

# Innovations partielles canoniques d'un mélange instantané

Serge Dégerine et Rajaa Malki

LMC-IMAG, UMR CNRS 5523, Domaine Universitaire, BP 53  
38041 Grenoble cedex 9, France

## RÉSUMÉ

Ce travail est consacré à l'étude des propriétés au second ordre, en termes d'autocorrélations partielles, d'un mélange instantané de sources colorées, sans bruit additif. Nous introduisons la notion d'innovations partielles canoniques récursives symétriques. Alors leurs composantes, pour le processus d'observation, coïncident avec celles du processus des sources, dès l'ordre pour lequel les modèles autorégressifs sous-jacents aux sources sont distincts. Cette propriété conduit à une nouvelle méthode de séparation basée sur la version empirique des matrices d'autocorrélation partielle associées à ces innovations. Des résultats de simulations montrent une amélioration notable des performances de cette approche par rapport à celles d'autres méthodes de même nature.

## ABSTRACT

This work is devoted to the study of second order properties, using partial autocorrelations, of an instantaneous mixture of coloured sources, without additive noise. We introduce the notion of symmetrical recursive canonical partial innovations. Then their components, for the observation process, meet exactly with those of the source process, from the order for which the autoregressive models underlying the sources are distinct. This property leads to a new separation method based on the sample counterpart of partial autocorrelation matrices associated with these innovations. Simulation results show a notable improvement of the achievements of such approach with respect to those of other similar methods.

## 1 Introduction

Les méthodes de séparation aveugle d'un mélange instantané de sources se sont surtout développées en exploitant l'indépendance des sources ([2, 3, 10, 11]) plutôt que leur corrélation temporelle ([1, 9, 13, 14]). Dans le premier cas on a recours aux moments d'ordre supérieur à deux, soit de façon directe soit par le biais de fonctions de contraste. Lorsqu'elles sont utilisables, les méthodes au second ordre sont évidemment plus simples et plus faciles à mettre en œuvre. Nous nous plaçons dans ce cadre en exploitant le concept d'innovation partielle judicieusement normalisée.

La notion d'autocorrélation partielle, très classique dans le cas scalaire (coefficient de réflexion), est beaucoup plus délicate dans le cas multivarié ([4, 5, 7, 8, 12]). Soient

$$\varepsilon(t; n) = \sum_{j=0}^n A(j; n)X(t-j), \quad A(0; n) = I, \quad (1)$$

l'erreur de prédiction linéaire progressive d'ordre  $n \geq 0$  d'un processus stationnaire vectoriel réel  $X(\cdot)$ , considérée à l'instant  $t$ , et  $\sigma^2(n) = E\{\varepsilon(t; n)\varepsilon(t; n)^T\}$  la matrice de covariance résiduelle correspondante. On leur associe l'innovation partielle normalisée,

$$\eta(t; n) = [\sigma^2(n)]^{-1/2}\varepsilon(t; n), \quad n \geq 0. \quad (2)$$

Alors la fonction d'autocorrélation partielle  $\beta(\cdot)$  est définie par  $\beta(0) = E\{X(t)X(t)^T\}$  et

$$\beta(n) = E\{\eta(t; n-1)\eta^*(t-n; n-1)^T\}, \quad n \geq 1, \quad (3)$$

où l'exposant \* sert à indiquer les quantités rétrogrades.

Toute la difficulté réside dans le choix de la racine carrée dans (2). On retient généralement la racine carrée triangulaire

issue de la décomposition de Cholesky ([7, 8, 12]). Une étude très complète de ce problème est donnée dans [4] et reprise dans [5] où sont également traitées les méthodes d'estimation. Les autocovariances  $R(n) = E\{X(t)X(t-n)^T\}$ ,  $n = 0, \dots, N$  sont en correspondance biunivoque avec  $\beta(n)$ ,  $n = 0, \dots, N$ .

On se place dans le cadre simple d'un mélange instantané non bruité,  $X(\cdot) = AS(\cdot)$ , où  $A$  est carrée régulière. Les sources sont mutuellement non corrélées et présentent des spectres normalisés différents. La structure au second ordre de  $X(\cdot)$  est invariante par inversion du temps. Cela nous conduit à introduire l'innovation partielle canonique récursive symétrique  $\eta(t; n)_c$ . Soit alors  $p$  le plus petit entier  $k$  pour lequel les modèles  $AR(k)$  sous-jacents aux sources sont distincts. On montre que les innovations partielles d'ordre  $n \geq p$  de  $X(\cdot)$  coïncident, au signe près, avec celles de  $S(\cdot)$  :  $\eta(t; n)_c = \varepsilon\eta_S(t; n)_c$  où  $\varepsilon$ , appelé signe, est une matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont égaux à  $\pm 1$ . Cette propriété n'est généralement pas satisfaite par les autres formes d'autocorrélation partielle.

