

**ANALYSE TEMPS-FREQUENCE ET DETECTION DE L'ÉCAILLAGE D'ENGRENAGE DE BOITES DE VITESSES**

**Harald OEHLMANN, David BRIE, Vincent BEGOTTO, Marc TOMCZAK**

Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CNRS URA 821)  
 Université Henri Poincaré Nancy 1, B.P. 239, 54506 Vandœuvre Cedex  
 Tel : (33) 83 91 20 69, Fax : (33) 83 91 20 30, E-Mail : Oehlmann@cran.u-nancy.fr

**RESUME**

Dans cet article, une méthode d'analyse TF est présentée et appliquée aux signaux vibratoires d'une boîte de vitesses. Une étude comparative permet alors de montrer que l'écaillage d'engrenage se caractérise par l'apparition de chirps linéaires. Une interprétation du signal est également proposée. On exploite alors certaines propriétés du noyau pour construire un détecteur sensible aux chirps et robuste aux modulations d'amplitude.

**1. INTRODUCTION**

Les représentations temps-fréquence (TF) qui ont déjà trouvé d'intéressantes applications dans les domaines de la physique et de l'ingénierie sont aussi bien adaptées à l'analyse de signaux vibratoires mécaniques [1-4]. Dans ce contexte, l'utilisation d'une représentation TF, qui fournit une répartition conjointe de l'énergie, doit permettre une nouvelle analyse des phénomènes transitoires liés à l'engrènement d'une dent écaillée dans une boîte de vitesses.

Dans cette communication, une méthode d'analyse TF est présentée et appliquée aux signaux vibratoires enregistrés sur le carter. Le signal vibratoire associé à l'engrènement de la dent écaillée se décompose dans le plan TF en deux types de phénomènes : des modulations d'amplitudes et des chirps linéaires. Le point remarquable de ce résultat est que les chirps ont des directions constantes et indépendantes du rapport engagé, ce qui se traduit par une invariance des directions des auto-termes de la fonction d'ambiguïté. Sur la base de cette propriété, une méthode pour la détection des chirps linéaires est proposée.

**2. LE SIGNAL VIBRATOIRE**

Le signal est enregistré sur une boîte de vitesses de voiture sur banc d'essai, entraîné par un moteur asynchrone avec une vitesse de rotation de 4500tpm. Un second moteur produit un couple de freinage de 80Nm. Les accéléromètres utilisés sont de type piézo-électrique et sont fixés sur le carter. Douze positions ont été sélectionnées. Lors des essais, on enregistre également un signal de vitesse fourni par un générateur d'impulsions (60 impulsions par tour d'arbre primaire). Les signaux sont échantillonnés avec une fréquence fixe égale à 28kHz.

Une boîte de vitesses est une structure mécanique complexe qui se compose principalement de deux arbres sur lesquels se trouvent les pignons des différents rapports. Les pignons moteurs sont solidaires de l'arbre moteur tandis que les pignons de l'arbre récepteur peuvent être rendus solidaires ou non de l'arbre. Les arbres reposent sur des paliers à roulements et l'ensemble se trouve dans un carter destiné à contenir les fluides de lubrification. En sortie de l'arbre secondaire se situe un second engrènement destiné à transmettre le mouvement au pont différentiel. Les pignons utilisés sont hélicoïdaux et ont tous un rapport de conduite environ égal à 3. Le signal vibratoire enregistré sur le carter est caractéristique de la réponse de la

**ABSTRACT**

In this paper, a TF analysing method is proposed and applied to gearbox vibration signals. It is shown by a comparative study that linear chirps appear with crack meshing. A signal interpretation is also proposed. Some special kernel properties leads us to a detector sensitive for chirps but robust for amplitude modulation.

structure mécanique à un ensemble de forces qui ont pour origines principales, les engrenages et les roulements d'une part, et la circulation des fluides de lubrification d'autre part.

