

# Détection de Modulations Linéaires de Fréquence par Traitement d'Image sur la Distribution de Wigner-Ville

F. Astrade-Carencotte, M. Chiollaz, N. Gache, M. Jourlin

Laboratoire Image Signal et Acoustique, CNRS EP0092  
CPE Lyon,  
43, bd du 11 novembre 1918  
BP 2077  
69616 Villeurbanne Cedex

## RÉSUMÉ

Le but de cet article est de donner une nouvelle formulation du problème de détection dans le plan temps-fréquence en se basant sur la distribution de Wigner-Ville. Il s'agit ici de considérer la représentation temps-fréquence d'un signal comme une image sur laquelle il est possible de déterminer une technique de décision et d'estimation s'appuyant sur des méthodes propres au traitement d'image telles que l'ouverture morphologique, l'intercorrélation d'images et la transformée de Hough. Nous appliquons ces procédures de détection dans le cas de signaux composés de modulations linéaires de fréquence et nous les comparons par l'intermédiaire du tracé de leurs courbes COR.

## ABSTRACT

In this paper, we give a new formulation of the problem of detection in the time-frequency plane based on the use of the Wigner-Ville distribution. We consider here the time-frequency representation of a signal like an image on which we can apply image processing techniques to determine a detection and estimation procedure. The methods we use here are morphological opening, images intercorrelation and Hough Transform. These detection procedures are applied in the case of signals composed of linear frequency modulations and they are compared thanks to their ROC curves.

## 1 Introduction

Afin de résoudre le problème classique de détection dans le cas de signaux non stationnaires, nous avons choisi d'utiliser les distributions énergétiques de type temps-fréquence [1], et plus particulièrement la distribution de Wigner-Ville (WVD), représentation centrale de la classe de Cohen (ensemble des transformations bilinéaires covariantes en temps et en fréquence) définie par :

$$WVD_x(t, \nu) = \int_{\mathbb{R}} x(t + \tau/2) \cdot x^*(t - \tau/2) \cdot \exp(-2i\pi\nu\tau) d\tau$$

$x$  étant le signal à analyser.

Cette distribution possède de nombreuses propriétés : conservation des supports temporel et fréquentiel, marginales non biaisées ... Cependant, du fait de sa bilinéarité, elle possède des termes d'interférence qui gênent sa lisibilité et donc l'analyse des signaux. Pour réduire l'influence de ces termes parasites, d'autres distributions ont été définies parmi lesquelles la Pseudo Wigner-Ville Lissée (PWVL). La lisibilité de l'image est améliorée, mais c'est au détriment de la résolution.

L'approche développée ici considère la WVD comme une image sur laquelle il est possible d'appliquer des techniques propres au traitement d'images (comme par exemple la morphologie mathématique, la paramétrisation de formes, la classification d'images ...). Il est alors possible

de détecter des formes particulières telles qu'une droite, forme représentative d'une modulation linéaire de fréquence (MLF) dans le plan t- $\nu$ .

Peu d'articles abordent ce sujet dans la littérature [2]-[6]. Le travail présenté ici consiste à comparer les performances de trois méthodes appliquées au cas d'un signal composé de modulations linéaires de fréquence : l'ouverture morphologique avec un élément structurant de type segment l'intercorrélation et la transformée de Hough.

## 2 Description des méthodes de détection, application à un signal composé de deux MLF

Les méthodes de détection décrites ci-dessous sont illustrées par un exemple : elles sont appliquées à la détection de deux MLF dans un signal de durée 120 points. La première a une bande de 0.4 (fréquence réduites), elle est orientée à 38° ; la seconde une bande de 0.05 (son orientation est de 169°). La WVD de ce signal est donnée figure 1, elle est tracée en échelle linéaire. Sur cette image, plus les niveaux de gris sont proches du noir, plus l'énergie est élevée. Le niveau de gris du fond de l'image correspondant à une énergie nulle.