L'idée est d'exploiter cette paramétrisation particulière pour l'estimation de  $A$ . Sur le plan empirique, les estimateurs  $\hat{\beta}(n)_c$ ,  $n = 0, 1, \dots$  sont des matrices symétriques spécifiques qui ne sont pas équivalentes à l'utilisation habituelle des autocovariances empiriques

$$\hat{R}(n) = \frac{1}{T} \sum_{t=n+1}^T X(t)X(t-n)^T, \quad n = 0, 1, \dots$$

L'estimation de  $A$  obtenue au vu de  $\hat{\beta}(0)_c$  et  $\hat{\beta}(1)_c$  est proche de celle donnée par *AMUSE* ([14]) basée sur  $\hat{R}(0)$  et  $\hat{R}(1)$ . La méthode *SOBI*, en utilisant plusieurs matrices  $\hat{R}(n)$ , est préférable ([1]). On constate que  $\hat{\beta}(n)_c$  ne dépend plus de  $A$  pour  $n \geq 2$ . Par contre ces matrices permettent

d'améliorer l'estimation obtenue avec  $\widehat{\beta}(0)_c$  et  $\widehat{\beta}(1)_c$ . Les simulations montrent que l'on peut augmenter sensiblement les performances de *SOBI*.

Nous renvoyons le lecteur à [6] pour une présentation plus complète de ce travail.

## 2 Innovations partielles

Nous précisons tout d'abord les hypothèses du modèle de mélange et le choix adopté dans le problème d'indétermination. Nous introduisons ensuite la forme d'autocorrélation partielle adaptée à cette situation. Nous présentons alors le résultat principal liant les innovations partielles du processus d'observation à celles des sources.

### 2.1 Les hypothèses du modèle de mélange

On considère un mélange instantané de sources colorées non singulières et sans bruit additif,  $X(\cdot) = AS(\cdot)$ . La matrice  $A$  est réelle carrée régulière d'ordre  $m$ . Les signaux sources, composantes de  $S(\cdot)$ , sont des processus réels centrés, stationnaires au second ordre, réguliers, non corrélés entre eux. L'objectif est de reconstituer les sources, sous la forme  $S(\cdot) = A^{-1}X(\cdot)$ , en utilisant uniquement la structure au second ordre de  $X(\cdot)$ .

Soient  $D$  une matrice diagonale régulière à éléments positifs,  $\varepsilon$ , une matrice signe, et  $\Pi$  une matrice de permutation. La relation  $AS(\cdot) = (AD\varepsilon\Pi)[\Pi^T\varepsilon D^{-1}S(\cdot)]$  montre les indéterminations du problème. Nous normalisons les sources,  $E\{S(t)S(t)^T\} = I$ , pour nous abstraire du facteur d'échelle  $D$ . Il est cependant nécessaire, pour l'étude par simulation, de fixer la matrice  $A$ . Pour le signe, la première composante non nulle des vecteurs colonnes de  $A$  est choisie positive. Il suffit ensuite de ranger ces vecteurs selon l'ordre décroissant de la première composante, puis successivement des suivantes en cas d'égalité.

Le second point important est celui de l'identifiabilité de  $A$  au second ordre. Une condition nécessaire et suffisante pour qu'il en soit ainsi, est que les spectres normalisés des sources soient distincts ([1, 9, 13, 14]). L'aspect nécessaire est évident puisque la fonction d'autocovariance matricielle d'un processus constitué de deux sources, ayant des spectres identiques, est invariante par transformation orthogonale. Cette invariance se retrouve sur la fonction d'autocovariance  $R_S(n) = E\{S(t)S(t-n)^T\}$ ,  $n \geq 0$ , associée à l'ensemble des sources  $S(\cdot)$  et par suite sur celle de  $X(\cdot)$  puisqu'elle vérifie  $R(n) = AR_S(n)A^T$ ,  $n \geq 0$ . La condition suffisante est obtenue différemment selon le procédé d'identification envisagé. Elle sera donnée ici par le Corollaire 1.

