

RÉSOLUTION NON LINÉAIRE DU PROBLÈME DE SÉPARATION DE TRAJETS MULTIPLES EN INTERCEPTION PASSIVE SONAR

Gilles RIGAL*, Serge MENSAH*, Stéphane JESPER**

*DIGILOG, BP 16 000, 13791 Aix en Provence Cedex 3
**DCN INGÉNIERIE/SUD/LSM, Le Brusac, 83140 Six Fours les Plages

RÉSUMÉ

L'étude rapportée établit la faisabilité théorique du problème de déconvolution temporelle de trajets multiples en interception Sonar TBF. La méthode utilisée pour distinguer les ondes parcourant chacune un trajet propre, procède à une estimation conjointe des paramètres caractérisant l'onde transmise et la réponse impulsionnelle du milieu de propagation. La procédure numérique basée sur la théorie de l'estimation dynamique optimale intègre, à travers un modèle de référence, toute l'information a priori disponible. Elle quantifie au rythme des mesures délivrées par le senseur, les descripteurs (paramètres) recherchés.

1. INTRODUCTION

La déconvolution de signaux filtrés par une chaîne de transmission quelconque est reconnue pour être une opération délicate, notamment lorsque l'information véhiculée est inconnue. Si cependant, une information a priori minimale assurant l'observabilité des descripteurs de l'onde et de la réponse impulsionnelle du filtre (déconvolution "myope") est offerte, par exemple la donnée d'un modèle paramétré de forme d'onde, alors des solutions peuvent être atteintes par estimation dynamique.

Nous présentons en première partie un schéma général de résolution préservant le caractère non-linéaire de la fonction de transfert du canal et de la forme d'onde transmise. Dans un second temps, une approche mixte considère seulement le caractère non-linéaire de la réponse impulsionnelle du milieu, sous l'hypothèse d'une activation par ondes modulées linéairement en fréquence. Dans ce dernier cas, l'estimation conjointe des paramètres de l'onde émise et de la réponse impulsionnelle du milieu est réalisée par un réseau de N filtres de Kalman pondérés, pilotés par un estimateur non-linéaire (méthode particulière). Cette alternative permet de réduire le coût algorithmique de l'estimateur non-linéaire optimal, fonction exponentielle du nombre de trajets déconvolués.

2. POSITION DU PROBLÈME

2.1. Modélisation.

Le signal, $y(t)$, intercepté par le sonar correspond en première approximation, à la convolution de l'onde transmise, $s(t)$, par la réponse impulsionnelle du milieu. $y(t)$ est échantillonné à la fréquence $1/T$ et est entaché d'un bruit blanc additif de mesure

ABSTRACT

This paper presents a feasibility study of temporal separability of acoustical ray paths in sonar interception. The method elaborated to distinguish each ray, performs a joint estimation of the parameters characterizing the transmitted wave and of the impulse response of the medium. The numerical procedure is derived from non-linear optimal filtering theory ; it integrates through a reference model of the state dynamic, all the available a priori knowledge. It quantifies at the rhythm of the data acquisition system, the descriptors (parameters) sought.

$v(t)$. L'onde transmise, $s(t)$, d'amplitude constante, ρ , de durée, τ , est modulée linéairement en fréquence :

$$\begin{cases} s(t) = \rho e^{j\varphi(t)} & \text{pour } t \leq \tau \\ s(t) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\varphi(t) = \left(\frac{1}{T} \alpha_0 t + \omega_0\right)t + \varphi_0 \quad (2.2)$$

φ_0 désigne la phase initiale, ω_0 et α_0 la pulsation et la pente de modulation de l'onde.

Nous supposons que le milieu marin n'est excité que par une seule source acoustique. Les, n , ondes interceptées sont des répliques atténuées d'un rapport ρ_i (exprimé en dB), retardées et déphasées par rapport au signal émis, respectivement de Δt_i et φ_i . Les variations de phase φ_i sont distribuées uniformément sur l'intervalle $[0, \pi]$, et la distribution en amplitude des signaux reçus est gaussienne. Le phénomène d'atténuation est représenté par une décroissance de l'amplitude moyenne du signal ($-i$ dB/s). La variance est constante et égale à $3dB$.

