

Séparation de sources bande étroite dans un contexte large bande en traitement d'antenne

Jérôme Galy⁽¹⁾, Claude Adnet⁽²⁾ et Eric Chaumette⁽²⁾

⁽¹⁾ Ecole Nationale Supérieure d'Ingenieurs en Constructions Aéronautiques (ENSICA)
1 place Emile Blouin
31056 Toulouse Cedex
galy@ensica.fr

⁽²⁾ THOMSON-CSF AIRSYS
7 rue des mathurins
92223 Bagneux Cedex
adnet@airsys.thomson.fr

RÉSUMÉ

La séparation aveugle de sources est maintenant un problème bien connu. Différentes méthodes ont été proposées pour des mélanges instantanés et convolutifs de sources. Si aucune information sur la propagation ou sur la géométrie de l'antenne n'est connue a priori, le problème de traitement d'antenne peut être considéré comme un problème de séparation de sources. Cela suppose une indépendance statistique des signaux et leur non-gaussianité. Dans cet article, nous nous intéressons au problème de sources bande étroite mélangés à des brouilleurs large bande. Nous montrons que l'algorithme JADE conçu pour des mélanges instantanés reste valable dans un contexte large bande où seuls les signaux utiles sont bande étroite. Nous montrons également qu'un signal large bande tend à occuper tous les degrés de liberté de la matrice de covariance et modifie ainsi la dimension du sous-espace signal.

1 Introduction

Dans cet article, nous traitons du problème de séparation de source bande étroite dans un contexte de brouillage large bande. L'approche classique consiste à employer un algorithme de réduction de bruit basé sur la matrice de covariance des signaux reçus et utilisant des informations a priori sur les signaux, la forme de l'antenne ou le milieu de propagation.

Cependant dans le cas de signaux utiles et de brouillage indépendants, une approche plus originale consiste à utiliser des statistiques d'ordre supérieur pour effectuer une séparation de sources en aveugle.

Nous considérons une antenne de M capteurs et N sources (notées $s(t)$), la sortie de l'antenne (noté $x(t)$) est polluée par un bruit gaussien (noté $b(t)$) :

$$x(t) = As(t) + b(t) \quad (1.1)$$

où A est la matrice de mélange de dimension $M \times N$.

ABSTRACT

Blind source separation is now a well known problem. Various methods have been proposed for instantaneous and convolutive mixtures of sources. When a priori information about the propagation or the geometry of the array are not available, the model can be generalized to a blind source separation model. It supposes the statistical independence of the sources and their non-gaussianity. In this paper, we focus on the narrow band source separation problem embedded in wide band jammers. We show that JADE algorithm made for instantaneous mixture is still valid in a wide band context where only the signals of interest are narrow-band. We also prove that a wide band signal tends to occupy all the degrees of freedom of the covariance matrix and modifies the signal subspace dimension.

Le principe de la séparation aveugle de sources consiste à retrouver les signaux initiaux $s_i(t)$ à partir des observations $x_i(t)$ sans avoir aucune information a priori sur la matrice A .

Dans le cas de mélanges instantanés (la matrice A est une matrice d'éléments complexes), parmi les nombreuses méthodes de séparation de sources en aveugle disponible dans la littérature [3][4][5], *Cardoso* et *Souloumiac* proposent un algorithme appelé JADE [1] asymptotiquement optimal [2][6], et de complexité d'implantation moindre.

Cette technique de séparation de sources en aveugle peut être décomposée en deux étapes : normalisation par blanchiment du sous-espace signal (utilisant la matrice de covariance) et une diagonalisation conjointe d'une famille de matrices propres (utilisant les statistiques d'ordre supérieur).

Nous savons que si (A_0, s_0, b_0) est une solution de (1.1) alors $(A_0DP, P^D s_0, b_0)$ est aussi solution de (1.1) où D est une matrice diagonale et P une matrice de permutation.

Cette technique de séparation de sources a été également utilisée pour supprimer des brouilleurs en traitement d'antenne [7].

2 Contexte Large Bande

Nous allons tout d'abord étudier l'influence de la largeur de la bande sur les valeurs propres de la matrice de covariance.