La figure 1 montre un exemple de signal. La vitesse engagée est la première, de rapport de démultiplication 12/41. Un petit écaillage se trouve sur le pignon de l'arbre secondaire. Pour extraire uniquement le signal de vibration de l'arbre secondaire, un moyennage synchrone (à l'arbre secondaire) de 33 segments est effectué. Après cette opération, l'écaillage peut être bien localisé. Remarquons que le signal est non-stationnaire dans la zone du transitoire dû à l'écaillage.

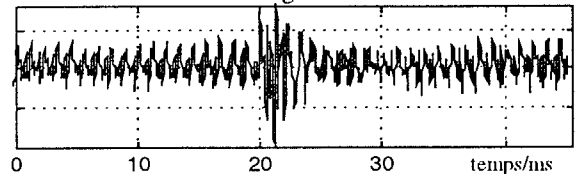


figure 1 : signal de vibration (41 dents)

**3. ANALYSE TF DES SIGNAUX VIBRATOIRES [3]**

**3.1 Choix d'une représentation temps-fréquence**

Considérant l'énergie du signal, on souhaite obtenir sa localisation en temps et en fréquence, c'est à dire sa représentation TF. Cette approche semble bien adaptée aux signaux vibratoires de boîtes de vitesses : les écaillages causent une augmentation brusque de l'énergie du système qui s'exprime par une augmentation d'amplitude et de fréquence des vibrations. La classe de Cohen fournit une approche pour l'obtention de ces représentations [5] : La représentation TF  $P_{(t,f)}$  du signal  $s_{(t)}$  est la transformée de Fourier bidimensionnelle de la fonction d'ambiguïté  $A_{(\tau,\theta)}$  du signal pondérée par une fonction appelée le noyau  $\Phi_{(\tau,\theta)}$  :

$$P_{(t,f)} = FT^{2D} \{ \Phi_{(\tau,\theta)} A_{(\tau,\theta)} \}.$$

La fonction d'ambiguïté effectuée une comparaison du signal avec lui-même après décalage en temps et en fréquence :

$$A_{(\tau,\theta)} = \int_{t=-\infty}^{\infty} s_{(t+\frac{\tau}{2})} s_{(t-\frac{\tau}{2})}^* e^{j\theta t} dt.$$

En supposant un signal multi-composant, la fonction d'ambiguïté se décompose en "auto-termes", qui traduisent la corrélation temporelle et fréquentielle entre un composant et lui-



même (transformée mono-composant), et d' "inter-termes", résultant de la corrélation entre deux composants différents. Les termes d'interférence introduisent des artefacts dans la représentation TF, qui complique notablement son interprétation physique. Ces termes d'interférence peuvent être diminués par un choix adéquat du noyau.

Parmi les méthodes proposées qui utilisent ces techniques [5], l'évaluation d'un noyau optimal [6] semble l'approche la plus intéressante : le noyau optimal dépend du signal représenté par sa fonction d'ambiguïté. Il est défini comme celui qui couvre le maximum d'énergie de la fonction d'ambiguïté avec une caractéristique strictement passe-bas et un volume de noyau constant, c'est à dire :

$$\max_{\Phi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |A_{(\tau,\theta)} \Phi_{(\tau,\theta)}|^2 d\theta d\tau$$

avec les contraintes :  $\Phi_{(0,0)} = 1$ ,  $\Phi_{(\tau,\theta)}$  décroît radialement (passe bas) et le volume du noyau optimal est inférieur à un volume donné  $\alpha$ .

Les représentations TF ainsi obtenues ont une bonne résolution temporelle et fréquentielle, indépendante de l'orientation des composants dans le plan TF, avec des artefacts fortement réduits. Ces propriétés facilitent l'interprétation physique de la représentation TF.