Le nombre, n , de répliques du signal émis, interceptées par le capteur évolue suivant un processus de Poisson :

$$n_{t_{k+1}} = n_{t_k} + 1v(t_{k+1}) \quad (2.3)$$

$N(t_{k+1})$ est un incrément poissonien d'amplitude unité, et d'occurrence temporelle λ . t_k désigne l'instant d'échantillonnage du capteur. Pour simuler la désynchronisation entre les instants d'arrivée des multitrajets et d'échantillonnage du capteur, le retard $\Delta t_{n_{k+1}}$ est tiré selon une loi uniforme sur l'intervalle $[t_k, t_{k+1}]$.

Le signal, $y(t)$, intercepté par le système sonar s'écrit :

$$y_{t_k} = \Re \left[\sum_{i=1}^{n_{t_k}} \rho_i e^{j\varphi_i} s(t_k - \Delta t_i) \right] + v_{t_k} \quad (2.4)$$

L'objet de l'étude est la construction d'un estimateur en ligne, délivrant de manière optimale, compte tenu des observations



acquises pendant l'intervalle $[0, t_k]$, les valeurs des variables identifiant :

- l'onde transmise par ses caractéristiques de phase (α_0 , ω_0 , φ_0) et de durée τ ,
- la réponse impulsionnelle du milieu, soit pour chacun des n_{t_k} trajets déconvolués, l'amplitude ρ_i , le déphasage φ_i et le retard Δt_i .

Nous donnons ci-après, la représentation d'état sur laquelle repose l'estimation dynamique.

2.2. Représentation d'état.

Nous exprimons l'onde modulée dans un référentiel cartésien, $s(t) = x_2(t) + jx_1(t)$, plutôt que par ses coordonnées polaires afin d'établir une dépendance linéaire entre l'état du système et les observations. Comme nous venons de l'observer, le modèle dynamique du processus à estimer est non-linéaire et non-gaussien :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{t_{k+1}} = m_{t_k} + N(t_{k+1}) - M(t_{k+1}) \\ \text{pour } i \in \{1, \dots, m_{t_{k+1}}\} : \\ \begin{pmatrix} x_1^i(t_{k+1}) \\ x_2^i(t_{k+1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\Delta\varphi_i) & \sin(\Delta\varphi_i) \\ -\sin(\Delta\varphi_i) & \cos(\Delta\varphi_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^i(t_k) \\ x_2^i(t_k) \end{pmatrix} \quad (2.5) \\ \text{avec : } \Delta\varphi_i = \omega(t_k)T + \frac{\alpha_0}{2} \left(\frac{T}{2} - \Delta t_i \right) \\ \omega(t_{k+1}) = \omega(t_k) + \alpha_0 T \\ \alpha_0(t_{k+1}) = \alpha_0(t_k) \end{array} \right.$$

L'équation de mesure est linéaire :

$$y_{t_{k+1}} = \sum_{i=1}^{m_{t_{k+1}}} x_2^i(t_{k+1}) + v_{t_{k+1}} \quad (2.6)$$

NB : nous avons introduit dans le modèle de référence une variable d'état, notée m_k , qui représente le nombre de trajets actifs déconvolués à l'instant t_k (trajets détectés à une date postérieure à $t_k - \tau$). La transition d'état actif/passif est modélisée par une variable poissonnienne $M(t_k)$ à valeur binaire.

2.3. Choix de l'estimateur.

Les spécificités de l'application traitée sont rappelées ci-dessous :

- dimension du vecteur d'état à estimer très importante et évoluant au cours du temps,
- modélisation des instants d'arrivée des trajets multiples par un processus de Bernoulli-Gauss [6],
- non-linéarités "douces" dans la dynamique,
- vecteur d'état observé partiellement (partie réelle des signaux interceptés) mais linéairement,
- rapport signal sur bruit élevé.

Les non-linéarités intervenant dans la matrice de transition d'état ne posent pas de problème majeur lorsque le rapport signal sur bruit est supérieur à 15dB : le modèle de référence peut être linéarisé sans altérer les performances de l'estimateur. La difficulté principale est due à la non-stationnarité de la dimension du vecteur d'état (commutations de modèle).

En conclusion, l'emploi d'un filtre non-linéaire s'impose si l'on veut traiter optimalement les commutations de modèles correspondant aux instants d'arrivée des trajets multiples

interceptés. Le bénéfice d'une linéarisation partielle de la dynamique associée à la linéarité du senseur est une voie ouverte pour réduire les coûts informatiques ; il est exploité en hybridant à l'estimateur non linéaire (particulaire), un filtre de Kalman étendu.