La simulation réaliste de la propagation à travers un réseau de capteurs nous a permis de prendre en compte les effets large bande sur la structure spatio-temporelle des signaux. Le modèle bande étroite permet d'approximer les différences de marche des signaux entre capteurs à de simples déphasages dus à la propagation de la fréquence porteuse.

Dans le cas de signaux large bande, nous devons prendre en compte l'influence de la bande sur la dimension du sous-espace signal. Nous pouvons trouver dans la littérature [8][9][10] quelques algorithmes spécifiques au mélange convolutif. Nous montrons dans cet article que l'algorithme JADE initialement prévu pour un mélange de signaux bande étroite peut fonctionner dans un contexte large bande.

De nombreuses simulations ont été réalisées utilisant différents signaux (BPSK, QPSK, brouilleurs gaussiens...) avec des fréquences variables ; nous donnerons quelques résultats intéressants.

2.1 Influence de la largeur de la bande

La matrice de covariance de $\mathbf{x}(t)$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$R_x = R_s + \sigma^2 I \quad (2.1.1)$$

où σ^2 représente la puissance du bruit et :

$$R_s = \int_{f_0 - B/2}^{f_0 + B/2} \Phi(f) \Phi^H(f) df \quad (2.1.2)$$

où B est la largeur de la bande, f_0 la fréquence porteuse et $\Phi(f)$ le vecteur directionnel du signal.

Nous pouvons faire un développement limité de ce vecteur directionnel autour de la fréquence porteuse et après un simple changement de variable, nous avons :

$$\Phi(f + f_0) = \Phi(f_0) + f \dot{\Phi}(f_0) + \frac{f^2}{2} \ddot{\Phi}(f_0) + \frac{f^3}{3!} \dddot{\Phi}(f_0) \quad (2.1.3)$$

qui peut s'écrire plus simplement sous la forme :

$$\Phi(f + f_0) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{f^n}{n!} \Phi^{(n)}(f_0) \quad (2.1.4)$$

où $\dot{\Phi}(f)$ est la dérivée première de $\Phi(f)$ par rapport à f .

Nous pouvons donc écrire si nous nous intéressons à l'expression (2.1) de la matrice de covariance :

$$\Phi(f + f_0) \Phi^H(f + f_0) = \sum_{\substack{n=0 \\ m=0}}^{N-1} \frac{f^{n+m}}{n!m!} \Phi^{(n)}(f_0) \Phi^{(m)H}(f_0) \quad (2.1.5)$$

et ainsi l'expression de la matrice de covariance devient :

$$R_s = \sum_{\substack{n=0 \\ m=0}}^{N-1} \frac{1}{n!m!} \Phi^{(n)}(f_0) \Phi^{(m)H}(f_0) \int_{-B/2}^{B/2} f^{n+m} df \quad (2.1.6)$$

Nous pouvons voir que seuls les termes impairs en $n+m+1$ sont non nuls. Ainsi la matrice de covariance de $\mathbf{s}(t)$ peut s'écrire sous la forme de :

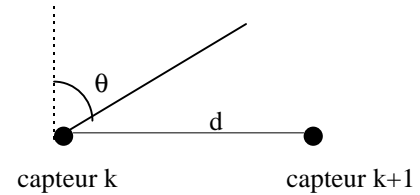
$$R_s = B \Phi(f_0) \Phi^H(f_0) + \frac{2B^3}{24} \dot{\Phi}(f_0) \dot{\Phi}^H(f_0) + \frac{B^3}{24} \left[\Phi(f_0) \ddot{\Phi}^H(f_0) + \ddot{\Phi}(f_0) \Phi^H(f_0) \right] \quad (2.1.7)$$

si nous arrêtons le développement à l'ordre 3.

Dans le cas d'une antenne rectiligne uniforme avec des capteurs équidistants, nous pouvons donner l'expression des vecteurs directionnels :

$$\Phi(f) = (1, \Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_{N-1})^T \quad \text{avec} \quad \Phi_k = e^{j2\pi(k-1)\frac{d \sin \theta}{c} f}$$

où c est la vitesse de la lumière, d la distance entre deux capteurs adjacents et θ l'angle d'arrivée du signal.



