui nous concerne.

ABSTRACT

In the frequency range of 100 MHz-20 GHz, it is well known that the effects of atmospheric turbulence on radar propagation cannot be neglected any longer.

This paper shows a random profiles generator to simulate fluctuations of the refractive index due to the turbulence, using their theoretical spectral distribution. This allows us, using a standard Monte Carlo method, to obtain the mean electromagnetic field from a distribution of random refractive index, through a usual 2D parabolic propagation model.

Practically, we choose first to characterize the turbulence by an isotropic and homogenous Kolmogorov spectrum. But, according to theoretical considerations, we decide finally to construct an anisotropic and inhomogenous spectrum, named K-G spectrum.

The paper compares the different results obtained in the two cases, and concludes that the second model of turbulence is better adapted to our radar problem.

Introduction :

Pour un système radar en environnement maritime, la probabilité de détection d'une cible à basse altitude dépend fortement des conditions météorologiques : plusieurs phénomènes atmosphériques sont ainsi responsables de la perturbation de la propagation des ondes et donc de la dégradation du signal radar.

Bien que leur effets soient les plus visibles, les phénomènes grandes échelles (de l'ordre de quelques centaines de mètres), évoluant lentement dans le temps, ne sont pas les seuls responsables de l'altération des performances radar. Il se superpose aussi des perturbations de petites tailles, hautement chaotiques, conduisant à des fluctuations aléatoires fines échelles de l'indice de réfraction. Généralement, leur influence est de plus en plus sensible lorsque la fréquence augmente, les longueurs d'onde radar devenant de l'ordre de grandeur des tailles des hétérogénéités du milieu. Il est donc intéressant de paramétriser dans un modèle de propagation les effets des turbulences atmosphériques.

Cet article présente une méthode statistique utilisant un modèle parabolique de propagation pour étudier les effets d'une turbulence atmosphérique sur la propagation des ondes radar en bande [100 MHz - 20 GHz], et plus particulièrement dans des applications de veille, où les angles d'incidence sont très faibles par rapport à l'horizontale. Nous aborderons dans une première partie le principe de l'étude et les moyens d'introduire le caractère aléatoire dans les équations d'onde. Dans la deuxième partie, nous exposerons les résultats obtenus pour deux modèles de turbulence différents, dont l'un, construit pour les besoins de l'étude, semble mieux adapté à la configuration radar qui nous concerne.

I - Etude de la propagation en milieu turbulent: approche statistique.

Du fait du caractère hautement chaotique des phénomènes physiques concernés, les fluctuations de l'indice de réfraction sont décrites par des processus aléatoires. La caractérisation du champ



électromagnétique en milieu aléatoire nécessite donc la détermination de ses moments. La méthode mise en oeuvre permet d'accéder au moment d'ordre 1 (champ électromagnétique moyen), et à un cas particulier du moment d'ordre 2 (puissance électromagnétique moyenne).

Après avoir rappelé brièvement les caractéristiques principales du modèle de propagation aux équations paraboliques, on présentera le générateur de profils d'indice aléatoires développé pour cette étude.

1.1 Modèle parabolique.

On doit à Leontovich et Fock [1] d'avoir introduit le concept de l'approximation parabolique. Ceci permet d'obtenir un modèle approché de l'équation de propagation des ondes, numériquement plus efficace. On montre en effet que pour une atmosphère spatialement non homogène, sous les hypothèses d'un milieu lentement variable et faiblement hétérogène, ainsi que de propagation paraxiale, à grande distance de la source certains termes de l'équation des ondes exacte peuvent être négligés; on obtient alors l'équation dite parabolique :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - 2j \frac{k_0}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} + k_0^2 \left(n^2 - 1 + 2 \frac{r-a}{a} \right) u = 0 \quad (1)$$

où - n est l'indice de réfraction,
 - a le rayon terrestre,
 - k_0 le nombre d'onde radar,
 - (r, θ, ϕ) le système de coordonnées sphériques centré sur la Terre - on suppose la symétrie azimutale du milieu -, et
 - u est une fonction enveloppe, dérivée des potentiels de Hertz, et directement rattachée au champ électromagnétique, par exemple dans le cas d'une polarisation verticale, par la relation sur la composante magnétique H :

$$H_\phi(r, \theta) = u(r, \theta) \frac{1}{r \sqrt{\sin \theta}} e^{-jk_0 a \theta}$$

