

**DEMULPLEXAGE MULTIPORTEUSES DANS LE DOMAINE FREQUENTIEL**

Ivar MORTENSEN<sup>(1)</sup>, Marie-Laure BOUCHERET<sup>(1)</sup>,  
Henri FAVARO<sup>(2)</sup>, Eric BELIS<sup>(2)</sup>

(1) Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications (TELECOM Paris), site de Toulouse, 10 avenue E Belin, 31028 Toulouse Cedex  
E-mail : bouchere@enst-tlse.fr, tel: (33) 62 17 29 87, mortense@enst-tlse.fr, tel : (33) 62 17 29 83

(2) ALCATEL ESPACE, 26 av. J.F. Champollion, 31037 Toulouse Cedex, 61 19 54 97

**RESUME**

Le filtrage par convolution rapide est une technique bien maîtrisée. L'objet de cet article est de montrer son utilisation dans l'étude des bancs de filtres. L'opération de filtrage-décimation est analysée afin de réduire le nombre de points des transformées de Fourier discrètes inverses et une nouvelle méthode d'optimisation de filtres permettant de limiter le nombre de coefficients fréquentiels est proposée.

**ABSTRACT**

Filtering by fast convolution is a well known technique. The goal of this article is to apply the technique to filterbanks. The operation of filtering-decimation is analysed in order to limit the number of points of the inverse discrete Fourier transforms, and a new filter optimization method allowing the reduction of the number of frequency coefficients is proposed.

**INTRODUCTION :**

De nombreuses études ont montré l'intérêt de l'utilisation des bancs de filtres pour les charges utiles avec traitement à bord : sous-ensemble de démultiplexage des démodulateurs multiporteuses dans le cas de la régénération à bord, démultiplexeur transparent avec routage des porteuses pour les communications avec les mobiles par satellite. Des considérations au niveau système montrent que le démultiplexeur doit pouvoir traiter des canaux de largeurs différentes, et être reconfigurable afin de s'adapter à l'évolution des besoins. Seul un démultiplexeur numérique permet de satisfaire à ces besoins. La méthode qui offre le plus de flexibilité est la méthode par filtrage dans le domaine fréquentiel. Cette méthode est connue dans le cas d'un seul canal [BRI-74]. Le but de cette publication est d'étudier sa généralisation au cas multicanaux.

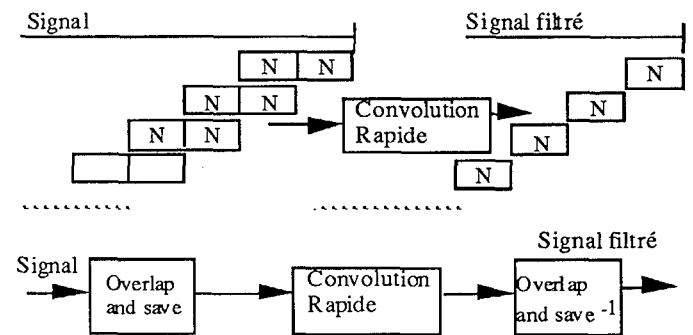


Figure 1.2: Convolution rapide avec "Overlap and Save"

**1. Rappel sur la convolution rapide par TFR-TFR<sup>-1</sup>.**

On montre que la convolution temporelle de  $x(n)$  (signal) par  $h(n)$  (réponse impulsionnelle du filtre) est équivalente à  $TFR^{-1}(H(f) TFR(x(n)))$  à condition de rajouter des circuits de recouvrement et sauvegarde ("overlap and save" ou OS en anglais) [BRI-74].