### 2.2 Fonction d'autocorrélation partielle

La structure au second ordre de  $X(\cdot)$  est usuellement paramétrisée par sa fonction d'autocovariance  $R(\cdot)$ . La spécificité du mélange instantané est que cette fonction est diagonalisable au sens où les matrices  $R_S(\cdot) = A^{-T}R(\cdot)A^{-1}$  sont diagonales. Cette propriété est à la base des méthodes au second ordre ([1, 9, 14]). En particulier les matrices  $R(n)$ ,  $n \geq 0$ , sont

symétriques, ce qui équivaut à l'invariance de la structure au second ordre de  $X(\cdot)$  par retournement du temps ; on dit que  $X(\cdot)$  est réversible.

Une conséquence importante de la réversibilité est que le filtre  $A(\cdot; n)$  de (1) est identique dans le sens rétrograde et que  $\sigma^2(n) = \sigma^{*2}(n)$ . Il est possible de remplacer  $R(\cdot)$  par la fonction d'autocovariance partielle  $\delta(\cdot)$ ,

$$\delta(0) = R(0), \delta(n) = E\{\varepsilon(t; n-1)\varepsilon^*(t-n; n-1)^T\}, n \geq 1.$$

Cette fonction, à valeurs symétriques par réversibilité, est également diagonalisable. En effet les erreurs satisfont  $\varepsilon(t; n) = A\varepsilon_S(t; n)$  et par suite  $\delta(n) = A\delta_S(n)A^T$ .

La définition (3) de  $\beta(\cdot)$  est une normalisation de  $\delta(\cdot)$ ,

$$\beta(n) = [\sigma^2(n-1)]^{-1/2}\delta(n)[\sigma^2(n-1)]^{-T/2}, n \geq 1,$$

où  $M^{-T/2} = [M^{-1/2}]^T$ . La réversibilité invite à utiliser la même racine dans les sens progressif et rétrograde. Ceci n'est pas habituel ([4, 5]) mais préserve le caractère symétrique de  $\beta(\cdot)$  qui, en général, ne sera pas diagonalisable.

Par ailleurs se pose le problème du choix de la racine carrée. L'étude menée dans [6] montre que seule la version canonique récursive symétrique détaillée ci-après s'adapte bien à notre problème. Pour ceci les décompositions spectrales  $\beta = L\Lambda L^T$  considérées par la suite sont définies de façon unique comme suit. Les valeurs propres sont rangées dans  $\Lambda$  par ordre croissant de leur module et, pour un même module, les valeurs négatives précèdent les valeurs positives. Les vecteurs propres associés, colonnes de  $L$ , sont rendus uniques en imposant que la première composante non nulle soit positive. Lorsqu'une valeur propre est multiple, le premier vecteur propre associé est celui pour lequel le nombre de composantes nulles successives, à partir de la dernière, est maximum ; les suivants sont construits selon le même principe tout en conservant les conditions d'orthogonalité. Dans le cas particulier de  $\beta(0) = L(0)\Delta^2(0)L(0)^T$ , les valeurs propres sont rangées par ordre décroissant.

**Définition 2.1** — On appelle fonction d'autocorrélation partielle canonique récursive symétrique d'un processus  $X(\cdot)$  réversible régulier, la fonction  $\beta(\cdot)_c$  définie par

$$\begin{aligned} \beta(0)_c &= \delta(0) = L(0)\Delta^2(0)L(0)^T, \\ \beta(n)_c &= \sigma(n-1)_c^{-1}\delta(n)\sigma(n-1)_c^{-T}, n \geq 1, \end{aligned}$$

où les racines  $\sigma(n-1)_c$  sont obtenues à partir de la valeur initiale  $\sigma(0)_c = L(0)\Delta(0)$  en fonction des décompositions spectrales  $\beta(n)_c = L(n)\Lambda(n)L(n)^T$  par la récurrence,

$$\sigma(n)_c = \sigma(n-1)_c L(n)[I - \Lambda^2(n)]^{1/2}, n \geq 1.$$

Cette définition algébrique équivaut à construire les innovations de façon récursive,

$$\begin{aligned} \eta(t; n)_c &= H\{\eta(t; n-1)_c - \beta(n)_c\eta^*(t-n; n-1)_c\}, \\ \eta^*(t-n; n)_c &= H\{\eta^*(t-n; n-1)_c - \beta(n)_c\eta(t; n-1)_c\}, \end{aligned}$$