Cette équation est ensuite résolue numériquement de proche en proche sur le domaine de propagation à l'aide d'une représentation aux différences finies avec un schéma implicite de Crank-Nicolson. Pour un indice de réfraction déterministe, on obtient ainsi les valeurs du champ électromagnétique sur tout le domaine d'observation, exprimées en termes d'atténuation par rapport au champ à la source.

Prise en compte de la turbulence.

Depuis les premières études descriptives de la turbulence dynamique, par Tatarski [], les processus turbulents sont généralement caractérisés par leur spectre $\phi_n(\mathbf{K})$, qui décrit dans le domaine des fréquences spatiales \mathbf{K} , la répartition spectrale des fluctuations $\delta n(\mathbf{r})$ de l'indice dues aux mouvements turbulents du fluide (\mathbf{r} vecteur position). Pour prendre en compte la turbulence, l'indice de réfraction déterministe dans l'équation parabolique

(1) doit ainsi être modifié par la superposition de cette composante aléatoire δn .

Deux problèmes se posent alors :

- 1- générer numériquement ces fluctuations aléatoires, à partir de leur densité spectrale de puissance modélisée, et
- 2- résoudre l'équation parabolique à coefficients aléatoires obtenue.

Le deuxième problème est ici simplement résolu par une méthode de Monte Carlo classique, en effectuant des statistiques d'ensemble sur un grand nombre de simulations numériques réalisées à partir de profils stochastiques.

Cette méthode permet d'accéder au moment d'ordre 1 : champ moyen, en stockant les valeurs des champs électromagnétiques $u(r, \theta)$ pour toutes les réalisations, et en les moyennant sur l'ensemble des simulations réalisées.

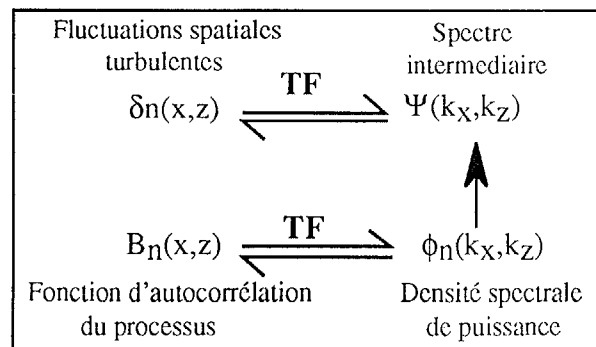
On peut obtenir aussi la valeur à l'origine du moment d'ordre 2 : puissance moyenne du champ, en prenant le module au carré de toutes les réalisations $|u(r, \theta)|^2$ et en les moyennant sur l'ensemble des réalisations.

Le principal problème est donc de générer numériquement ces fluctuations aléatoires, à partir d'une densité spectrale de puissance connue $\phi_n(\mathbf{K})$.

1.2 Simulation numérique des fluctuations d'indice à partir de la densité spectrale du processus turbulent [2], [3]

La méthode développée ici utilise la transformée de Fourier inverse, non pas directement sur $\phi_n(\mathbf{K})$, car l'on obtiendrait l'autocorrélation B_n du phénomène turbulent, mais sur un spectre intermédiaire $\psi(\mathbf{K})$, donnant par TF⁻¹ les fluctuations $\delta n(\mathbf{r})$ recherchées. Le principal problème est donc la construction de ce spectre $\psi(\mathbf{K})$, tel que δn soit une séquence spatiale réelle, possédant les propriétés spectrales attendues.