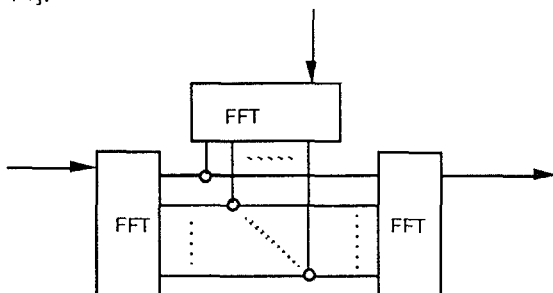


Figure 1.1 : convolution rapide

**2. Démultiplexage fréquentiel**

Dans le cas de plusieurs canaux, l'idée développée par différents auteurs consiste à utiliser pour chaque canal à démultiplexer un filtre qui présente, dans le domaine fréquentiel, un nombre fini de coefficients non nuls  $N$  (typiquement 16) sur  $M$  ( $M$  étant la taille de la TFR appliquée à  $x(n)$ ) [CAM-88][CAM-90]. Ceci permet de repasser dans le domaine temporel grâce à des TFR inverses de taille  $N \ll M$  (figure 2.1 pour 32 canaux occupant la même bande). Cette méthode approchée conduit à une complexité réduite des circuits, et a été proposée entre autres par les laboratoires COMSAT (USA).

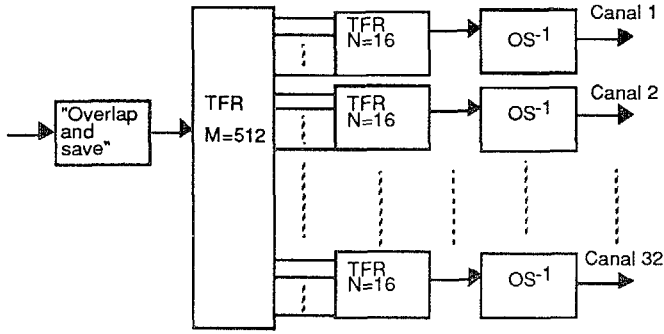


Figure 2.1: Démultiplexeur à 32 canaux

**2.1 Exemple**

Supposons que l'on veuille démultiplexer le canal n° 2 du multiplex fréquentiel ci dessous :

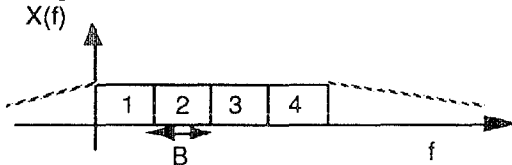


Figure 2.2: Multiplex fréquentiel

On effectue le traitement suivant (filtrage et décimation):

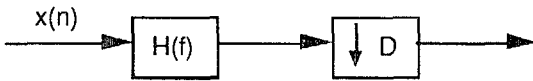


Figure 2.3

• *gabarit du filtre H(f):*

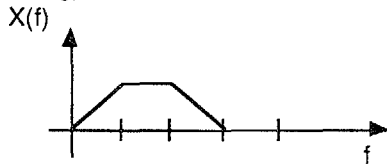


Figure 2.4: Le filtre H(f)

• *nombre de coefficients du filtre:*

Le nombre de points nécessaires pour réaliser un filtre RIF est approximé par :

$$L = \frac{2}{3} \text{Log} \left( \frac{1}{10\delta_p\delta_s} \right) \frac{F_c}{\Delta f} = \alpha \frac{F_c}{\Delta f}$$

où  $\Delta f$  est la bande de transition,  $\delta_p$  l'ondulation dans la bande, et  $\delta_s$  la réjection hors bande. Dans les cas pratiques,  $\alpha$  est compris entre 2 et 4. Prenons par exemple  $\alpha=2$ . Le filtre  $h(n)$  comporte  $L=2*(NB/B)=2N$  coefficients.

• *facteur de décimation D:*

La fréquence d'entrée  $F_c$  est égale à  $NB$  où  $N$  est le nombre de canaux (dans le cas de canaux identiques). La fréquence  $F_1$  de sortie minimale compte tenu des bandes de transition du filtre est égale à  $2B$ . On décime donc par un facteur  $D=N/2$ .

• *filtrage par convolution rapide:*

Avec un facteur d'overlap de 50% , on effectue la TFR par bloc de  $4N$  points. Le traitement à effectuer est le suivant pour  $N=8$ :

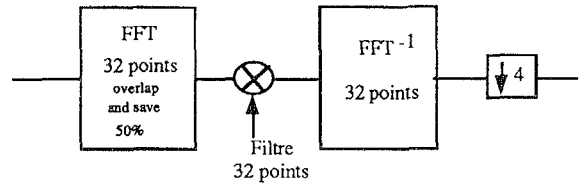


Figure 2.5

Ce traitement n'est pas optimal car on décime après avoir calculé la TFR<sup>-1</sup>.