Pour appliquer cette méthode, le volume du noyau  $\alpha$  doit être choisi a priori. Des essais successifs ont montré, qu'une valeur fixe de  $\alpha$  égal à 0.5% de la surface maximale du plan d'ambiguïté donnait de bons résultats. Même si la représentation TF dépend fortement du volume, les structures principales sont toujours bien mises en évidence sur un intervalle raisonnable.

### 3.2 Sélection et analyse des principales structures

L'interprétation des représentations TF nécessite en premier lieu la sélection des structures les plus énergétiques. Dans le cas des signaux vibratoires de boîtes de vitesses, les principaux phénomènes liés à l'engrènement de la dent écaillée sont de deux types. Le premier correspond à une modulation de l'amplitude sur les fréquences (fondamentale + harmoniques) liées aux deux engrenages. Le deuxième type correspond aux composantes dont la fréquence varie linéairement au cours du temps.

### 3.3 Synthèse d'un modèle temporel et validation

Dans le but de valider l'analyse précédente et notamment, de montrer que les principales structures sont effectivement présentes dans le signal, nous proposons de synthétiser un modèle temporel du signal d'écaillage. La comparaison d'une part, de ce signal avec le signal réel et d'autre part, de leurs représentations TF respectives fournit des indications quant à la qualité de l'analyse.

La synthèse d'un signal à partir de sa représentation TF est un problème délicat et nous avons utilisé une approche simplifiée utilisant la loi de la fréquence instantanée. Chaque composante est représentée par un chirp linéaire d'amplitude variable correspondant au signal temporel

$$c_{(t)} = A_{(t)} \cos\left(2\pi \left( \underbrace{f_0 + \frac{\Delta f}{2} t}_{f_0 \text{ linéaire}} \right) t + \phi_0 \right).$$

Cette approche nous a permis de vérifier la présence de chirps dans les signaux vibratoires correspondant aux pignons défectueux.

## 4. ETUDE COMPARATIVE ET INTERPRÉTATION

### 4.1 Influence du rapport engagé

Pour des raisons de place, seules les représentations TF des rapports 1 à 3 (figures 4-7) sont présentées. Le lecteur intéressé peut se référer à [4] pour une présentation plus complète des résultats.

Les signaux transitoires correspondant à l'engrènement de la dent écaillée se manifestent approximativement sur une durée

constante égale à 4ms et ceci indépendamment du rapport engagé. Les représentations TF ont des caractéristiques similaires dans le sens où les motifs correspondants aux défauts se décomposent en deux types de phénomènes :

Le premier correspond aux modulations d'amplitude sur les fréquences (fondamentale + harmoniques) liées aux deux engrenages et peut mécaniquement s'interpréter comme résultant des variations instantanées de charges.

Le deuxième type se traduit par des composantes dont la fréquence varie au cours du temps. Nous avons pu vérifier que ces variations de fréquence étaient toutes approximativement linéaires.

En général, il apparaît des chirps de pentes positive et négative, dont les pentes sont constantes. La plage fréquentielle qu'ils occupent est la même.

Dans le cas du rapport 4, le chirp est moins visible et occupe donc une plage fréquentielle plus limitée. Ceci complique l'analyse de ce signal.

Enfin, le rapport 5 a aussi une représentation TF composé des deux formes précédentes. Cependant les pentes de chirps sont différentes.

### 4.2 Influence de la position du capteur

Un simple examen des résultats obtenus pour deux positions différentes correspondant au même défaut sur le rapport de deuxième (figure 5, 7), montre clairement que les représentations TF peuvent être fortement modifiées en fonction de la position du capteur. Cependant, un examen plus détaillé permet d'observer que les différentes structures sont présentes dans les deux cas et que la position du capteur influe seulement sur l'amplitude de ces structures.