Domaine spatial (distance, altitude) (x, z) $\xrightleftharpoons{\text{TF}}$ Domaine fréquentiel Nombres d'onde spatiaux (k_x, k_z)



Le détail de la méthode est donné ici sous l'hypothèse que la statistique du processus est régie par une loi de répartition gaussienne et bidimensionnelle :

Simulation à partir d'une distribution gaussienne

Le principe consiste à filtrer un bruit blanc gaussien. A partir de celui-ci et du spectre bidimensionnel de turbulence $\phi_n(k_x, k_z)$, on construit alors le processus complexe $\psi(k_x, k_z)$:

$$\Psi(k_x, k_z) = \Psi_r(k_x, k_z) + i\Psi_i(k_x, k_z)$$

où $\Psi_r(k_x, k_z)$ et $\Psi_i(k_x, k_z)$ sont deux processus aléatoires réels, gaussiens et indépendants, ayant les propriétés suivantes:

$\Psi_r(k_x, k_z)$ est pair en k_x et k_z

$\Psi_i(k_x, k_z)$ est impair en k_x et k_z

$$\langle \Psi_r(k_x, k_z) \rangle = \langle \Psi_i(k_x, k_z) \rangle = 0$$

$$\langle \Psi_r^2(k_x, k_z) \rangle = \langle \Psi_i^2(k_x, k_z) \rangle = \frac{\phi_n(k_x, k_z)}{2}$$

Ces deux processus sont ici construits à l'aide des deux bruits blancs gaussiens indépendants B et B', tels que :

$$\Psi_r(k_x, k_z) = B \sqrt{\phi_n(k_x, k_z)}$$

$$\Psi_i(k_x, k_z) = B' \text{sign}(k_x k_z) \sqrt{\phi_n(k_x, k_z)}$$

$$\text{avec } \text{sign}(k_x k_z) = \begin{cases} k_x k_z / |k_x k_z| & \text{si } k_x k_z \neq 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

et B et B' centrés de variance $\langle B^2 \rangle = \langle B'^2 \rangle = \frac{1}{2}$

On s'assure ainsi d'un résultat réel.

Les fluctuations d'indice $\delta n(x, z)$ sont alors reliées au processus aléatoire ainsi construit par les relations :

$$\delta n(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(k_x, k_z) e^{2\pi i [xk_x + zk_z]} dk_x dk_z$$

et

$$\Psi(k_x, k_z) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta n(x, z) e^{-2\pi i [xk_x + zk_z]} dx dz$$

Par transformée de Fourier inverse, $\delta n(x, z)$ est également un processus aléatoire dont on peut démontrer qu'il possède la densité spectrale attendue:

$$\begin{aligned} E\{\delta n^2(x, z)\} &= E\{\Psi^2(k_x, k_z)\} \\ &= \phi_n(k_x, k_z) E\{B^2 + B'^2\} = \phi_n(k_x, k_z) \end{aligned}$$

$\delta n(x, z)$ est alors superposé au profil d'indice moyen de l'indice, qui sera directement pris en compte dans l'équation dite "parabolique".

II - Résultats

En pratique on a utilisé et critiqué les spectres suivants : spectre de Kolmogorov, isotrope en $k^{-11/3}$ et un

spectre bidimensionnel Kolmogorov-Gaussien construit dans le cadre de l'étude.

1.2.1 Spectre de Kolmogorov [5]

Kolmogorov établit en 1960 un spectre théorique en $k^{-11/3}$ basé sur les hypothèses de milieu localement homogène et isotrope, en considérant directement les propriétés physiques d'un fluide turbulent. Ce spectre est à ce jour le plus reconnu et le plus concordant avec la théorie de la turbulence. Il a donc été le premier mis en oeuvre avec le simulateur précédent, adapté à un modèle 1D.

Ce spectre a cependant la limitation (implicite) de ne s'appliquer que dans le domaine isotropique de la turbulence, *i.e.* pour des tailles l de turbulence faibles (de quelques dizaine de mètres jusqu'au millimètre, ce qui correspond à des nombres d'ondes $k=2\pi/l$ compris entre 1 et 1000). Or, pour les fréquences radar et les angles d'incidence utilisés dans un problème de veille, on peut montrer [4] par la théorie de la propagation en milieu turbulent que les composantes turbulentes fortement anisotropes (taille supérieure à 100 m environ) ont une influence prépondérante, et que l'utilisation du spectre de Kolmogorov n'est plus pertinente.