**2.2. Simplification du traitement:**

Nous allons montrer qu'une TFR inverse sur  $M$  points suivie d'une décimation par  $D$  est équivalente à un certain prétraitement suivi d'une TFR inverse sur  $I$  points (avec  $M/D=I$ ).

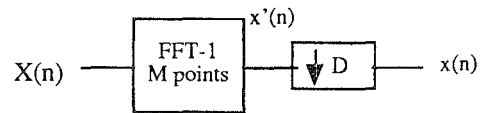


Figure 2.6

$$\text{On a : } x'(k) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} X(n) \exp\left(2j\pi \frac{nk}{M}\right)$$

$$\begin{aligned} x(k) &= x'(Dk) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} X(n) \exp\left(2j\pi \frac{nDk}{M}\right) \\ &= \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} X(n) \exp\left(2j\pi \frac{nk}{I}\right) \end{aligned}$$

On pose :  $n=Im+r \quad 0 \leq r \leq I-1$   
 $0 \leq m \leq D-1$

$$\begin{aligned} x(k) &= \frac{1}{D} \sum_{m=0}^{D-1} \frac{1}{I} \left\{ \sum_{r=0}^{I-1} X(mI+r) \exp\left(2j\pi \frac{kr}{I}\right) \right\} \\ &= \frac{1}{I} \sum_{r=0}^{I-1} \frac{1}{D} \left\{ \sum_{m=0}^{D-1} X(mI+r) \right\} \exp\left(2j\pi \frac{kr}{I}\right) \end{aligned}$$

On voit qu'il suffit de découper les  $X(n)$  en  $D$  blocs de  $I$  points, de les sommer et de faire la TFR inverse sur  $I$  points. Le prétraitement consiste donc à découper les  $M$  points à l'entrée de la TFR inverse en blocs de  $I$  et à les sommer (stacking). Ce traitement est l'équivalent des filtres polyphases dans le domaine temporel [BEL-87].

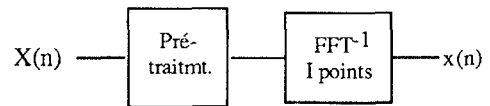


Figure 2.7

Le nombre de multiplications à effectuer reste cependant de  $M$  par bloc et par canal. On souhaiterait le réduire en modifiant la réponse fréquentielle du filtre.

Si l'on réduit le nombre de coefficients fréquentiels non nuls du filtre et qu'on en prend la TFR-inverse, on obtient un filtre de longueur  $8N$ . Il n'est donc pas possible de définir un facteur d'overlap. De plus, cette opération n'est pas invariante dans le temps : l'erreur peut être vue comme la sortie d'un filtre qui varie dans le temps avec comme période la longueur de la TFR.

**2.4. Une analyse par simulation d'un exemple numérique**

Prenons un exemple simple : le filtre carré en fréquence (c'est à dire des coefficients "un" dans la bande passante et des zéros ailleurs) Imaginons un multiplex fréquentiel de 32 canaux identiques de largeur B. On veut démultiplexer un canal par convolution rapide. On prend une TFR à l'entrée de 512 points et un facteur d "overlap" de 50%. Il y a donc 16 points dans chaque canal et pour démultiplexer un canal on prend les 16 points correspondants et on effectue une TFR<sup>-1</sup>.(Figure 2.1). On prend une bande de transition de B/4.Dans les résultats des simulations qui suivent la décimation n'a pas été représentée.La réponse fréquentielle de ce filtre est donnée figure 2.8. On remarque une réjection aux alentours de -22 dB.