3. ESTIMATION NON-LINEAIRE OPTIMALE

L'estimateur non-linéaire optimal est, quel que soit le critère d'optimisation choisi, non-réalisable en dimension finie. En pratique, la difficulté principale consiste alors à rechercher une solution approchée qui garantisse un critère global de performance (erreur d'approximation bornée, stabilité de l'estimateur, ...). Une étape décisive a été franchie avec la conception de la méthode particulaire [5].

3.1. La méthode particulaire.

La méthode particulaire repose sur l'utilisation de tirages aléatoires intensifs convenablement pondérés, qui reconstituent dynamiquement la probabilité de l'état à estimer, conditionnellement aux mesures délivrées par les capteurs. Cette approche généralise aux processus conditionnels du filtrage les méthodes d'estimation a priori (prédiction) de Monte-Carlo. Ne nécessitant pas de résolution explicite des équations du problème d'estimation, elle demeure applicable quelle que soit la complexité des modèles (non-linéaires et/ou non-gaussiens), et s'avère bien adaptée au traitement des commutations de modèle.

Principe [1],[2]: l'estimateur particulaire simule en parallèle l'évolution de N trajectoires d'état indépendantes. Dans le cas le plus général, chaque trajectoire est une réalisation du processus à estimer, tirée aléatoirement selon son modèle et conditionnée localement par les dernières mesures issues des capteurs (le nombre de mesures utilisées est fonction de l'observabilité locale du vecteur d'état à estimer). Les N trajectoires d'état sont pondérées après avoir comparé, pour chaque état possible, les valeurs des composantes observées aux mesures. La stratégie d'exploration/pondération ainsi mise en oeuvre obéit à la règle de Bayes.

Convergence [3]: si l'on note par x_k^j les composantes d'un état possible à l'instant t_k , et par p_k^j la pondération associée, on montre que, pour un nombre N suffisamment élevé, l'ensemble des N vecteurs pondérés, est représentatif de la loi de probabilité conditionnelle du vecteur d'état. Lorsque l'on ne s'intéresse pas directement à la forme de cette loi, il est possible de calculer l'état estimé suivant n'importe quel critère (minimum de variance, maximum de vraisemblance, ...). A titre d'exemple, l'estimateur à minimum de variance approché, est égal à :

$$\hat{x}_k^N = \sum_{j=1}^N x_k^j p_k^j$$

3.2. Estimation linéaire conditionnelle.

Un couplage de la méthode particulaire avec un estimateur linéaire est possible lorsque l'évolution d'une partie x du vecteur d'état, (x, ϑ) , est décrite conditionnellement à ϑ par un modèle linéaire gaussien. Au lieu de N réalisations du processus à estimer, on utilise N filtres de Kalman sur la composante x , conditionnés par les N trajectoires particulières, $\vartheta_{[0,t]}^j$, de la partie non-linéaire du modèle.

Considérons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \vartheta_k = F(\vartheta_{k-1}, \omega_k^{\vartheta}) \\ x_k = A_0(\vartheta_{k-1}) + A_1(\vartheta_{k-1})x_{k-1} + B(\vartheta_{k-1})\omega_k^x \\ y_k = H_1(\vartheta_k)x_k + H_0(\vartheta_k) + v_k \end{cases} \quad (3.1)$$

où ω_k^x et v_k sont des bruits blancs gaussiens.

Pour le système d'équation (3.1), l'état de l'estimateur hybride est formé par N couples $(\hat{x}_{k/k}^j, \vartheta_k^j)$ pondérés. L'expression approchée de l'état estimé à minimum de variance se déduit simplement :

$$\begin{cases} \hat{x}_{k/k}^N = \sum_{j=1}^N \hat{x}_{k/k}^j p_k^j \\ \hat{\vartheta}_k^N = \sum_{j=1}^N \vartheta_k^j p_k^j \end{cases}$$

Les principales phases du couplage entre les estimateurs linéaire (Kalman conditionnel) et non-linéaire (particulaire) sont décrites ci-après.

prédiction linéaire conditionnelle : $\hat{x}_{k-1/k-1}^j \rightarrow \hat{x}_{k/k-1}^j$

La première étape consiste à prédire la valeur de l'état, x , à partir des valeurs estimées à l'instant précédent. Le prédicteur linéaire est paramétré par la variable ϑ_{k-1}^j :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k/k-1}^j &= A_0(\vartheta_{k-1}^j) + A_1(\vartheta_{k-1}^j)\hat{x}_{k-1/k-1}^j \\ P_{k/k-1}^j &= A_1(\vartheta_{k-1}^j)P_{k-1/k-1}^j A_1^T(\vartheta_{k-1}^j) + B(\vartheta_{k-1}^j)QB(\vartheta_{k-1}^j)^T \end{aligned} \quad (3.2)$$

NB : il est nécessaire de calculer l'évolution de la variable ϑ^j entre les instants $k-1$ et k pour corriger la partie linéaire de l'estimateur.