### 4.3 Interprétation

Nous n'avons, à l'heure actuelle pas d'interprétation mécanique satisfaisante pour expliquer l'apparition des chirps. Cependant, la durée pratiquement constante des signaux et leurs caractéristique similaires nous permettent de déduire que le signal vibratoire n'est pas directement lié à l'engrènement d'une dent écaillée mais correspond à la réponse de la structure mécanique à un ensemble de chocs caractéristique de la géométrie de l'écaillage (2 chocs principaux dans le cas du rapport de troisième). Cette réponse présente des composantes de type chirp linéaire. Or, un système mécanique linéaire de type {masse, amortisseur, ressort} dont l'énergie augmente voit seule son amplitude varier mais pas sa fréquence propre, ce qui se traduit dans le plan TF, par l'apparition de fréquences pures modulées en amplitude. Le modèle linéaire n'est donc pas adapté au processus de relaxation à variation linéaire de fréquence. L'interprétation que nous proposons est la suivante :

La boîte de vitesses peut se décomposer en deux parties distinctes. La première partie regroupe tous les éléments mobiles et susceptibles de se déformer. La deuxième est constituée du carter. Les forces transitoires engendrées par le défaut excitent la partie mobile. Cette partie étant non-linéaire et/ou à paramètres variant dans le temps, il en résulte des vibrations présentant des variations de fréquence et d'amplitude. Cette excitation est transmise au capteur par l'intermédiaire du carter qui lui est un système linéaire mais dont la fonction de transfert dépend de la position[4].

## 5. DETECTION DES DÉFAUTS D'ÉCAILLAGE

L'étape d'analyse précédente a fourni un modèle du signal vibratoire correspondant à l'engrènement d'une dent écaillée. Elle permet donc de poser le problème de la détection sous la forme du test d'hypothèses suivant :

$$H_0: s_{(t)} = f_{(t)} + e_{(t)}$$

contre

$$H_1: s_{(t)} = f_{(t)} + c_{(t)} + e_{(t)}$$

avec :  $f_{(t)} = \sum_k A_{k(t)} \cos(2\pi f_{0k}t + \varphi_{0k})$   
 $c_{(t)} = \sum_k A_{k(t)} \cos(2\pi(f_{0k} + \frac{\Delta f_k}{2}t) + \varphi_{0k})$   
 $e_{(t)}$  est un bruit additif.

Les connaissances que l'on a du signal sont les suivantes :  
 Sous l'hypothèse  $H_0$  le signal vibratoire est composée d'une somme de sinusoides modulées en amplitude et en phase. Les lois de modulation présentent dans le cas d'un engrenage sain des variations lentes caractéristiques de la géométrie des dents et du pignon. Dans [7], une approche pour la détection séquentielle des écaillages est présentée. Elle repose sur un test des résidus fournis par un algorithme adaptatif de démodulation d'amplitude et de phases et permet de détecter les changements brusques dans les lois d'amplitudes et/ou de phases. Selon la classification de [6], c'est une approche un modèle au sens où le modèle du signal d'écaillage n'est pas exploité.

Sous l'hypothèse  $H_1$ , nous avons pu établir que dans le signal vibratoire, apparaissent des chirps linéaires de pentes  $\Delta f = \pm 1078 \frac{Hz}{ms}$  et de longueurs approximatives de 4ms. En revanche les lois d'amplitude de ces chirps sont mal connues de même que les phases initiales. L'objectif que nous nous fixons est la construction d'un détecteur apte à décider de l'occurrence d'un ou plusieurs chirps et ceci indépendamment de toutes variations sur la loi d'amplitude des fréquences pures.

**5.1 Définition des noyaux**

Dans le cas des chirps linéaires, le plan d'ambiguïté présente certaines propriétés. Notamment, il y a conservation des caractéristiques géométriques des structures (orientations, longueurs) dans les auto-termes de la fonction d'ambiguïté. De plus, ces mêmes auto-termes sont invariants par rapport à la position TF des structures (figure 2).