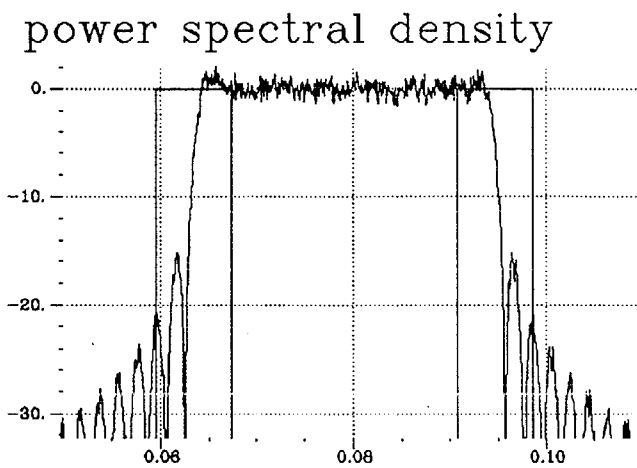


Figure 2.8

Afin de visualiser le bruit apporté par la méthode,, on met en entrée du filtre ci-dessus un bruit blanc, sauf dans la bande du signal utile (fig 2.9).La sortie du filtre est donnée figure 2.10.

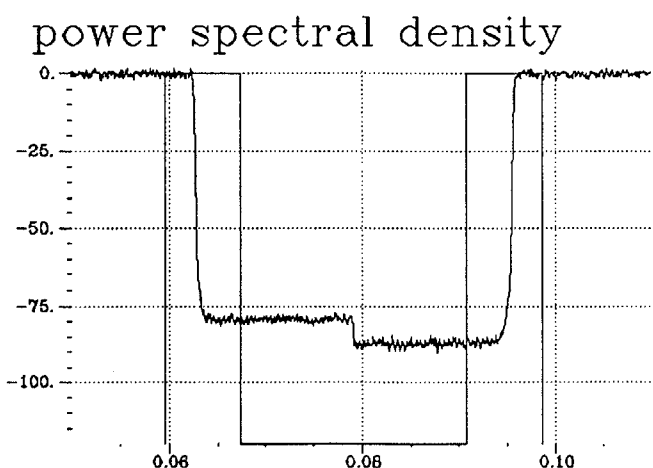


Figure 2.9

**power spectral density**

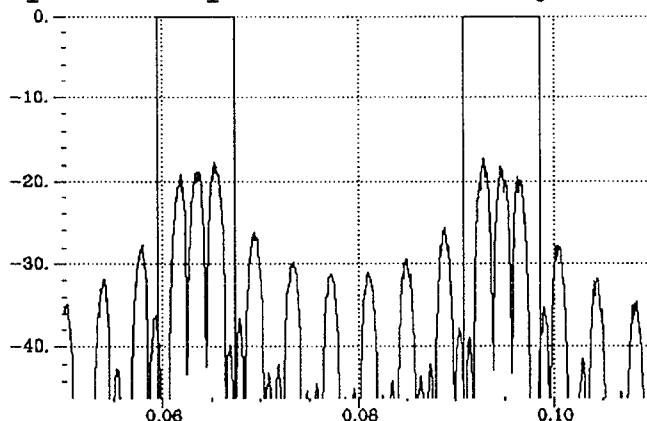


Figure 2.10

On remarque que du bruit a été ramené dans la bande passante. Dans le cas particulier d'un filtre carré en fréquence, ce bruit est du même ordre de grandeur que le bruit de décimation. (non représenté ici).

**3 Synthèse des filtres fréquentiels**

Les erreurs liées à la réduction du nombre de coefficients sont inévitables. Nous allons maintenant montrer qu'elle peuvent être minimisées.

**3.1 Optimisation des filtres.**

Une méthode d'optimisation des filtres fréquentiels avec des critères prenant en compte l'erreur introduite par la méthode a été développée à TELECOM Paris. Cette méthode optimise directement les coefficients fréquentiels en minimisant conjointement le bruit de décimation et l'énergie de l'erreur introduite dans la bande passante par la réduction du nombre de coefficients. La réponse en fréquence d'un tel filtre optimisé dans le cas de l'exemple précédent est donné fig 3.1 Ce filtre a 16 coefficients fréquentiels réels.

