



## MODELISATION ANALYTIQUE DE LA FONCTION RECONNAISSANCE RADAR un nouvel outil pour la conception

L. SAVY - T. LAURENCOT

L.C.T.A.R, 6 rue Nieuport, 78143 Vélizy-Villacoublay

### RÉSUMÉ

La tendance actuelle en radar est d'intervenir dans le choix des caractéristiques du senseur et de son mode d'observation en prenant en compte dès la conception la fonction reconnaissance.

Dans ce cadre, l'article présente une modélisation analytique de la reconnaissance radar, fondée sur une caractérisation aléatoire des cibles.

Cette approche permet d'accéder à une formule analytique de la probabilité de reconnaissance par la mise en oeuvre de la stratégie de Bayes, et à une évaluation de l'efficacité comparée des paramètres radar classiques comme la bande de fréquence (accès à une résolution distance radiale), l'étendue du secteur angulaire d'observation (accès à une résolution distance transverse), la polarisation.

### ABSTRACT

A recent trend in radar system is to take into account radar recognition functionality right at the beginning of the designing phase.

In this context, the paper presents the derivation of an analytic model for radar recognition, based upon the statistical characterization of radar targets.

Assuming Bayes strategy, this approach leads to an analytic expression for the probability of recognition.

This expression is then used in order to evaluate the efficiency on radar recognition (classification or identification), of classical radar parameters such as frequency bandwidth (access to radial range resolution), angular extent of observation (access to cross range resolution), polarisation.

### 1. INTRODUCTION

Jusqu'ici, la démarche adoptée en radar pour remplir la fonction reconnaissance consistait à trouver un traitement à partir des signaux provenant d'un radar essentiellement dimensionné pour la fonction détection ou poursuite. La tendance actuelle est d'intervenir dans le choix des caractéristiques du senseur et de son mode d'observation en prenant en compte dès la conception la fonction reconnaissance. Dans ce cadre, l'article présente une modélisation analytique de la fonction reconnaissance dans le contexte général multiclasse et multicritère. L'obtention d'un résultat analytique repose sur une modélisation aléatoire du coefficient de rétrodiffusion des cibles, décrite dans la section 2. Cette modélisation prend en compte l'aspect polarimétrique, et permet la mise en oeuvre de la stratégie de Bayes à la reconnaissance.

Cette approche permet d'établir une formule analytique de la probabilité de reconnaissance, présentée dans la section 3 dans un contexte multiclasse.

La section 4 envisage alors le problème de la fusion bayésienne multicritère.

L'approche proposée permet d'évaluer l'influence conjointe sur les performances en reconnaissance des paramètres radar classiques:

- Bande de fréquence, exploitée soit pour accéder à une haute résolution distance, soit pour moyenniser les mesures (agilité de fréquence).
- Etendue du secteur angulaire d'observation, exploitée soit pour accéder à une résolution distance transverse (ISAR), soit pour moyenniser les mesures (agilité angulaire).
- Spectre Doppler, exploité pour l'étude des parties mobiles.
- Polarisation.

L'ensemble de la méthodologie précédente a été validé sur des données réelles fournies par un radar sol-sol bipolarisation à haute résolution distance radiale. Les résultats obtenus sont présentés dans la section 5.



## 2. MODELISATION ALEATOIRE

La modélisation aléatoire porte sur le coefficient de rétrodiffusion des cibles. C'est l'approche la plus générale et la plus exhaustive puisque toute l'information sur la cible est contenue dans le coefficient de rétrodiffusion.

Le modèle retenu de cible est un modèle de points brillants aléatoires isotropes indépendants (c'est un modèle haute fréquence).

Avec ce modèle, le coefficient de rétrodiffusion apparaît, dans le cas général en radar où la résolution distance dans une dimension de l'espace est supérieure à la taille de la cible, comme une somme de variables aléatoires complexes à moyenne nulle et sera donc représenté par une variable aléatoire gaussienne complexe à moyenne nulle.

Classiquement en reconnaissance radar, on dispose d'un vecteur de mesure  $\mathbf{x}$ , directement relié à la densité de coefficient de rétrodiffusion.

Ce vecteur peut par exemple représenter la réponse impulsionnelle (ou transverse) en fonction de la case distance, ou le spectre Doppler en fonction de la fréquence (du à la cible et à ses parties mobiles).