1.2.2 Spectre K-G (Kolmogorov-Gaussien)

Cette remarque nous a amené à réfléchir sur une autre forme de spectre, mieux adapté au problème qui nous concerne. On a donc construit un spectre bidimensionnel, sur le principe suivant :

- pour la composante verticale de la turbulence, le spectre préservera la dépendance en $k^{-11/3}$ caractéristique de la théorie de Kolmogorov,

- par contre, en horizontal, nous prenons l'hypothèse d'une fonction de corrélation gaussienne de longueur de corrélation L_H , ce qui correspond à une densité spectrale gaussienne.

Le milieu turbulent ainsi modélisé sera toujours un milieu homogène, mais anisotrope : les longueurs de corrélation horizontales deviennent bien supérieures aux longueurs verticales, représentant ainsi des tourbillons "aplatis" (sous l'effet de la pesanteur) significatifs de la turbulence anisotrope.

Enfin, pour une modélisation plus réaliste, l'atmosphère étant un milieu non-homogène en altitude, nous avons introduit un terme de non-homogénéité en faisant varier L_H en fonction de z.

La structure du spectre devient alors :

$$\phi_n(k_x, k_z; z) \equiv k_z^{-11/3} \exp\left[-\frac{k_x^2 L_H^2(z)}{4}\right]$$

aux termes d'amplitudes près.

Il faut aussi remarquer que le terme de non-homogénéité $L_H(z)$ pose des problèmes pour la transformée de Fourier : on le résoud en décomposant verticalement le milieu en tranches h d'épaisseur pas trop importante pour que L_H puisse être considéré comme constant, on effectue la TF¹ sur chaque tranche, et on raccorde les séquences aléatoires ainsi obtenues par une fonction d'apodisation.



Pour chacun de ces deux spectres, on a ainsi pu simuler la propagation en milieu turbulent pour plusieurs fréquences et diverses configurations météorologiques.

La figure 1 montre le type de fluctuations aléatoires d'indice obtenues avec un spectre isotrope, en fonction de l'altitude. Cette composante est ici superposée à un profil moyen de l'indice, obtenu, par exemple, par un radiosondage.

La figure 2 présente le même type de résultat avec le spectre K-G, où il apparait bien que les fluctuations horizontales (axe des distances) ont une longueur de corrélation plus importante que le long de la verticale.

