

Détection de rupture dans des signaux harmoniques à partir de la transformée en ondelettes discrète

Eric HITTI, Marie-Françoise LUCAS

Institut de Recherche en Cybernétique de Nantes (ex LAN)

U.M.R. 6597

Ecole Centrale de Nantes, Université de Nantes

1, rue de la Noë, BP 92101, 44321 Nantes Cedex 03, France

Tel : (33) 02 40 37 25 92, Fax : (33) 02 40 37 25 22, e-mail : Eric.Hitti@lan.ec-nantes.fr

RÉSUMÉ

L'objectif de cet article est de présenter et d'analyser un détecteur de ruptures fréquentielles dans des signaux multicomposantes stationnaires par morceaux. Les ruptures considérées correspondent à un déplacement brusque à un instant donné, de l'une des composantes fréquentielles sur l'axe des fréquences. Notre approche consiste à analyser le plan temps-échelle selon des coupes successives, à des échelles fixes, le long de l'axe des temps, en reconstruisant à partir de la DWT des signaux filtrés par bande. Un détecteur, basé sur l'adéquation avec un modèle de rupture, des différents signaux filtrés, permet de mettre en évidence les sauts de fréquences. Une analyse de performance est réalisée sur des signaux synthétiques.

ABSTRACT

The aim of this paper is to present and analyse a spectral changes detector in multicomponent piecewise stationary signals. The considered abrupt changes correspond to a abrupt removal at a given moment, of one of the frequency component along the frequency axis. Our approach consists in analysing the time scale plane according to successive cuts, at fixed scale, along the time axis, by reconstructing bande filtered signals from the DWT. A detector based on the adequacy with a model of rupture, of the different filtered signals, allows to underscore the frequency jumps. A performance analysis is realized from syntetical signals.

1 Introduction

La transformée en ondelettes a été utilisée dans de nombreuses applications pour détecter des transitoires dans un signal plus ou moins large bande ([1], [4], [6]) : l'observation du signal à différentes échelles d'analyse est en effet particulièrement bien adaptée à la mise en évidence des parties du signal caractérisées par un comportement singulier. Le cadre de notre travail est celui des signaux stationnaires par morceaux et l'objectif de cet article est de présenter et d'analyser un détecteur de ruptures fréquentielles dans des signaux multicomposantes. Plus précisément, la classe des signaux qui nous intéresse est celle des signaux à bandes étroites où l'une des composantes fréquentielles présente à un instant donné un déplacement brusque sur l'axe des fréquences. La transformée en ondelettes est alors vue plutôt comme une représentation temps-fréquence du signal, dans laquelle on associe à une échelle d'analyse a une fréquence $f = f_\psi/a$, où f_ψ est la fréquence centrale de l'ondelette. Notre approche consiste à analyser le plan temps-échelle selon des coupes successives, à échelles fixes, le long de l'axe des temps. Les signaux correspondants sont alors considérés comme issus d'un banc de filtres passe-bandes. Un détecteur, basé sur l'adéquation avec un modèle de rupture, des différents signaux filtrés, permet de mettre en évidence les sauts de fréquence.

2 Méthode de détection

Les signaux filtrés aux différentes échelles sont obtenus à partir de la transformée en ondelettes discrète. On considère ensuite leurs signaux de puissance, sur lesquels on construit l'indice de détection.

2.1 Transformée en ondelettes discrète et signaux filtrés

La transformée en ondelettes discrète (DWT) d'un signal $x(t)$ est une représentation non redondante du signal dans le plan temps-échelle. Lorsque l'ondelette d'analyse est issue d'une analyse multirésolution, la DWT correspond à l'échantillonnage de la transformée en ondelettes continue (CWT) sur la grille dyadique et ses coefficients peuvent s'écrire :

$$d_x(i, k) = \langle x, \psi_{ik} \rangle = CWT_x(a = 2^i, t = 2^i k)$$

Elle peut être calculée en utilisant un algorithme pyramidal rapide [7].