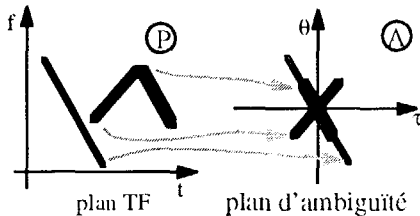


figure 2 : propriétés de la fonction d'ambiguïté

En revanche, la méconnaissance des lois d'amplitude des chirps ne nous permet pas de caractériser le signal vibratoire directement par l'intermédiaire de la fonction d'ambiguïté. Cependant, compte tenu des résultats de l'analyse TF, on peut définir deux noyaux  $\Phi_0$  et  $\Phi_1$  adaptés aux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  (figure 3). L'intérêt d'une telle approche est de fournir, pour toutes les vitesses et toutes les positions de capteurs une caractérisation unique des signaux vibratoires avec et sans défaut.

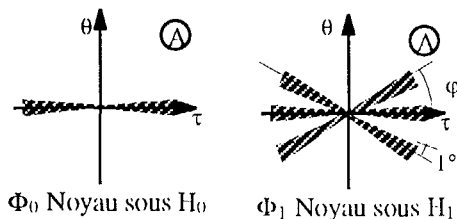


figure 3 : noyaux correspondants aux différentes hypothèses

Replacé hors du contexte de l'application traitée, on peut envisager différentes approches pour l'obtention des noyaux correspondants aux différentes hypothèses. Ainsi, on peut facilement imaginer que le noyau  $\Phi_0$  soit obtenu par apprentissage tandis que le noyau  $\Phi_1$  correspondrait au noyau optimal de [6]. Ce point est actuellement à l'étude.

**5.2 Approche proposée**

Soit  $E_{(\Phi)}$  la grandeur définie par :

$$E_{(\Phi)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |A_{(\tau,\theta)} \Phi_{(\tau,\theta)}|^2 d\tau d\theta$$

Dans le cas où le signal vibratoire satisfait l'hypothèse  $H_0$ , on a  $E_{(\Phi_1)} \approx E_{(\Phi_0)}$  ce qui, en d'autres termes, signifie que la plus grande partie de l'énergie du signal est contenue dans les fréquences pures. En revanche, sous l'hypothèse  $H_1$ , on a  $E_{(\Phi_1)} > E_{(\Phi_0)}$  ce qui est naturel puisqu'une partie de l'énergie du signal correspond aux chirps et qu'elle ne peut être prise en compte que par l'intermédiaire du noyau  $\Phi_1$  correspondant à  $H_1$ . On peut alors construire le détecteur suivant :

$$L = \ln \frac{E_{(\Phi_1)}}{E_{(\Phi_0)}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \lambda$$

où  $\lambda$  est un seuil choisi de manière à optimiser les performances du détecteur. Ce détecteur peut être lié à l'information de Rényi d'ordre 2. En effet l'information de Rényi d'ordre  $\alpha$  s'écrit [9]:

$$R_{\alpha(\Phi)} = \frac{1}{1-\alpha} \log_2 \left( \iint P_{\Phi(t,f)}^\alpha dt df \right)$$

Dans le cas  $\alpha=2$ , et compte tenu du théorème de Parseval, on obtient :

$$R_{2(\Phi)} = -\log_2 \left( \iint |A_{(\tau,\theta)} \Phi_{(\tau,\theta)}|^2 d\tau d\theta \right).$$

À un facteur multiplicatif près, le détecteur correspond à la différence des informations de Rényi calculées respectivement avec les noyaux  $\Phi_0$  et  $\Phi_1$  :