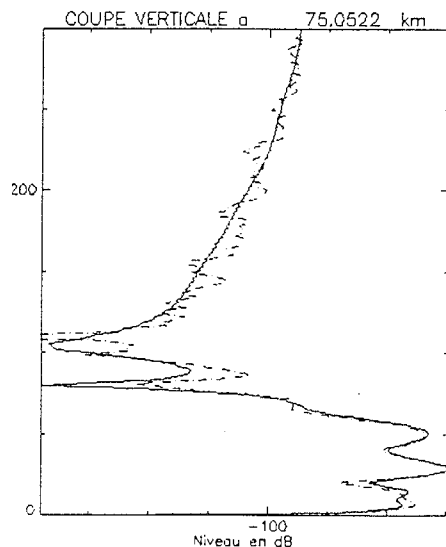
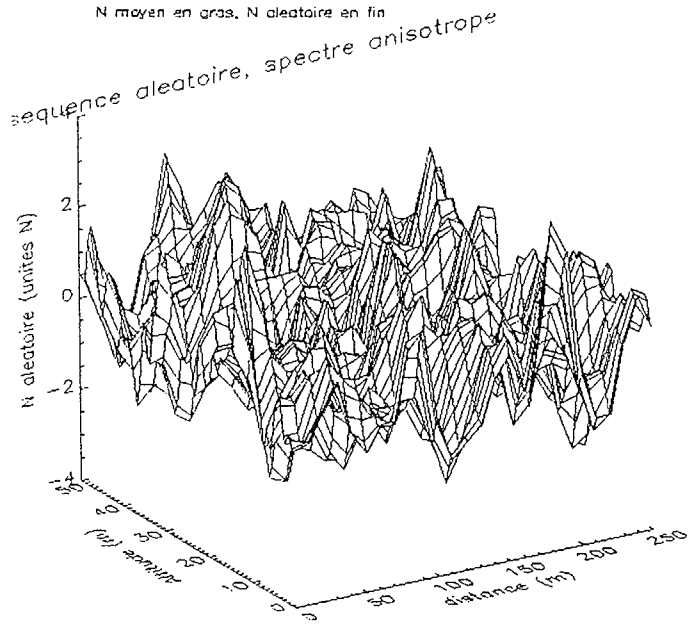
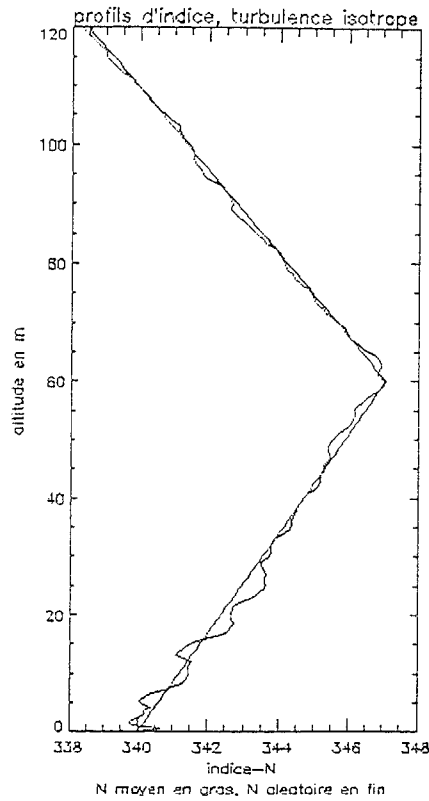
Enfin le dernier schéma montre un exemple de coupe verticale à grande distance du champ radar, à 100 MHz, réalisé avec le spectre K-G : on peut constater que la turbulence anisotrope a bien une influence à ces fréquences là, alors que le spectre isotrope ne révélait aucune différence entre la simulation sans turbulence (trait plein) et avec (trait pointillé).

III - Conclusion

Le générateur de profils aléatoires construit au 1.2 nous a permis de tester divers modèles de turbulence.

Les simulations faites à 100 MHz, 1, 10 et 20 GHz montrent que la turbulence isotrope devient réellement sensible à partir de la dizaine de GHz. D'autre part, l'utilisation des deux spectre différents (de Kolmogorov et K.G.) permet d'illustrer la théorie selon laquelle la turbulence anisotrope joue un rôle en dessous du GHz, dans le cas d'incidence rasante de l'onde radar. Ces résultats numériques feront l'objet d'une validation expérimentale au cours d'une campagne de mesures couplées électromagnétique et météo en septembre 1995.

Cette campagne devrait permettre en outre de recueillir des mesures permettant de vérifier la cohérence interne du modèle complet. Il convient en effet de valider l'hypothèse essentielle selon laquelle les tailles des fluctuations d'indice dues à la turbulence sont supérieures à celles des termes négligés dans le modèle parabolique de propagation. Ce type de résultat n'a, à notre connaissance, jamais été établi pour le problème considéré ici.



Références

- [1] : V.A. FOCK: *Electromagnetic diffraction and propagation problems*, Pergamon Press, 1965
- [2] : Claire NOEL, Marie Claude PELISSIER, Dominique HABAULT, *Moments des signaux sonores en milieu marin aléatoire*, 14ème colloque GRETSI, sept 93
- [3] : Rapport Thomson A.S.M, *Programme de simulation de bathycélérimétries aléatoires*, 1988
- [4] : Eric MANDINE : *Rapport d'avancement n°2*, document CTSN/LSA, Oct. 1994
- [5] : Akira ISHIMARU, *Wave propagation & scattering in random media*, 1978, Academic Press