évolution particulaire : $(\vartheta_{k-1}^j, p_{k-1}^j) \rightarrow (\vartheta_k^j, p_k^j)$

La variable ϑ est estimée selon le modèle non-linéaire :

$$\begin{cases} \vartheta_k^j = F(\vartheta_{k-1}^j, \omega_k^{\vartheta}) \\ \tilde{y}_k^j = H_1(\vartheta_k^j)\tilde{x}_{k/k-1}^j + v_k \end{cases} \quad (3.3)$$

où : $\tilde{y}_k^j = y_k - H_1(\vartheta_k^j)\hat{x}_{k/k-1}^j - H_0(\vartheta_k^j)$ (innovation linéaire)
 $\tilde{x}_{k/k-1}^j = x_k - \hat{x}_{k/k-1}^j$ (erreur de prédiction linéaire)

L'innovation du filtre de Kalman joue le rôle de la mesure, dans le modèle dynamique (3.3) utilisé par l'estimateur non-linéaire. L'intérêt de ce type de représentation est d'éliminer la variable inconnue, x , de l'équation de mesure (3.1). Elle est remplacée dans (3.3) par la variable aléatoire $\tilde{x}_{k/k-1}^j$ (processus erreur du filtre de Kalman j) dont la loi (gaussienne) est connue à chaque instant (moyenne nulle et covariance égale à $P_{k/k-1}^j$). La résolution de ce problème d'estimation non-linéaire en ϑ s'effectue par voie particulaire (cf. [3] pour la procédure de calcul des pondérations).

correction linéaire conditionnelle : $\hat{x}_{k/k}^j \rightarrow \hat{x}_{k/k-1}^j$

Les équations du correcteur linéaire paramétré par ϑ_k^j sont données ci-après, le gain étant lui aussi fonction de ϑ_k^j :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k/k}^j &= \hat{x}_{k/k-1}^j + K_k^j(y_k - H_1(\vartheta_k^j)\hat{x}_{k/k-1}^j - H_0(\vartheta_k^j)) \\ P_{k/k}^j &= P_{k/k-1}^j - K_k^j H_1(\vartheta_k^j)P_{k/k-1}^j \end{aligned} \quad (3.4)$$

4. APPLICATION A LA DÉCONVOLUTION

Le couplage entre les estimateurs non-linéaire et linéaire est réalisé de la façon suivante :

- les commutations de modèles liées à la détection d'un trajet multiple ou à la détection de la fin d'une impulsion sont traitées par la partie non-linéaire de l'estimateur,
- l'état des différents signaux reçus est, après linéarisation de la dynamique, estimé conditionnellement à l'état, $m_{t_{k+1}}$, de la réponse impulsionnelle du milieu par un filtre de Kalman étendu.

La partie linéaire de l'estimateur s'appuie sur le vecteur d'état $\underline{x}^T = (\alpha_0, \omega_0, x_1^j, x_2^j, \dots, x_1^i, x_2^i, \dots, x_1^m, x_2^m)$, dont les composantes x_1^i et x_2^i sont classées en fonction de leur ordre de détection (indice $i=1$ pour le trajet le plus ancien) ; à chaque extinction d'onde, un décalage des indices est réalisé.

La partie non-linéaire de l'estimateur actualise le nombre, $m_{t_{k+1}}$, de signaux superposés à l'instant t_{k+1} . Toute évolution temporelle de cette variable est associée à une commutation de modèle. En conséquence, le modèle d'évolution du vecteur \underline{x} entre les instants t_k et t_{k+1} est conditionné par la valeur prise par $m_{t_{k+1}}$ conformément aux quatre situations possibles (tableau 4.1).