à partir de  $\eta(t; 0)_c = \eta^*(t; 0)_c = \Delta(0)^{-1}L(0)^T X(t)$  où  $H = [I - \Lambda^2(n)]^{-1/2}L(n)^T$ . Les composantes de  $\eta(t; n)_c$  et  $\eta^*(t-n; n)_c$  sont les variables canoniques dans l'analyse canonique usuelle du couple  $\{\varepsilon(t; n), \varepsilon^*(t-n; n)\}$ . Les corrélations canoniques sont les valeurs absolues de  $\Lambda(n)$  et restent les valeurs singulières de toute forme de définition de  $\beta(n)$  ([4]).

### 2.3 Égalité des innovations partielles

Le fait que les composantes  $S_k(\cdot)$ ,  $k = 1, \dots, m$ , du processus  $S(\cdot)$  soient non corrélées induit de nombreuses simplifications dans la description matricielle de sa structure au second ordre. La plupart des éléments sont constitués de la concaténation de leurs homologues considérés sur chaque composante et les matrices mises en jeu sont en général diagonales. C'est le cas de l'erreur  $\varepsilon_S(t; n)$ , de sa variance  $\sigma_S^2(n)$  ou encore de la covariance partielle  $\delta_S(n)$ . Par contre on pose

$$\eta_S(t; n) = [\eta_{S_1}(t; n) \cdots \eta_{S_m}(t; n)]^T,$$

$$\beta_S(n) = \text{diag}\{\beta_{S_1}(n) \cdots \beta_{S_m}(n)\}.$$

La Définition 1 ne mélange pas les sources mais effectue des permutations sur l'ordre des composantes :

$$\eta_S(t; n)_c = \Pi(n) \cdots \Pi(0) \eta_S(t; n), n \geq 0,$$

où les matrices de permutation  $\Pi(\cdot)$  proviennent des décompositions  $\beta_S(\cdot)_c = \Pi(\cdot)^T \Lambda(\cdot) \Pi(\cdot)$  ( $\Pi(0) = I$ ).

Pour  $X(\cdot) = AS(\cdot)$ , la décomposition spectrale

$$\beta(0)_c = AA^T = L(0)\Delta^2(0)L(0)^T,$$

permet de définir le signal blanchi  $\eta(t; 0)_c$ . On établit, de façon récursive, que les composantes de  $\eta(t; n)_c$  ne mélangent pas les sources pour lesquelles les valeurs propres de  $\beta_S(n)_c$ , qui sont aussi celles de  $\beta(n)_c$ , sont distinctes.

**Lemme 2.2** — *Les innovations partielles satisfont*

$$\eta(t; n)_c = U(n)^T \eta_S(t; n)_c, n \geq 0,$$

où les matrices orthogonales  $U(n)$  ont une structure bloc-diagonale correspondant aux valeurs propres distinctes de  $\beta(n)_c$  et sont construites selon la récurrence

$$U(n) = \Pi(n)U(n-1)L(n), n \geq 1,$$

à partir de la valeur initiale  $U(0) = A^T L(0)\Delta(0)^{-1}$ .

En fait, les sources séparées à l'étape  $n$  ne sont plus mélangées au cours des étapes suivantes.

**Lemme 2.3** — *Soit  $\beta = \text{diag bloc}\{\beta_1 \cdots \beta_K\}$  une matrice symétrique bloc-diagonale. On considère les décompositions*

$$\beta = L\Lambda L^T, \beta_k = L_k \Lambda_k L_k^T, k = 1, \dots, K,$$

ainsi que les matrices

$$\tilde{\Lambda} = \text{diag bloc}\{\Lambda_1 \cdots \Lambda_K\}, \tilde{L} = \text{diag bloc}\{L_1 \cdots L_K\}.$$

Alors  $\tilde{\Pi} = \tilde{L}^T L$  est la matrice de permutation satisfaisant  $\Lambda = \tilde{\Pi}^T \tilde{\Lambda} \tilde{\Pi}$  sans permuter l'ordre des ex æquo de  $\tilde{\Lambda}$ .

Ainsi on montre que les matrices  $U(n)$  du Lemme 1 ont une structure bloc-diagonale découpée selon les valeurs distinctes de  $\beta_S(k)_c$  dans l'ordre  $k = n, \dots, 1$ . À l'étape  $n$ , seules les sources, dont les éléments dans  $\beta_S(k)$ ,  $k = 1, \dots, n$ , sont identiques, sont susceptibles d'être encore mélangées dans les composantes de  $\eta(t; n)_c$ .