**power spectral density**

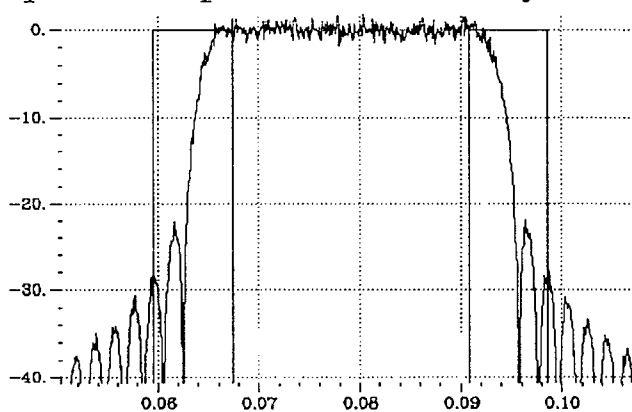


Figure 3.1

La réjection est maintenant de l'ordre de -30 dB. La méthode d'optimisation est entièrement flexible et s'applique à tous les gabarits de filtres. On peut également synthétiser des filtres ayant plus de coefficients que la TFR inverse. Dans la figure 3.2 est montré un exemple où on a optimisé sur 20 coefficients fréquentiels pour une TFR inverse de 16 points. On voit maintenant une réjection de 50 dB.

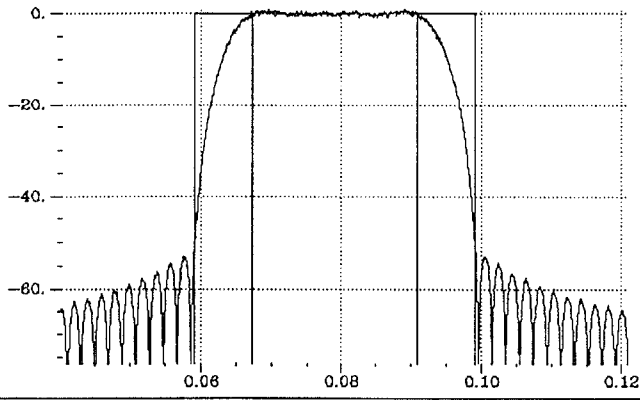


Figure 3.2

#### 4 Simulations

Nous allons traiter un exemple qui montre par simulation de taux d'erreur binaire, qu'il existe bien des cas où une optimisation du filtre fréquentiel est nécessaire et possible pour avoir un système acceptable. Supposons que l'on ait un multiplex de 8 canaux ayant chacun une bande allouée de  $B$  dont ils occupent seulement  $3/4 B$  et qui sont échantillonnés complexes à  $8B$ . On a choisi de sortir les canaux du démultiplexeur échantillonnés à  $2B$ , c'est à dire que l'on a une bande de transition pour chaque filtre de  $B$ . On construit un filtre avec le méthode de Remez qui va bien avec notre problème. Ce filtre a une réjection de  $-60\text{dB}$ . On ne conserve que les 16 coefficients fréquentiels centraux. Le gabarit de ce filtre (appelé filtre "1" par la suite) est montré dans la Figure 4.1.

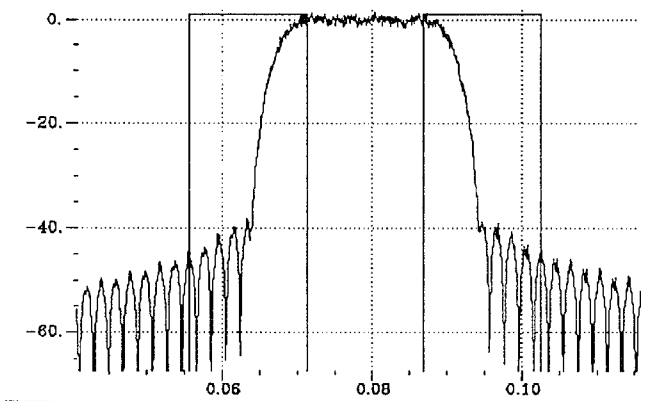


Figure 4.1

On a optimisé un filtre de 16 coefficients réels fréquentiels avec les mêmes spécifications que pour le filtre "1" en utilisant la méthode du paragraphe 3. On obtient un filtre (appelé filtre "2" par la suite) dont la réponse en fréquence est donnée figure 4.2.