Evénements	$M(t_{k+1}) = 0$	$M(t_{k+1}) = 1$
$N(t_{k+1}) = 0$	h_{00} : non détection (stationnarité)	h_{01} : détection fin d'impulsion
$N(t_{k+1}) = 1$	h_{10} : détection trajet multiple	h_{11} : détections tm & fi

Tableau 4.1 : événements à détecter

4.1. Structure de l'algorithme.

La réactualisation à t_{k+1} de chaque vecteur d'état possible (m^j, \hat{x}^j) est réalisée en trois temps :

- prédiction linéaire conditionnelle de l'état \hat{x}^j sous h_{00} ,
- détection non-linéaire des commutations de modèle à partir de l'état \hat{x}^j prédit et des observations perçues (calcul de la valeur de $m_{t_{k+1}}^j$ par test d'hypothèses), calcul des pondérations,
- correction linéaire de l'état après réactualisation de la prédiction du vecteur d'état effectuée sous h_{00} (commutations éventuelles de modèle).

4.2. Détection des commutations de modèle.

Pour définir l'algorithme d'actualisation du vecteur d'état possible (m^j, \hat{x}^j), il faut, conformément à (3.3), établir le modèle reliant l'ensemble des données et les variables non-linéaires aléatoires, $N(t_{k+1})$ et $M(t_{k+1})$, à déterminer π . Après avoir mis l'équation d'observation (2.6) sous forme linéaire conditionnelle (indice j omis) :

$$y_{t_{k+1}} = H(m_{t_{k+1}})x_{t_{k+1}} + v_{t_{k+1}} \quad (4.1)$$

on peut écrire :

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{t_{k+1}/t_k} &= H(m_{t_k})\tilde{x}_{t_{k+1}/t_k}^{\infty} + \\ &N(t_{k+1})x_2^{m+1}(t_{k+1}) - M(t_{k+1})x_2^1(t_{k+1}) + v_{t_{k+1}} \end{aligned} \quad (4.2)$$

où :

$$\tilde{y}_{t_{k+1}/t_k} = y_{t_{k+1}} - H(m_{t_k})\hat{x}_{t_{k+1}/t_k}^{\infty}$$

est l'innovation de l'estimateur linéaire sous h_{00} .



$$- \hat{\varepsilon}_{t_{k+1}/t_k}^{\infty} = \mathcal{A}_1(t_{k+1}, t_k, m_{t_k}) \hat{x}_{t_k} + \mathcal{A}_0(t_{k+1}, t_k, m_{t_k}) - \hat{x}_{t_{k+1}/t_k}^{\infty}$$

est la prédiction de l'erreur du filtre linéaire, la matrice de transition d'état \mathcal{A}_1 étant obtenue par linéarisation du modèle de référence autour du dernier état estimé, \mathcal{A}_0 constituant le terme résiduel (ordre zéro).

Pour détecter dynamiquement les commutations de modèle en intégrant la mesure $y_{t_{k+1}}$, on calcule à partir de (4.2) la probabilité des différents jeux de valeur des variables $N(t_{k+1})$ et $M(t_{k+1})$ connaissant \tilde{y}_{t_{k+1}/t_k} (règle de Bayes).

En pratique, la détection s'effectue sur plusieurs mesures pour compenser le défaut d'observabilité à l'instant courant du processus (observation limitée à la partie réelle des signaux interceptés). Le nombre, h , de mesures nécessaire pour valider dans de bonnes conditions les commutations de modèle est fonction du rapport signal sur bruit. Typiquement 3 à 4 mesures sont suffisantes pour un rapport signal à bruit supérieur à 15 dB.

NB : Lorsque l'hypothèse, h_{10} , est validée par l'algorithme, les parties réelle et imaginaire sont initialisées à partir des valeurs moyennes associées à la loi de probabilité conditionnelle de l'amplitude et de la phase du signal intercepté.

5. RÉSULTATS

Sur le plan pratique, on s'intéresse essentiellement à la déconvolution des premiers trajets interceptés, dans un environnement où le rapport signal sur bruit est très favorable. Le rapport entre la fréquence d'échantillonnage et la fréquence de la porteuse est de 10 environ.

Nous présentons en figure 1, l'estimation du nombre de trajets actifs telle qu'elle est réalisée par le module non-linéaire du filtre (détection des instants d'arrivée). Une estimation très précise de cet état est nécessaire afin de ne pas déstabiliser l'estimateur linéaire par un non-respect des commutations de modèles. Nous pouvons observer qu'à 20 dB, les fausses alarmes qui apparaissent en fin de séquence, alors que la détection est réalisée sur horizon temporel de 2 mesures, sont éliminées lorsque $h=3$.