**Théorème 2.1** — *Il existe un ordre  $p$  et une matrice signe  $\varepsilon$  tels que, pour  $n \geq p$ ,*

$$\eta(t; n)_c = \varepsilon \eta_S(t; n)_c, \eta^*(t; n)_c = \varepsilon \eta_S^*(t; n)_c.$$

L'ordre  $p$  est le plus petit entier  $k$  pour lequel les sources sont distinguables au vu de  $\beta_S(j)$ ,  $j = 1, \dots, k$ . On utilise le symbole  $\sim$  pour traduire l'indétermination due au signe et à la permutation.

**Corollaire 2.4** — *La matrice de mélange  $A$  est donnée en fonction des décompositions spectrales de  $\beta(\cdot)_c$  par*

$$A = A(n) \sim L(0)\Delta(0)L(1) \cdots L(n), n \geq p.$$

Pour  $n > p$ ,  $L(n)$  est une matrice de permutation.

## 3 Méthode de séparation

On associe à une séquence d'observations  $X(1), \dots, X(T)$  des éléments empiriques naturels basés sur le principe des moindres carrés. L'estimation de  $\beta(\cdot)_c$  est obtenue comme solution d'une équation de Lyapunov. Celle de  $A$ , définie à partir des estimations des représentants  $A(n)$ , est comparée aux approches existantes.

### 3.1 Les éléments empiriques

L'ensemble des séquences de longueur  $n + 1$ , observées indépendamment du sens du temps, conduit à considérer l'espace vectoriel engendré par les matrices  $X_n(t)$ ,  $t = 1, \dots, n + 1$ , de dimension  $m \times 2(T - n)$ ,

$$[X(t) \cdots X(t + T - n - 1), X(T - t + 1) \cdots X(n + 2 - t)],$$

et muni du produit intérieur,

$$[X_n(t), X_n(t - k)] = \frac{1}{2(T - n)} X_n(t) X_n(t - k)^T,$$

puisque l'on a  $E\{[X_n(t), X_n(t - k)]\} = R(k)$ .

L'erreur de prédiction progressive d'ordre  $n - 1$ ,

$$\varepsilon_n(n + 1; n - 1) = \sum_{j=0}^{n-1} A_n(j; n - 1) X_n(n + 1 - j),$$

se caractérise par  $[\varepsilon_n(n + 1; n - 1), X_n(n + 1 - j)] = 0$ ,  $j = 1, \dots, n - 1$  et  $A_n(0; n - 1) = I$ . Le filtre est identique dans le sens rétrograde ainsi que la variance résiduelle. Ainsi les éléments empiriques se résument à  $\delta_{es}(0) = [X_0(1), X_0(1)]$  et pour  $n = 1, \dots, N < 2T/3$ ,

$$\begin{aligned} \delta_{es}(n) &= [\varepsilon_n(n + 1; n - 1), \varepsilon_n^*(1; n - 1)], \\ \tilde{\sigma}_{es}^2(n - 1) &= [\varepsilon_n(n + 1; n - 1), \varepsilon_n(n + 1; n - 1)]. \end{aligned}$$

### 3.2 Estimation de $\beta(\cdot)_c$

Cette estimation n'est pas réalisée sous la forme  $[\hat{\eta}, \hat{\eta}^*]$  mais de manière algébrique et de façon récursive.

**Définition 3.1** — *L'estimation empirique de  $\beta(\cdot)_c$  est définie par  $\hat{\beta}(0)_c = \delta_{es}(0)$  et  $\hat{\beta}(n)_c$ , pour  $n = 1, \dots, N$ , est la solution de l'équation de Lyapunov,*

$$B\hat{\beta} + \hat{\beta}B = 2\hat{\sigma}(n - 1)_c^{-1} \delta_{es}(n) \hat{\sigma}(n - 1)_c^{-T},$$

où  $B = \hat{\sigma}(n - 1)_c^{-1} \tilde{\sigma}_{es}^2(n - 1) \hat{\sigma}(n - 1)_c^{-T}$  et où la récurrence  $\hat{\sigma}(n)_c = \hat{\sigma}(n - 1)_c \tilde{L}(n) [I - \tilde{\Lambda}^2(n)]^{1/2}$  a pour valeur initiale  $\hat{\sigma}(0)_c = \tilde{L}(0) \tilde{\Lambda}(0)$ .