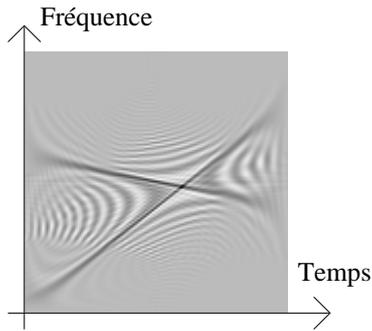


figure 1 : WVD du signal testé

### 2.1 Détection par Ouverture Morphologique

La morphologie mathématique est un filtrage non linéaire qui modifie la structure géométrique d'une image. Elle consiste à comparer l'image à étudier (donc de structure inconnue) à un élément structurant, forme dont on maîtrise toutes les caractéristiques. La comparaison est réalisée par l'intermédiaire de relations booléennes telles que l'intersection et l'inclusion [7].

L'opération morphologique utilisée ici est l'ouverture (composition d'une dilatation et d'une érosion). Le résultat de l'ouverture d'une image binaire A par un élément structurant B est l'espace balayé par B lorsqu'il est entièrement inclus dans A.

Dans le cas d'une image à niveaux de gris, elle s'exprime de la manière suivante :

$$(f \ominus B) \oplus B(x) = \text{Sup}_{y \in B_x} (\text{Inf}_{z \in B_y} f(z))$$

avec f fonction de gris de l'image et B élément structurant binaire. La figure 2 montre les effets de l'ouverture sur le profil d'une image à niveaux de gris : l'ouverture coupe les pics de largeur plus faible que l'élément structurant.

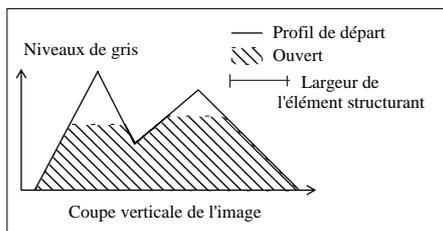


figure 2 : résultat de l'ouverture par un élément structurant binaire sur une coupe d'une image à niveaux de gris

Dans le cadre de ce travail, nous utilisons une ouverture morphologique sur des images à niveaux de gris avec un élément structurant binaire de type segment, paramétré par son orientation  $\theta_s$  (angle par rapport à l'horizontale) et sa longueur  $L_s$  (exprimée en dip : distance inter-pixels). Si la WVD contient une MLF ayant la même orientation que celle de l'élément structurant, l'image obtenue par ouverture fera apparaître cette modulation ; sinon, l'image résultante sera vide [8] [9].

Détecter de manière automatique la présence de MLF dans un signal en utilisant l'ouverture morphologique revient à chercher les éléments structurants les plus représentatifs des droites correspondant aux MLF sur la WVD du signal.

La méthode proposée consiste en deux phases :

1) détection par recherche d'éventuelles orientations correspondant à des MLF :

La décision *présence ou absence de MLF* est réalisée par un seuillage sur une courbe fonction de l'angle de l'élément structurant. Pour déterminer les valeurs prises par cette courbe, il faut tout d'abord extraire le maximum des images obtenues par ouverture avec un segment de paramètres  $(\theta_s, L_s)$ , pour un échantillonnage de toutes les valeurs possibles de ces deux paramètres. Il faut ensuite pondérer chaque maximum par la longueur  $L_s$  correspondante et enfin sommer les valeurs résultantes pour chaque angle.

La courbe ainsi déterminée présente des pics aux orientations privilégiées de l'image. Cette étape permet donc non seulement de détecter des droites dans le plan temps-fréquence mais également d'estimer leur orientation.

Pour plus de détails sur cette procédure de détection, se référer à [10].

La figure 3 présente la courbe obtenue dans le cas du signal donné figure 1. On voit apparaître sur cette figure deux pics (à 38° et 169°) correspondant aux deux MLF contenues dans le signal.