Plaçons nous dans un cadre à  $n+1$  classes:  $H_0, \dots, H_n$ . La densité de probabilité conditionnelle à la classe  $H_i$  à l'apprentissage du vecteur  $\mathbf{x}$  s'écrit donc:

$$p(\mathbf{x}/H_i) = \frac{1}{\pi^N \det \gamma_i} e^{-\mathbf{x}^* \gamma_i^{-1} \mathbf{x}} \quad i \in \{0, \dots, n\}$$

$\gamma_i = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^*/H_i]$  est la matrice de covariance du vecteur  $\mathbf{x}$  pour la classe  $i$  à l'apprentissage. Afin de rester dans un cadre général, on supposera que le vecteur  $\mathbf{x}$  est de matrice de covariance  $\gamma$  à la reconnaissance.

## 3. FORMULE ANALYTIQUE

### 3.1 stratégie de Bayes à la reconnaissance

Sous l'hypothèse de variables aléatoires gaussiennes, la stratégie de reconnaissance à la fois optimale et la plus adaptée au calcul analytique est la stratégie de Bayes. Plus précisément, on mettra en oeuvre la stratégie du maximum de vraisemblance (MV). Elle consiste à retenir comme hypothèse celle maximisant la densité de probabilité de la mesure, c'est à dire l'hypothèse  $H_i$  correspondant à  $\text{Max}\{p(\mathbf{x}/H_i)\}$ . Afin de simplifier l'évaluation des probabilités de reconnaissance, on définit un vecteur  $Q$  (extension de la notion scalaire de rapport de vraisemblance) :

$$Q = [Q_1 \ Q_2 \ \dots \ Q_n]^T$$

$$\text{avec} \quad Q_i = \text{Log} \frac{p(\mathbf{x}/H_i)}{p(\mathbf{x}/H_0)} - \text{Log} \frac{\det \gamma_0}{\det \gamma_i}$$

Avec l'hypothèse gaussienne sur le vecteur  $\mathbf{x}$ , le test permettant de retenir l'hypothèse  $H_0$  contre  $H_i$  s'écrit donc:

$$Q_i = \mathbf{x}^* \gamma_0^{-1} \mathbf{x} - \mathbf{x}^* \gamma_i^{-1} \mathbf{x} < s_{0i} \quad \text{et} \quad s_{0i} = -\text{Log} \frac{\det \gamma_0}{\det \gamma_i}$$

La probabilité de reconnaissance de l'hypothèse  $H_0$  devient alors:

$$Pr/H_0 = \int_{-\infty}^{s_{01}} \dots \int_{-\infty}^{s_{0n}} p(Q_1, \dots, Q_n) dQ_1 \dots dQ_n$$

Les différentes composantes du vecteur  $Q$  ne sont pas indépendantes puisqu'elles font intervenir le même vecteur  $\mathbf{x}$  de mesure. L'évaluation de la densité de probabilité conjointe  $p(Q_1, \dots, Q_n)$  est donc délicate. L'approche retenue consiste à approximer cette densité par une loi possédant une expression analytique pour un vecteur aléatoire à composantes corrélées. Le choix de la loi  $K$  s'impose alors, justifié par la nature très générale de cette loi.

### 3.2 Probabilité de reconnaissance

La densité de probabilité du vecteur  $Q$  s'écrit donc (loi  $K$  à un paramètre  $\alpha$  d'un vecteur à composantes réelles corrélées):

$$p(Q) = \frac{\alpha^{\frac{n}{2}}}{2^{\alpha-1} \pi^{\frac{n}{2}} \Gamma(\alpha) (\det \gamma_Q)^{\frac{1}{2}}} \left( \sqrt{2\alpha(Q-\bar{Q})^T \gamma_Q^{-1} (Q-\bar{Q})} \right)^{\alpha-\frac{n}{2}} \cdot K_{\alpha-\frac{n}{2}} \left( \sqrt{2\alpha(Q-\bar{Q})^T \gamma_Q^{-1} (Q-\bar{Q})} \right)$$

$K_{\alpha-\frac{n}{2}}$  : fonction de Bessel de 2<sup>nd</sup> espèce d'ordre  $\alpha-\frac{n}{2}$

$\bar{Q} = E[Q]$  : moyenne du vecteur  $Q$

$\gamma_Q = E[(Q-\bar{Q})(Q-\bar{Q})^T]$  : covariance du vecteur  $Q$

$$\alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad \text{avec} \quad \left( \frac{m_4}{m_2^2} \right)_i = 3 \left( 1 + \frac{1}{\alpha_i} \right)$$

$\alpha_i$  correspond au paramètre de la loi  $K$  de la composante réelle  $Q_i$  du vecteur  $Q$ . Il s'exprime d'après le rapport des moments centrés d'ordre 2 et 4 de la composante  $Q_i$ .