Le recours à l'équation de Lyapunov garantit que les valeurs singulières de  $\widehat{\beta}(\cdot)_c$  restent inférieures à un ([5]). En effet les innovations estimées sous la forme

$$\widehat{\eta}(n+1; n-1)_c = \widehat{\sigma}(n-1)_c^{-1} \varepsilon_n(n+1; n-1) \quad (4)$$

ne satisfont pas  $[\widehat{\eta}, \widehat{\eta}] = I$ .

Bien que  $S(\cdot)$  ne soit pas observable, on peut considérer ses éléments empiriques, définis comme ceux de  $X(\cdot)$ , c'est-à-dire sans tenir compte de la nature particulière de  $S(\cdot)$ . Partant de  $X_n(t) = AS_n(t)$ ,  $t = 1, \dots, n+1$ , on obtient facilement  $\varepsilon_n(n+1; n-1) = A\varepsilon_n(n+1; n-1)_S$  et par suite  $\delta_{es}(n) = A\delta_{es}(n)_S A^T$  ainsi que  $\widehat{\sigma}_{es}^2(n-1) = A\widehat{\sigma}_{es}^2(n-1)_S A^T$ . Dans ces expressions,  $\delta_{es}(\cdot)_S$  et  $\widehat{\sigma}_{es}^2(\cdot)_S$  sont *p.s.* non diagonales dès lors que l'on suppose les lois des sources absolument continues. De même, les valeurs propres de  $\widehat{\beta}(\cdot)_c$  sont *p.s.* distinctes.

**Théorème 3.1** — *Les innovations estimées selon (4) satisfont*

$$\widehat{\eta}(2; 0)_c = \widehat{U}\widehat{\eta}_S(2; 0)_c, \widehat{\eta}(3; 1)_c = \widehat{\varepsilon}\widehat{\eta}_S(3; 1)_c,$$

$$\widehat{\eta}(n+1; n-1)_c = \widehat{\varepsilon}_{11}\widehat{\eta}_S(n+1; n-1)_c, n \geq 3,$$

où  $\widehat{U}$  et  $\widehat{\varepsilon}$  sont des matrices non observables respectivement orthogonale et signe. De plus  $\widehat{\beta}(2)_c = \widehat{\varepsilon}\widehat{\beta}_S(2)_c\widehat{\varepsilon}$  et  $\widehat{\beta}(n)_c = \widehat{\beta}_S(n)_c$  pour  $n \geq 3$ .

Rappelons que  $\widehat{\beta}(n)_c$  et  $\widehat{\beta}_S(n)_c$  sont définis par une équation de Lyapunov et non par  $[\widehat{\eta}, \widehat{\eta}^*]$ . Ce théorème montre que seuls  $\widehat{\beta}(0)_c$  et  $\widehat{\beta}(1)_c$  dépendent de  $A$  car  $\widehat{\varepsilon}$  relève de l'indétermination du signe. Dans les estimateurs

$$\widehat{A}(n) \sim \widehat{L}(0)\widehat{\Delta}(0)\widehat{L}(1) \cdots \widehat{L}(n), n \geq 1,$$

associés à  $\widehat{\beta}(\cdot)_c$ , les matrices orthogonales  $\widehat{L}(k)$ ,  $k \geq 2$ , ne dépendent pas de  $A$  mais participent à la recherche de sources non corrélées. Par ailleurs  $\widehat{L}(0)\widehat{\Delta}(0)$  équivaut à l'étape de blanchiment habituelle.

### 3.3 Résultats de simulation

On vérifie que l'estimateur  $\widehat{A}(n)$ , obtenu par diagonalisation approchée de  $\widehat{R}(0) \cdots \widehat{R}(n)$  dans *SOBI* ([1]), est invariant par le changement de  $\widehat{R}(k)$  par la matrice symétrique  $\{\widehat{R}(k) + \widehat{R}(k)^T\}/2$ . La méthode *AMUSE* ([14]) basée sur  $\widehat{R}(0)$  et  $\widehat{R}(1)$  correspond donc à  $\widehat{A}(1)$ . La différence avec  $\widehat{A}(1)$  provient de ce que  $\widehat{\beta}(1)_c$  n'est pas défini par  $[\widehat{\eta}(2; 0)_c, \widehat{\eta}^*(1; 0)_c]$ .