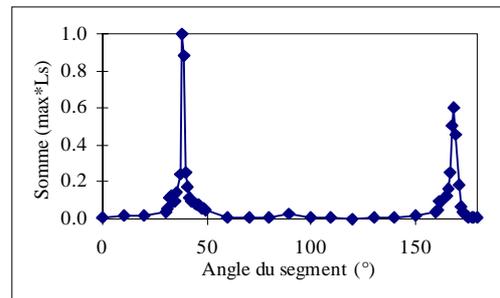


figure 3 : courbe permettant de détecter des orientations privilégiées dans le cas du traitement par ouverture

2) Estimation de la longueur des MLF détectées :

Dans le cas où au moins une orientation est mise en évidence, il est possible d'estimer la longueur des MLF relatives à ces orientations privilégiées. Pour cela, on calcule, pour chaque angle estimé  $\theta_e$ , l'image résultant de l'ouverture de la WVD avec un segment d'angle  $\theta_e$  et de longueur  $L_s$ . On trace alors la courbe représentant le nombre de pixels non nuls de l'image obtenue en fonction de  $L_s$ . Une telle courbe est composée d'une zone décroissante, puis d'un plateau et finit par une deuxième zone décroissante. La longueur estimée de la MLF est celle correspondant à la fin du palier.

Sur la figure 4, on mesure une longueur de 160 dip pour la MLF d'angle 38° et de 120 dip pour celle orientée à 169°, ce qui correspond à une bonne estimation des vraies longueurs.

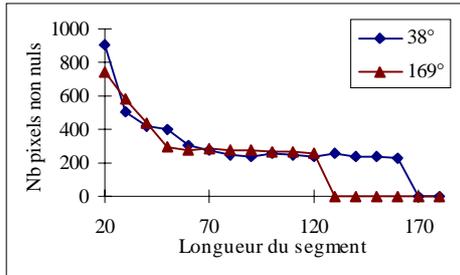


figure 4 : courbe donnant une estimation de la longueur des MLF détectées

## 2.2 Détection par Intercorrélation

Les méthodes de corrélation de signaux sont classiquement employées dans le domaine du traitement du signal. Nous avons choisi de les utiliser afin de pouvoir les comparer à des techniques issues du domaine de l'image telle que l'ouverture morphologique. Cependant, pour que la comparaison soit significative, l'intercorrélation a dû être appliquée entre images et non entre signaux.

Nous considérons donc ici une intercorrélation entre deux images : la première est l'élément structurant utilisé pour l'ouverture (noté EIS), la seconde est l'image temps-fréquence à tester. Cette intercorrélation, notée  $\gamma$ , est donc définie par :

$$\gamma(x,y) = \iint WVD(u,v).EIS(u-x,v-y) \, dudv$$

Si une MLF est présente dans le signal, l'image obtenue par intercorrélation avec un élément structurant de même orientation lisse la droite correspondant à la MLF sur la WVD. En revanche, l'image résultant de l'intercorrélation avec un segment de mauvaise orientation n'est pas nulle, contrairement au traitement par ouverture.

La méthode de détection considérée ici est la même que dans le cas de l'ouverture. Dans le cas de l'intercorrélation, la courbe obtenue pour le signal de test est donnée figure 5. Elle fait également apparaître deux pics aux orientations des deux MLF présentes dans le signal. En revanche, cette technique ne permet pas d'accéder à une estimation de la longueur des MLF détectées.

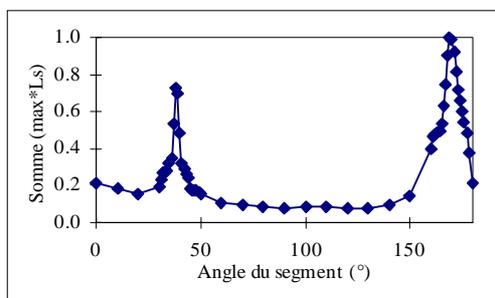


figure 5 : courbe permettant de détecter des orientations privilégiées dans le cas du traitement par intercorrélation

## 2.3 Détection par Transformée de Hough

La transformée de Hough [11] est une technique de reconnaissance de formes utilisée pour détecter la présence de courbes paramétriques dans une image à niveaux de gris. Elle est principalement utilisée pour mettre en évidence des droites.