Lorsque l'on définit à partir de la CWT, une coupe le long du temps à une échelle a donnée, le signal $x_a(t) = CWT_x(a, t)$ correspond au signal filtré du signal $x(t)$ par le filtre passe-bande de transmittance $\Psi_a(f)$ (où Ψ_a est la transformée de Fourier de $\psi_a(t) = a^{-1/2}\psi(t/a)$). Cette lecture n'est plus possible avec les coefficients $d_x(i, k)$ de

la DWT. En revanche, on peut construire à partir de ces coefficients le signal filtré passe-bande

$$x_i(t) = \sum_k d_x(i, k) \psi'_{ik}(t)$$

où ψ'_{ik} est la duale de ψ_{ik} .

Dans ce cas, la transmittance du filtre est $|\Psi_i(f)|^2$ (où Ψ_i est la transformée de Fourier de ψ_i) [2]. Le signal est donc différent de $x_a(t)$, mais résulte comme lui d'un filtrage passe-bande dépendant de l'ondelette utilisée à l'échelle $a = 2^i$. L'intérêt d'utiliser $x_i(t)$ est qu'il peut être obtenu par l'algorithme pyramidal rapide de reconstruction [7], avec $d_x(l, k) = 0$ pour tout $l \neq i$.

On dispose alors de m signaux (Figure 2) correspondant aux m octaves inspectées à travers les différentes échelles, $\{x_i(nT_e), n = 1, \dots, N\}, i = 1, \dots, m$. Par la suite, nous prendrons $T_e = 1$.

2.2 Indice de détection

L'objectif est de détecter un déplacement d'énergie d'un niveau de résolution vers un autre. C'est pourquoi une rupture n'est validée que si l'on observe au même instant, sur au moins deux niveaux i et dans des directions opposées, un changement de moyenne dans la variance $\{v_i(k)\}$ du signal $\{x_i(k)\}$. Sur chaque niveau on définit un indice local $\{v_r(k)\}$ égal à l'intercorrélacion de $\{v_i(k)\}$ avec un modèle de rupture $\{m_r(n)\}$ correspondant à un saut de moyenne : $\{m_r(k)\}, \{v_i(k)\}$ et $\{v_r(k)\}$ sont définis par :

$$\begin{cases} m_r(k) = 1 & \text{si } k < 0 \\ m_r(k) = -1 & \text{si } k \geq 0 \end{cases}$$

et $\{v_i(k)\}$ est estimé sur une fenêtre glissante centrée sur k et de largeur $p=20$:

$$\begin{aligned} v_i(k) &= E[(x_i(k))^2] \\ v_{ri}(k) &= E[x_i(n) \cdot m_r(n-k)]. \end{aligned}$$

L'indice global $c(k)$ (Figure 3) est défini à partir des indices locaux :

$$c(k) = \max_{i \neq j} \left\{ \text{sqr}t \left(|v_r_i(k) \cdot v_r_j(k)| \right) \right\} * \frac{1}{2} \left| \text{sign}(v_r_i(k)) - \text{sign}(v_r_j(k)) \right|$$

Le premier terme est fonction du produit des intercorrélacions sur les niveaux i et j , il est donc d'autant plus fort que l'on traite les 2 niveaux concernés par la rupture. Le second terme permet de ne prendre en compte que les sauts de sens opposés de manière à minimiser la sensibilité à un bruit affectant plusieurs composantes. Il y a rupture en k si :

$$c(k) > \text{seuil} \text{ et } c(k) \text{ est un maximum local.}$$

3 Résultats

3.1 Signaux tests multicomposantes et ondelette filtrante

Tous les signaux simulés (Figure 1), de longueur N , sont constitués de 2 composantes sinusoidales et présentent une rupture fréquentielle à l'instant r sur l'une d'entre elles :

avant rupture, $k = 1, \dots, r - 1$

$$x(k) = \sin(2\pi f_0 k) + \sin(2\pi f_1 k)$$

après rupture, $k = r, \dots, N$

$$x(k) = \sin(2\pi f_0 k) + \sin(2\pi f_2 k)$$

Les signaux présentent tous une rupture à l'instant $r = 200$. Ils sont en outre perturbés par un bruit blanc de $SNR = 5$ dB.

L'ondelette utilisée pour la décomposition est une ondelette de Daubechies définie sur 20 points.