$$L = \frac{1}{\ln(2)} (R_{2(\Phi_0)} - R_{2(\Phi_1)})$$

**5.3 Résultats**

Les grandeurs  $E_{(\Phi_0)}$  et  $E_{(\Phi_1)}$  sont obtenues à partir de la fonction d'ambiguïté calculée sur une fenêtre glissante de longueur fixe et égale à 4ms (i.e. la durée du défaut). Deux résultats intéressants sont montrés. La figure 8 correspond à un cas, où les modulations d'amplitude sont minimales. La robustesse du détecteur aux modulations d'amplitude et sa bonne sensibilité aux variations de fréquence est mise en évidence dans la figure 9. L'énergie couverte par la fonction d'ambiguïté suivant une direction donnée fournit une bonne indication quant à la présence d'un chirp linéaire et donc d'un défaut au sein de la boîte de vitesses, ceci malgré une caractérisation incomplète des signaux vibratoires. Un point remarquable de la méthode proposée est son bon fonctionnement pour les différentes vitesses et ceci en dépit de l'utilisation d'un noyau  $\Phi_1$  unique. A ce titre, les résultats fournis par le détecteur permettent une validation supplémentaire du modèle proposé.

**6. CONCLUSION**

L'analyse TF du signal vibratoire permet de montrer que l'écaillage d'engrenage se caractérise par l'apparition de chirps linéaires de pentes et durées approximativement égales. Ils sont représentatifs de la réponse de la structure aux chocs engendré par l'écaillage. On exploite alors les propriétés du noyau pour construire un détecteur sensible aux chirps et robuste aux modulations d'amplitude.

**REFERENCES**

[1] B. D. Forrester : "Analysis of gear vibration in the time-frequency domain". Proceedings of the 44th Meeting of the Mechanical Failures Prevention Group of the Vibration Institute, Virginia Beach, Virginia, 3-5. April 1990, pp. 225-234.  
 [2] W. J. Wang, P. D. McFadden : "Early detection of gear failure by vibration analysis - I. Calculation of the time-frequency distribution", Mechanical Systems and Signal Processing 7(3), 1993, pp. 193-203  
 [3] H. Oehlmann, D. Brie, V. Begotto, M. Tomczak : "Examination of gearbox cracks using time-frequency distributions", Proc. of Int. Conf. on Acoust. Speech and Signal Proc., Detroit, 8-15.5.95, pp. 925-928



- [4] H. Oehlmann, D. Brie, V. Begotto, M. Tomczak : "Analyse temps-fréquence de l'écaillage d'engrenage de boîtes de vitesses", 2ème conf. int. Méthodes de surveillance et techniques de diagnostic acoustiques et vibroaires, Clamart, 10-12.10.95
- [5] L. Cohen : "Time-frequency analysis", Prentice-Hall, 1995, ISBN 0-13-594532-1
- [6] R. G. Baraniuk, D. L. Jones : "A signal-dependent time-frequency representation : optimal kernel design", IEEE Trans. on Signal Proc., Vol. 41, No. 4, 1993, pp. 1595-1602.
- [7] J. M. Lebel, D. Brie, V. Begotto, M. Tomczak : "Détection de défauts d'engrenages par démodulation simultanée d'amplitude et de phase", 2ème conf. int. Méthodes de surveillance et techniques de diagnostic acoustiques et vibroaires, Clamart, 10-12.10.95
- [8] M. Basseville, I. V. Nikiforov : "Detection of abrupt changes", Prentice-Hall, 1993, ISBN 0-13-126780-9
- [9] R. Baraniuk, P. Flandrin, O. Michel : "Information and complexity on the time-frequency plane", 14ème colloque GRETSI, Juan-les-Pins, 13-16.9.93, pp. 359-362