Dans ce contexte, nous pouvons voir que :

$$\dot{\Phi}_k = j2\pi(k-1) \frac{d \sin \theta}{c} \Phi_k \quad (2.1.8)$$

ainsi on peut écrire :

$$\dot{\Phi} = \tilde{D} \Phi \quad \text{et} \quad \ddot{\Phi} = \tilde{D}^2 \Phi \quad (2.1.9)$$

où \tilde{D} est une matrice diagonale.

Nous pouvons maintenant diagonaliser la matrice de covariance et trouver les valeurs propres :

$$\lambda_1 = N - \frac{1}{36} B^2 \frac{N(N+1)}{N-1} \left(\frac{\pi d \sin \theta}{c} \right)^2 \quad (2.1.10)$$

et

$$\lambda_2 = \frac{1}{36} B^2 \frac{N(N+1)}{N-1} \left(\frac{\pi d \sin \theta}{c} \right)^2 \quad (2.1.11)$$

Nous pouvons trouver une autre valeur propre mais si nous arrêtons le calcul à l'ordre deux, deux valeurs propres seulement apparaissent.

Si nous considérons la largeur apparente D_a du réseau de capteurs vu de la source, ($D_a = (N-1)d \sin \theta$ pour une antenne rectiligne uniforme), les valeurs propres deviennent :

$$\lambda_1 = N - \frac{1}{36} \frac{N(N+1)}{(N-1)^3} \left(\frac{\pi B D_a}{c} \right)^2$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{36} \frac{N(N+1)}{(N-1)^3} \left(\frac{\pi B D_a}{c} \right)^2$$

Pour illustrer l'influence de la largeur de bande, nous choisissons une antenne avec huit capteurs et nous nous intéressons à la matrice de covariance.

Un signal large bande occupe trois degrés de liberté dans la matrice de covariance (on a tracé les valeurs propres sur la figure 2).

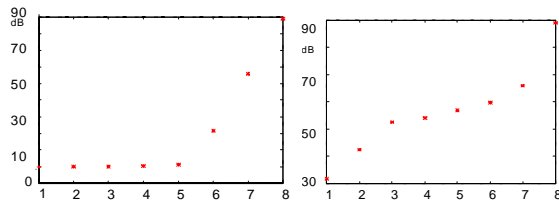


Figure 2

Valeurs propres

Figure 3

Si nous augmentons la largeur de la bande du signal, il a tendance à occuper tous les degrés de liberté de R_s (figure 3) Dans ce contexte, nous voulons savoir si il est possible de séparer un signal bande étroite d'un mélange composé de signaux large bande.

2.2 Algorithme large bande

La première étape de l'algorithme JADE est la normalisation par blanchiment de la partie signal à l'aide de la matrice de covariance. Lorsqu'un signal occupe plus d'un degré de liberté, il est très difficile d'estimer la dimension du sous-espace signal.

Par exemple, sur la figure 2 nous ne savons pas si nous avons un signal qui occupe trois degrés de liberté ou si nous sommes en présence de trois signaux bande étroite.

Dans ce contexte, l'équation (1.1) reste valable :

$$\mathbf{x}(t) = A\mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t)$$

où A est la matrice de mélange des signaux en présence.

Si nous considérons que A peut être décomposée comme :

$$A = U\Sigma_s^{-1/2}\Pi \quad (2.2.1)$$

avec U et Π matrices unitaires.

Si $E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}(t)^H] = I$ alors la matrice de covariance de la sortie de l'antenne est donné par :

$$R_x = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^H] = U\Sigma_s U + \sigma^2 I \quad (2.2.2)$$

Blanchiment : nous pouvons décomposer R_x en vecteurs propres valeurs propres :

$$R_x = [U \quad V] \begin{bmatrix} \Sigma_s + \sigma^2 I & 0 \\ 0 & \sigma^2 I \end{bmatrix} [U \quad V]^H \quad (2.2.3)$$

Nous pouvons voir que :

$$\Sigma_s^{-1/2} U^H \mathbf{x}(t) = \Pi \mathbf{s}(t) + \Sigma_s^{-1/2} U^H \mathbf{b}(t) \quad (2.2.4)$$

L'étape de blanchiment est directement liée à l'estimation de la dimension du sous-espace.