Avec les définitions de la section 2, il vient:

$$(\bar{Q})_i = \text{Tr}[(\gamma_0^{-1}\gamma - \gamma_i^{-1}\gamma)] \quad \text{et} \quad s_{\alpha} = -\text{Log}\left(\frac{\det\gamma_0}{\det\gamma_i}\right)$$

$$(\gamma_Q)_{ij} = \text{Tr}[(\gamma_0^{-1}\gamma - \gamma_i^{-1}\gamma)(\gamma_0^{-1}\gamma - \gamma_j^{-1}\gamma)]$$

$$\alpha_i = \frac{\text{Tr}^2[(\gamma_0^{-1}\gamma - \gamma_i^{-1}\gamma)^2]}{2\text{Tr}[(\gamma_0^{-1}\gamma - \gamma_i^{-1}\gamma)^4]} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i$$

La probabilité de reconnaissance de l'hypothèse (ou classe)  $H_0$  peut s'évaluer numériquement alors par:

$$Pr/H_0 = \int_{-\infty}^{s_{01}} \dots \int_{-\infty}^{s_{0n}} p(Q) dQ$$

Les résultats analytiques précédents montrent que par la seule connaissance des matrices de covariance  $\gamma, \gamma_0, \dots, \gamma_n$ , du vecteur de mesure, on peut évaluer la probabilité de reconnaissance de l'hypothèse  $H_0$ . (Pour obtenir la probabilité de reconnaissance moyenne, chaque cible jouera tour à tour le rôle de  $H_0$ .)

Les résultats analytiques précédents permettent également d'étudier rapidement l'influence de changements au niveau des matrices de covariance, pris en compte ou non à l'apprentissage. Parmi les modifications possibles citons, la suppression de certains points brillants, la dégradation de la résolution, la dégradation du rapport signal à bruit, un changement de l'état de polarisation.

#### 4. FUSION BAYESIENNE MULTICRITERE

On s'intéresse ici au cas où l'on dispose de plusieurs grandeurs radar, par exemple des réponses impulsionnelles à des angles différents ou à des polarisations différentes.

On souhaite exploiter au mieux conjointement ces différentes grandeurs, et disposer d'une formule analytique permettant d'évaluer la probabilité de reconnaissance obtenue par la fusion.

La fusion bayésienne, optimale lorsqu'on connaît les densités de probabilités, répond à cette attente et s'effectue naturellement par augmentation de la taille du vecteur de mesure.

#### 5. IDENTIFICATION DE CIBLES TERRESTRES

On se propose d'appliquer la théorie développée à l'identification des cibles terrestres à l'aide de leur réponse impulsionnelle haute résolution. On cherche notamment à évaluer l'apport d'une agilité angulaire (plusieurs angles de visée à la reconnaissance) et l'apport de la polarisation.

#### 5.1 Base de mesures

La base de mesures provient d'un radar sol-sol opérant en bande Ka, avec une émission en polarisation circulaire gauche et une réception simultanée des deux polarisations horizontale et verticale. Ce radar fournit des réponses impulsionnelles haute résolution ( $< 1\text{m}$ ) des cibles. Les mesures sont issues d'une expérimentation qui a permis d'acquérir des réponses impulsionnelles de cibles sur  $360^\circ$ .

#### 5.2 Apprentissage

L'apprentissage consiste à évaluer les matrices de covariance des réponses impulsionnelles pour les différentes cibles (matrice  $\gamma_0, \dots, \gamma_n$  de la section 2). On pourra alors évaluer la probabilité de reconnaissance théorique. La réponse impulsionnelle peut être considérée comme un processus aléatoire stationnaire dans un secteur angulaire où les points brillants sont stables en position et en niveau moyen de SER. On retiendra classiquement un secteur angulaire d'étendue  $20^\circ$ .

#### 5.3 Reconnaissance

La reconnaissance s'effectue par le test du maximum de vraisemblance décrit à la section 3 dans le même secteur angulaire qu'à l'apprentissage. Le rapport signal à bruit est de 20 dB par rapport au point brillant le plus fort, valeur compatible avec un contexte opérationnel.

Les figures 1 à 3 présentent les résultats pour cinq cibles respectivement aux angles de visée atypiques (absence de spéculaires)  $20^\circ, 45^\circ, 70^\circ$  ( $0^\circ$  correspond à la vue de face des cibles). On représente la probabilité de reconnaissance moyenne en fonction du nombre de mesures utilisées à la reconnaissance. Il s'agit ici de l'exploitation de plusieurs réponses en fonction de l'angle de visée (agilité angulaire). La théorie développée permet de prédire les performances en reconnaissance avec un écart inférieur à 5%.

L'agilité angulaire permet d'augmenter les performances en reconnaissance de manière importante. Par l'utilisation de 10 mesures, la probabilité de reconnaissance est dans tous les cas supérieure à 90%.