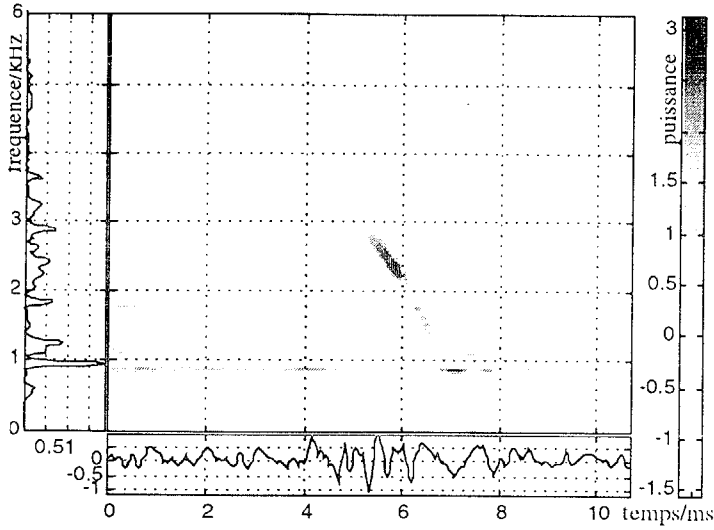


figure 4 : représentation TF, 1er vitesse, 1er capteur

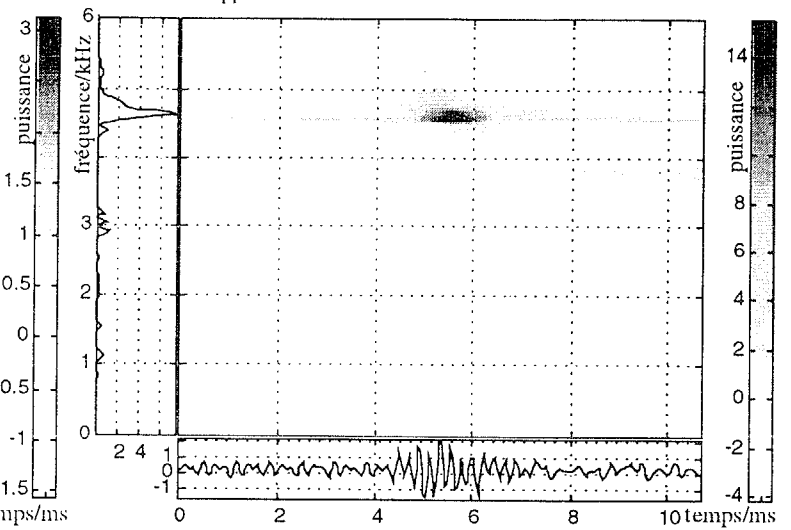


figure 5 : représentation TF, 2ème vitesse, 1er capteur

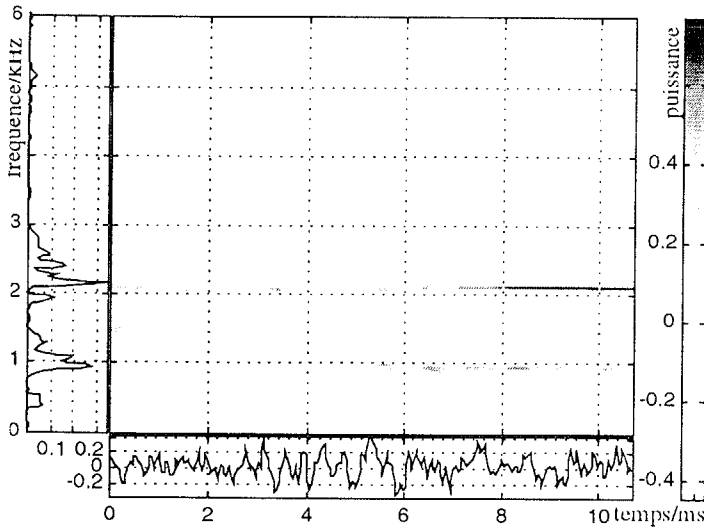


figure 6 : représentation TF, 3ème vitesse, 5ème capteur

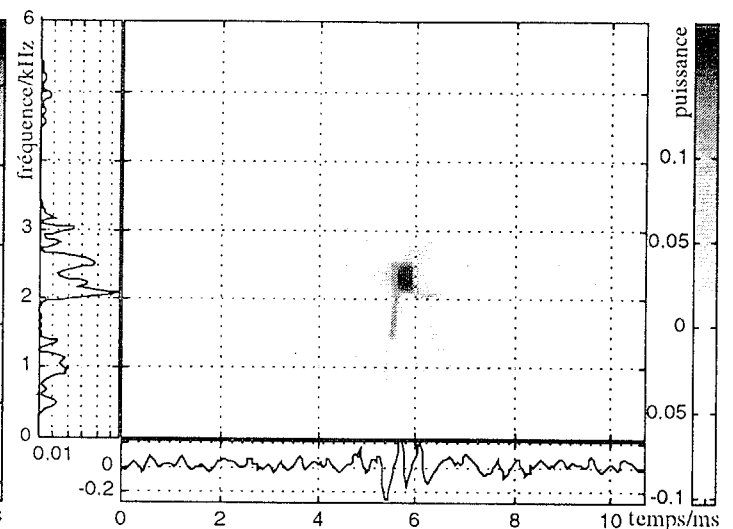


figure 7 : représentation TF, 2ème vitesse, 6ème capteur