Les réponses impulsionnelles simulées et estimées (atténuation, retard pour chacun des trajets) sont comparées sur la figure 2. L'erreur de reconstruction de l'amplitude est pour chacun des trajets inférieure à 1 pour cent. La précision sur l'instant d'arrivée est de l'ordre de $T/10$. Nous pouvons apprécier la rapidité de convergence de la méthode, rapidité nécessaire si l'on veut séparer effectivement les premiers trajets sans autre connaissance que le type de loi de modulation (linéaire) utilisé.

6. CONCLUSIONS

Cet article présente une méthode originale de séparation de trajets multiples en interception sonar TBF lorsqu'un modèle de modulation de l'onde transmise est connu. Elle introduit un éclairage nouveau sur le caractère fondamental de la détection non-linéaire des commutations de modèles dans le problème de déconvolution, celles-ci correspondent à l'arrivée et à l'extinction des ondes sur le senseur.

L'estimateur implémenté, tout en préservant l'optimalité des traitements, utilise au mieux les linéarités du problème à

résoudre. Le principe de l'hybridation optimale d'un estimateur linéaire (Kalman) et non-linéaire (méthode particulière) permet de résoudre en minimisant le coût algorithmique une classe très large de problème (déconvolution, navigation intégrée INS/GPS, traitement du Doppler d'une cible manœuvrante, ...).

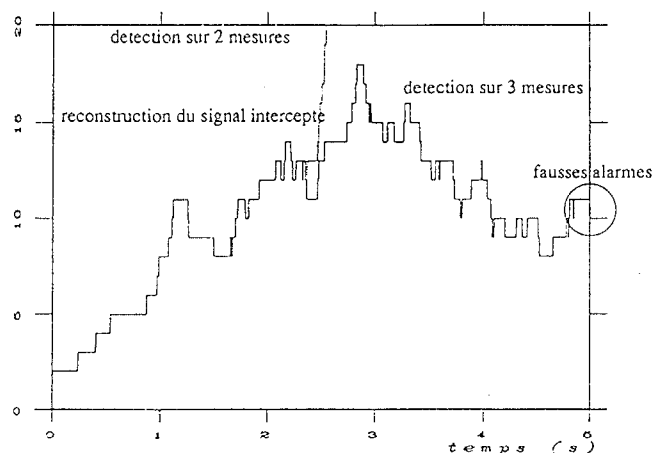


Figure 1 : comparaison à 20dB du nombre de trajets déconvolués actifs ($h = 2$ vs $h = 3$)

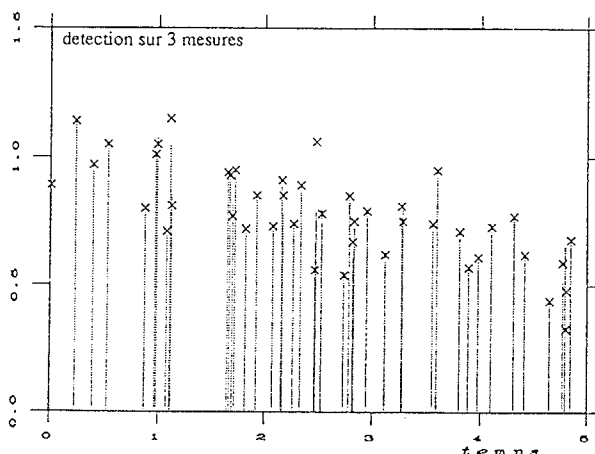


Figure 2 : comparaison des réponses impulsionnelles simulée et estimée (20dB)

RÉFÉRENCES

- [1] P. Del Moral, J.C. Noyer, G. Rigal, G. Salut, "Traitement non-linéaire du signal par réseau particulière", GRETSI 93.
- [2] G. Rigal "Filtrage non-linéaire, résolution particulière et applications au traitement du signal" Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1993.
- [3] P. Del Moral "Résolution particulière des problèmes d'optimisation et de filtrage non-linéaire" Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1994.
- [4] Rapport d'étude DIGILOG "Déconvolution de trajets multiples en interception SONAR" Contrat DCN/ING/SUD/LSM n° A 93 51 810.
- [5] P. Del Moral, J.C. Noyer, G. Rigal, G. Salut "Résolution particulière et traitement non-linéaire du signal : applications RADAR/SONAR" A paraître, revue Traitement du Signal, Septembre 1995.
- [6] Y. Goussard, G. Demoment, "Détection/estimation récursive rapide de séquences Bernoulli-gaussiennes". Traitement du Signal, Vol. 14, n°5, 1987.