Dans le cas de droites, cette technique consiste à transformer chaque point  $(x_i, y_i)$  de l'image originale en une courbe d'équation :

$$x_i \cos\theta + y_i \sin\theta = \rho$$

qui représente l'équation d'une sinusoïde dans le plan de Hough  $(\theta, \rho)$ . Un ensemble de points devient donc une ensemble de sinusoïdes. Si ces points forment une droites, les sinusoïdes se rencontrent en un point dont les coordonnées  $(\theta, \rho)$  donnent les paramètres polaires de la droite. Ainsi, détecter des droites dans une image revient à trouver les coordonnées des maxima de l'image obtenue par transformée de Hough.

Effectuer la transformée de Hough sur la WVD d'un signal contenant des MLF fait apparaître des maxima sur l'image de Hough dont les coordonnées permettent d'estimer l'angle et le rayon polaire des droites signatures des MLF dans l'image temps-fréquence. Dans le cas du signal présenté figure 1, l'image de Hough est donnée figure 6.

La présence des interférences sur la WVD altère peu l'image obtenue dans le plan de Hough. En effet, ces termes étant de nature oscillatoire, ils possèdent des valeurs à la fois positives et négatives qui se compensent [3].

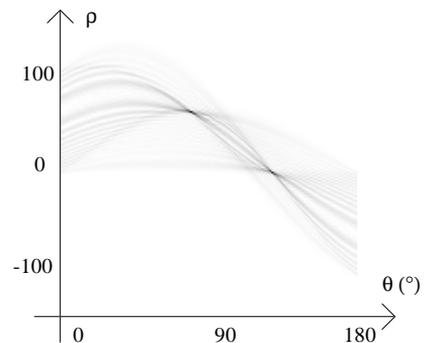


figure 6 : Image obtenue par transformée de Hough de la WVD du signal testé

## 3 Comparaison des méthodes

### 3.1 Temps de calcul et paramètres obtenus

La méthode la plus rapide est la transformée de Hough. Il faut environ deux fois plus de temps pour exécuter la détection par ouverture. L'intercorrélation est la technique la plus restrictive puisqu'elle nécessite quarante fois plus de temps que la transformée de Hough.

En ce qui concerne les paramètres que l'on peut estimer, c'est aussi l'intercorrélation la plus limitative puisqu'elle ne

donne accès qu'à l'orientation de la signature de la MLF dans le plan temps-fréquence. La plus intéressante est l'ouverture puisqu'en estimant la longueur et l'orientation de cette signature, on a accès à la durée et à la bande de la modulation.

### 3.2 Performances en présence de bruit

Le rapport signal sur bruit utilisé ici est défini de la manière suivante :

$$\text{SNR} = 10 \log(E_s/\sigma^2)$$

avec  $E_s$  : énergie du signal et  $\sigma^2$  : variance du bruit.

A rapport signal sur bruit assez élevé (généralement supérieur à -2 dB), c'est la technique utilisant l'ouverture morphologique qui donne les meilleurs résultats, c'est-à-dire les pics ayant la plus forte dynamique et la plus faible largeur. Lorsque le rapport signal sur bruit diminue, l'action de lissage de l'intercorrélacion rend cette méthode plus fiable que l'ouverture (opération en tout-ou-rien).

Ces résultats ont été déterminés par le tracé des courbes COR (Caractéristique Opérationnelle du Récepteur) pour les trois détecteurs définis ci-dessus. Ces réseaux de courbes permettent d'évaluer les performances globales d'un système au moyen de relations existant entre les probabilités de détection (détection d'un signal et signal présent) et de fausse alarme (détection d'un signal mais signal absent). Nous avons tracé les courbes COR expérimentales donnant la probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausse alarme pour plusieurs valeurs du rapport signal sur bruit.

La figure 7 donne les courbes COR obtenues dans le cas d'un rapport signal sur bruit de -4 dB pour les trois détecteurs.