L'exemple simulé comporte  $m = 2$  sources *AR*(3) caractérisées par les autocorrélations partielles  $\{.3 \ .2 \ .1\}$  et  $\{.4 \ .6 \ .8\}$ . La matrice  $A$  est définie par les deux colonnes  $[1 \ - .4]^T$  et  $[\cdot 2 \ .8]^T$ . La séquence est de longueur  $T = 500$  et les résultats sont établis avec 50 répétitions. La synthèse du biais ou de l'erreur quadratique est mesurée par la racine carrée de la moyenne, sur l'ensemble des termes de  $A$ , des carrés des biais ou des erreurs quadratiques empiriques.

Table 1 Comparaison des estimateurs

Ordre $n$	1	2	3	4
Biais $\widehat{A}(n)$	.425	.009	.010	.388
Erreur $\widehat{A}(n)$	.617	.088	.080	.589
Biais $\widetilde{A}(n)$	.439	.095	.009	.042
Erreur $\widetilde{A}(n)$	.628	.286	.096	.192
Biais $\widehat{A}_M(n)$	.425	.009	.010	.010
Erreur $\widehat{A}_M(n)$	.617	.089	.080	.080

La qualité de  $\widehat{A}(n)$  est désastreuse lorsque les valeurs propres de  $\beta(n)$  sont égales ( $n = 4$ ). Celle de  $\widetilde{A}(n)$  n'est pas monotone en fonction de  $n$ . L'estimateur  $\widehat{A}_M(n)$  consiste à retenir l'ordre  $k$  pour lequel la dispersion des valeurs propres de  $\widehat{\beta}(k)_c$ ,  $k = 1, \dots, n$  est maximum.

## Références

- [1] A. Belouchrani et K. Abed-Meraim. *Séparation aveugle au second ordre de sources corrélées*. XIV Colloque Gretsi, Juan-les-Pins, 309-312, 1993.
- [2] J.-F. Cardoso. *Source separation using higher order moments*. Proc. IEEE ICASSP, Vol. 4, Glasgow, 2109-2112, 1989.
- [3] P. Comon. *Analyse en composantes indépendantes et identification aveugle*. Traitement du Signal, Vol. 7, 435-450, 1990.
- [4] S. Dégerine. *Canonical partial autocorrelation function of a multivariate time series*. The Annals of Statistics, Vol. 18, n°2, 961-971, 1990.
- [5] S. Dégerine. *Sample partial autocorrelation function of a multivariate time series*. Journal of Multivariate Analysis, Vol. 50, n°2, 294-313, 1994.
- [6] S. Dégerine et R. Malki. *Séparation d'un mélange de sources colorées par des techniques basées sur les matrices d'autocorrélation partielle*. Rapport Technique LMC-IMAG, à paraître, 1997.
- [7] N. Delfosse et P. Loubaton. *Séparation aveugle adaptative de mélanges convolutifs*. XV Colloque Gretsi, Juan-les-Pins, 281-284, 1995.
- [8] B.W. Dickinson. *Estimation of partial correlation matrices using Cholesky decomposition*. IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-24, n°2, 302-305, 1979.
- [9] L. Fety. *Méthodes de traitement d'antenne adaptées aux radiocommunications*. Thèse de Docteur-Ingénieur, Télécom Paris, 1988.
- [10] M. Gaeta et J.-L. Lacoume. *Estimateurs du maximum de vraisemblance étendus à la séparation de sources non gaussiennes*. Traitement du Signal, Vol. 7, 419-434, 1990.
- [11] J. Herault, C. Jutten et B. Hans. *Détections de grandeurs primitives dans un message composite par une architecture de calcul neuromimétique en apprentissage supervisé*. X Colloque Gretsi, Nice, 1017-1022, 1985.
- [12] M. Morf, A. Vieira, D. Lee and T. Kailath. *Recursive multichannel maximum entropy spectral estimation*. IEEE Trans. on Geoscience Electronics, Vol. G-E 16, n°2, 85-94, 1978.
- [13] D.T. Pham et P. Garat. *Séparation aveugle de sources temporellement corrélées*. XIV Colloque Gretsi, Juan-les-Pins, 317-320, 1993.
- [14] L. Tong, V.C. Soon, Y.F. Huang and R. Liu. *AMUSE : An Algorithm for Multiple Unknown Signal Extraction*. Proc. IEEE ISCAS, New Orleans, 1365-1368, 1990.