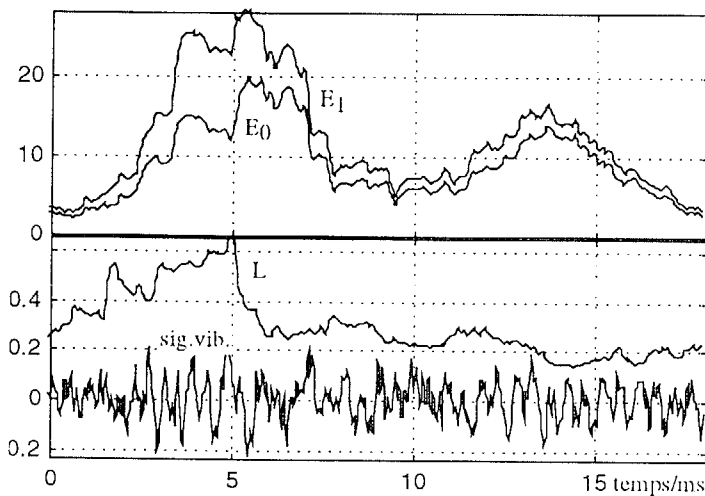


figure 8 : 3ème vitesse, 5ème capteur  
haut :  $E_{(\phi_0)}$  et  $E_{(\phi_1)}$  sur un tour d'arbre  
bas : Courbe de détection L et signal vibratoire

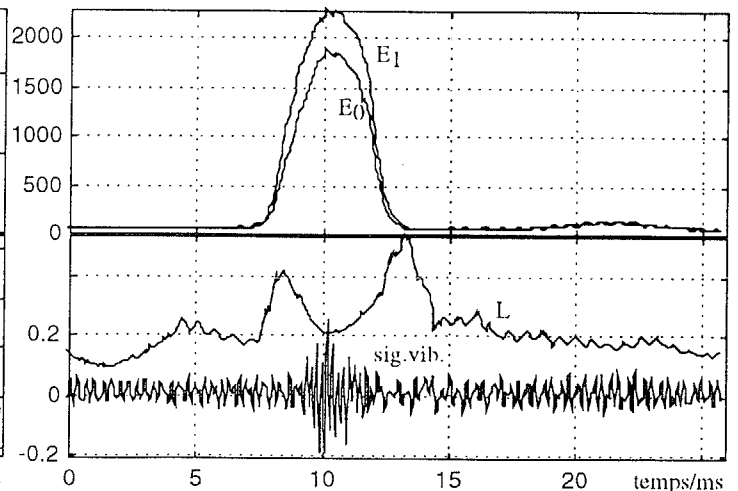


figure 9 : 2ème vitesse, 1er capteur  
haut :  $E_{(\phi_0)}$  et  $E_{(\phi_1)}$  sur un tour d'arbre  
bas : Courbe de détection L et signal vibratoire