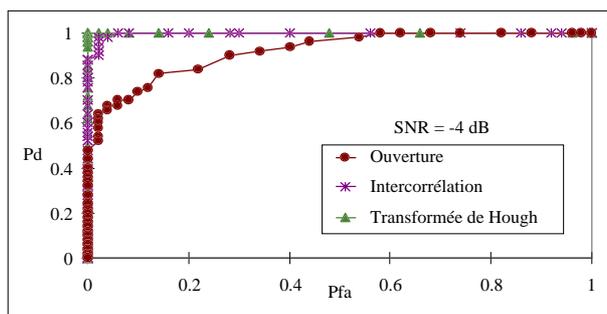


figure 7 : courbes COR dans le cas d'un signal composé d'une MLF avec un rapport signal sur bruit de -4 dB

En faible présence de bruit, les trois méthodes sont comparables et la probabilité de détection est très proche de 1. A partir d'un rapport signal sur bruit de -4 dB, les performances de l'ouverture commencent nettement à se dégrader par rapport à celles de l'intercorrélacion et de la transformée de Hough.

En appliquant un faible lissage de la DWV, on améliore la détection à faible rapport signal sur bruit tout en gardant une bonne résolution.

## 4 Conclusion et perspectives

L'application de méthodes de traitement d'images sur la distribution de Wigner-Ville permet non seulement d'améliorer la lisibilité de l'image temps-fréquence sans en détériorer la résolution [9] [10], mais aussi de détecter et de paramétrer des Modulations Linéaires de Fréquence. L'ouverture morphologique est une technique rapide et efficace lorsque le signal n'est pas trop bruité (c'est-à-dire pour  $\text{SNR} > -2$  dB). Elle permet de plus d'estimer la durée et la bande d'une MLF.

Plusieurs axes de recherche sont envisagés pour la suite de ce travail, notamment l'extension de la détection à des composantes autres que des modulations linéaires et l'application d'autres techniques de traitement d'image.

## 5 Références

- [1] P. Flandrin, *Temps-Fréquence*, Edition Hermes, Paris, 1993.
- [2] F. Auger, C. Doncarli, "Un algorithme d'élimination des termes d'interférences de la transformation de Wigner-Ville discrète", 12<sup>ème</sup> Colloque GRETSI, France, 1989, pp. 99-102.
- [3] S. Barbarossa, "Analysis of Multicomponent LFM Signals by a combined Wigner-Hough Transform", IEEE trans. on Signal Processing, juin 1995, vol.43, n°6, pp. 1511-1515.
- [4] O. Lemoine, "Détection de signaux non stationnaires par représentation Temps-Fréquence", Mémoire de thèse, Université de Nice - Sophia Antipolis, 1995.
- [5] V. Pierson, "Extraction de sous-ensembles temps-fréquence en vue d'une prise de décision en non-stationnaire, application en acoustique sous-marine", Mémoire de thèse, INPG, avril 1997.
- [6] M. Sun, C.C. Li, L.N. Sekhar et R.J. Scwabassi, "Elimination of cross-components of the Discrete Pseudo Wigner Distribution via image processing", IEEE ICASSP'89, 1989, pp. 2230-2233.
- [7] J. Serra, *Image Analysis and Mathematical Morphology*, Academic Press, New-York, 1982.
- [8] F. Astrade-Carencotte, M. Chiollaz, M. Jourlin, S. Martinez, "Time-frequency image processing with mathematical morphology", UK Symposium on Applications of Time-frequency and Time-Scale Methods, Coventry, UK, pp. 202-208, août 1995.
- [9] F. Astrade-Carencotte, M. Chiollaz, N. Gache, M. Jourlin, "Détection dans le plan temps-fréquence par application de techniques de reconnaissance de formes", soumis à *Traitement du Signal*.
- [10] F. Astrade-Carencotte, "Application de techniques de reconnaissance de formes sur la distribution de Wigner-Ville", Mémoire de thèse, INPG, 1997
- [11] P.V.C. Hough, "Method and means for recognizing complex patterns", United States Patent, n°3, 069, 654, décembre 1962.