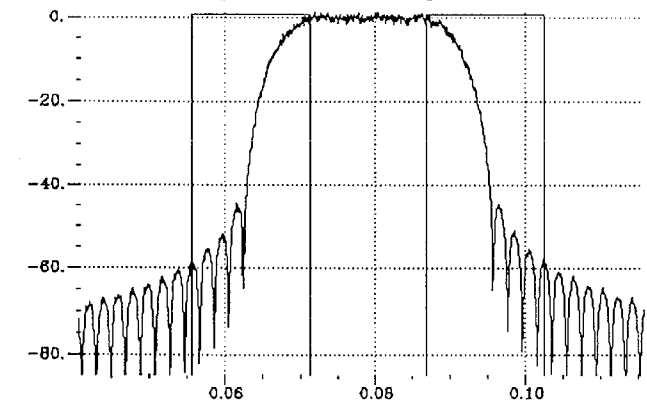


Figure 4.2

La réjection est maintenant de  $60\text{dB}$ .

Des simulations de taux d'erreurs binaires ont été effectuées en utilisant le logiciel COSSAP pour un multiplex fréquentiel de 8 porteuses modulées en MDP4. Le paramètre de simulation est le rapport entre la puissance de la porteuse que l'on souhaite extraire et les porteuses adjacentes. Les simulations ont été effectuées pour  $E_b/N_0=7\text{dB}$ . Les résultats sont donnés figure 4.3.

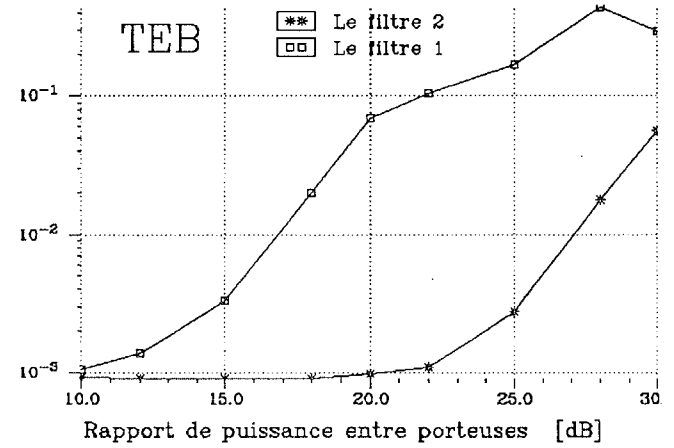


Figure 4.3

#### 5 Conclusion

Dans cet article nous avons montré des exemples d'utilisation de la convolution rapide dans les bancs de filtres reconfigurables. Une méthode d'optimisation permettant de limiter le nombre de coefficients fréquentiels des filtres a été présentée. La complexité de mise en oeuvre est ainsi réduite et rend la méthode attractive pour l'utilisation dans les récepteurs multiporteuses et les matrices de commutation transparentes.

**Remerciements :** Les auteurs tiennent à remercier Anne Magnier pour l'aide apportée à l'élaboration de cet article.

#### References:

[BRI-74]: BRIGHAM, E. O., *The Fast Fourier Transform* Prentice-Hall, inc., Englewood Cliffs, N. J., 1974.

[BEL-87]: BELLANGER, M., *Traitement Numérique du Signal: Théorie et Pratique*, Paris: Masson, 1987

[CAM-88] S.J. CAMPANELLA and S.SAYEGH, "A flexible on-board demultiplexer-/demodulator", Proc. 12th AIAA International Communication Satellite Systems Conf., Arlington, VA, U.S.A., March 1988, pp. 299 -303.

[CAM-90] S.J. CAMPANELLA, S.SAYEGH and M. ELAMIN "A study of on-board multicarrier digital demultiplexer for a multi-beam mobile satellite payload", Proc. 13th AIAA International Communication Satellite Systems Conf., Los Angeles, CA, U.S.A., March 1990, pp. 285-294.