Une erreur sur cette estimation rendrait totalement inutilisable l'algorithme JADE.

En l'absence de bruit thermique, nous pouvons trouver une estimation de $\mathbf{s}(t)$ sous la forme :

$$\hat{\mathbf{s}}(t) = \Pi \mathbf{s}(t) \quad (2.2.5)$$

$\mathbf{s}(t)$ sera déterminé à une matrice unitaire près.

Estimation de $\hat{\mathbf{s}}(t)$: le problème étant maintenant normalisé, l'identification de la matrice de mélange consiste seulement à l'estimation d'une matrice unitaire à l'aide des cumulants des signaux blanchis.

Pour JADE, la matrice unitaire qui maximise le critère :

$$\sum_{i,k,l=1}^M |Cum(x_i, x_i^*, x_k, x_l^*)|^2 \quad (2.2.5)$$

où Cum désigne le cumulants d'ordre quatre.

Deux hypothèses sont maintenant nécessaires pour l'estimation de cette matrice, les signaux $\mathbf{s}_i(t)$ doivent être indépendants et non gaussiens (nous pouvons séparer au plus un signal gaussien).

Ainsi *Cardoso* et *Souloumiac* proposent dans [3] une transformation unitaire des signaux blanchis grâce à une diagonalisation conjointe d'une famille de matrices propres.

3 Résultats expérimentaux

Nous avons vu qu'un signal large bande a tendance à occuper tous les degrés de liberté de la matrice de covariance et modifie ainsi la dimension du sous-espace.

De plus la simulation réaliste de la propagation à travers un réseau de capteurs nous a permis de prendre en compte les effets large bande sur la structure spatio-temporelle des signaux.

Nous allons considérer maintenant divers exemples de simulation.

Le premier cas est celui d'un mélange d'un signal bande étroite BPSK (figure 4 et signal d'entrée n°1) et deux brouilleurs large bande (un signal BPSK (signal n°2) et un bruit gaussien (signal n°3)).

Nous pouvons imaginer que les signaux occupent trois degrés de liberté de la matrice de covariance. Mais en fait, après le mélange sur l'antenne, les signaux occupent 7 degrés de liberté comme le prouve la matrice de covariance.

Si nous prenons un sous-espace signal de dimension 3 pour le blanchiment, la seconde étape de séparation (diagonalisation conjointe) n'est pas possible.

En fait, la première étape de l'algorithme JADE doit prendre en compte la dimension de ce sous-espace signal.

Dans notre cas, nous normaliserons sur un sous-espace signal de dimension 6. La figure 5 montrent les six voies formées

par l'algorithme JADE et la séparation d'un signal bande étroite (signal n°4) des autres composantes du mélange initial.

4 Conclusion

Cet article montre qu'il est possible d'étendre les capacités de séparation d'algorithmes travaillant en aveugle initialement conçus pour des mélanges instantanés vers des problèmes beaucoup plus généraux où seuls les signaux d'intérêt sont bande étroite.

Dans ce contexte, nous avons adaptés l'algorithme JADE au cas où les brouilleurs sont large bande. De nombreuses simulations ont montré que cet algorithme est parfaitement adapté à ce genre de problème.