L'exploitation de deux polarisations à la réception est également un bon moyen d'améliorer les performances en reconnaissance. Le gain obtenu est de l'ordre de 10 à 20% par rapport au contexte monopolarisation exploitant la polarisation la plus performante. Ce gain correspond par ailleurs à celui issu de la fusion de 3 mesures en agilité angulaire.

On peut noter que la polarisation verticale est systématiquement plus performante que la polarisation horizontale.



## 6. CONCLUSION

L'article a montré que la définition d'un modèle aléatoire simple, consistant à représenter le coefficient de rétrodiffusion des cibles comme une variable aléatoire gaussienne complexe permet d'aboutir à une formule analytique de la probabilité de reconnaissance dans un contexte multiclasse et multicritère par la mise en oeuvre de la stratégie de Bayes.

L'article s'est attaché à décrire l'aspect modélisation de la reconnaissance de la théorie développée, fondamental pour le concepteur de système radar. L'aspect analyse est cependant lui aussi intéressant à explorer. L'enjeu d'une telle démarche est double:

- Accéder à une meilleure compréhension du lien entre le coefficient de rétrodiffusion et la structure d'une cible complexe, afin de mettre en oeuvre une fonction reconnaissance à la fois robuste et performante.
- Définir les modifications à apporter au coefficient de rétrodiffusion des cibles pour diminuer leur probabilité de reconnaissance.

### Remerciements:

Les auteurs adressent leurs remerciements à la Direction des Recherches Etudes et Techniques (DRET), qui leur a fourni l'occasion de traiter ce sujet lors du marché 93/440 et qui a bien voulu autoriser la parution de ce texte.

### Références:

- [1] B. LEVINE Fondements théoriques de la radiotechnique statistique, éditions MIR-MOSCOU
- [2] F. LE CHEVALIER Principes de traitement des signaux radar et sonar, Masson p184 à 198
- [3] M.OKATOMO Discrimination for variance matrices. Annals of mathem. statistics, 1961, n° 1-2
- [4] L.M. NOVAK, M.B. SECHTIN, M.J. CARDULLO Studies of target detection algorithms that use polarimetric radar data, IEEE vol AES-25, No2, March 1989
- [5] L. SAVY, C.DELHOTE, Modélisation analytique de la fonction reconnaissance radar - Apport de la polarisation, Journées Internationales de la Polarimétrie Radar, Mars 1995

Figure 1

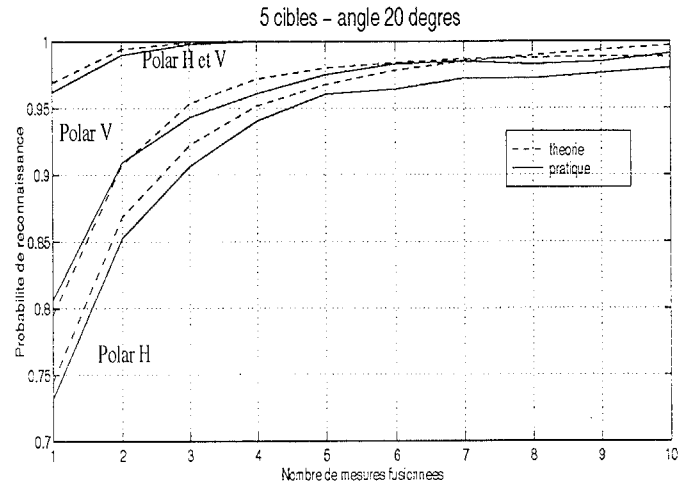


Figure 2

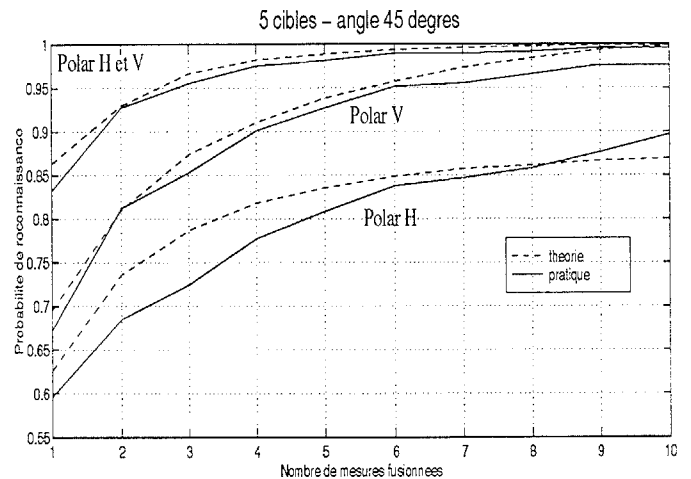


Figure 3