5 Références

- [1] J.F. CARDOSO, A. SOULOUMIAC, "An efficient technique for blind separation of complex sources.", Proc IEEE SP Workshop on Higher-Order Stat, Lake Tahoe, pp 275-279, 1993.
- [2] A. SOULOUMIAC, J.F. CARDOSO, "Performances en séparation de sources." Actes du quatorzième colloque GRETSI, pp 321-324, Juan-Les-Pins, France, 13-16 Septembre 1993.
- [3] A. SOULOUMIAC, "Utilisation des statistiques d'ordre supérieur pour le filtrage et la séparation de sources en traitement d'antenne." Thèse de doctorat de l'ENST, Février 1993.
- [4] P. COMON, "Independent component analysis, a new concept ?" Signal Processing, vol. 36, n° 3, pp 287-314, 1994.
- [5] M. GAETA, J.L. LACOUME, "Source separation versus hypothesis." Proc Int. Workshop on Higher-Order Stat, Chamrousse, France pp 271-274, 1991.
- [6] E. CHAUMETTE, P. COMON, D. MULLER, "Application of ICA to airport surveillance." Proc IEEE SP Workshop on Higher-Order Stat, Lake Tahoe, pp 210-214, 1993.
- [7] J. GALY, C. ADNET, E. CHAUMETTE "Blind Methods for Interference Cancellation in Array Processing." Proc IEEE-Digital Signal Processing, 2-4 Juillet 1997, Santorini, Greece.
- [8] V. CAPDEVIELLE, C. SERVIERE, J. L. LACOUME, "Separation of wide band sources." Proc IEEE SP/ATHOS Workshop on Higher-Order Stat, Girona, Spain, June 1995, pp 66-70.
- [9] B. EMILE, "Estimation de temps de retard." Ecole des techniques avancées Signal, Image, Parole "De l'ordre 2 aux ordres supérieurs en traitement du signal." Grenoble 2-6 Septembre 1996.
- [10] N. DELFOSSE, "Séparation aveugle adaptative de mélanges de sources indépendantes." Thèse de doctorat de l'ENST, Décembre 1995.

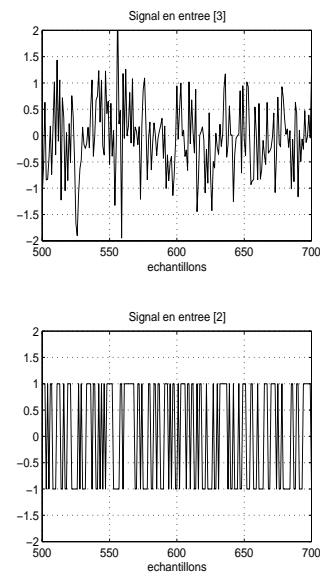


Figure 4 : Signaux d'entrée

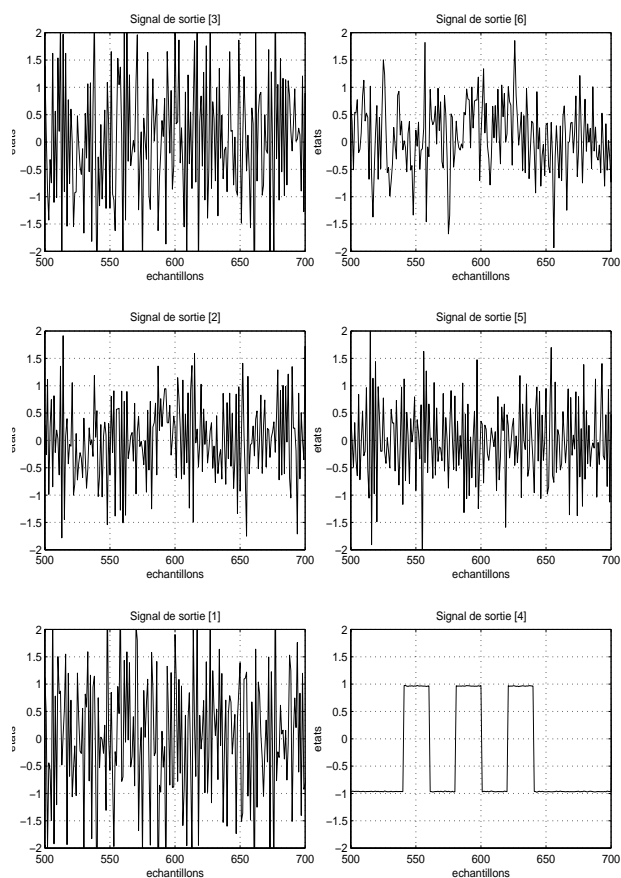


Figure 5 : Voies formées