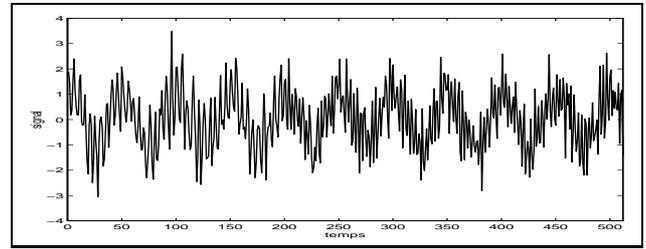


FIG. 1 — Signal test de 512 points présentant une rupture à l'instant 200. $(f_0, f_1, f_2) = (0.02, 0.1, 0.2)$ avec un $SNR=5$ dB.

3.2 Définition des courbes COR utilisées

Les performances du détecteur sont évaluées à deux niveaux :

- pour un triplet fixé $(f_0, f_1, f_2) = (0.02, 0.1, 0.2)$, on trace le pourcentage de bonne détection (VP) en fonction du taux de fausse alarme (FP), pour différentes valeurs du seuil de détection (Figure 4);

- pour un pourcentage de bonne détection fixé à 99% on représente le taux de fausse alarme en fonction de la position du couple (f_1, f_2) le long de l'axe des fréquences (Figure 5), avec $f_2 - f_1 = 0.1$.

Dans les deux cas FP et VP sont déterminés, à partir de 100 réalisations du signal (présentant toutes une rupture à l'instant r), de la manière suivante :

- VP est incrémenté de 1, pour une réalisation donnée, si au moins une rupture est détectée à l'intérieur d'une fenêtre de tolérance centrée sur l'instant vrai r de la rupture ;

- FP est incrémenté de 1 si au moins une rupture est détectée en dehors de la fenêtre de tolérance. FP et VP peuvent donc être tous deux incrémentés sur une même réalisation du signal.

3.3 Performances obtenues

Les figures 2,3,4 illustrent le fonctionnement et les bonnes performances du détecteur sur les signaux caractérisés par

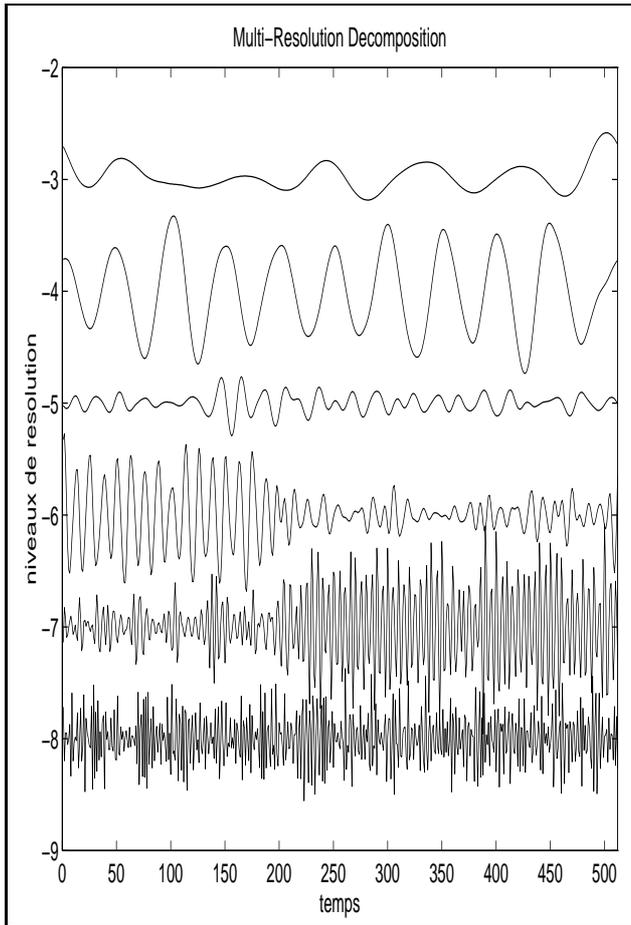


FIG. 2 — Signaux $\{x_i(k)\}$ reconstruits à partir de la DWT et provenant du filtrage de $\{x(k)\}$ par le filtre de réponse $|\Psi_i(f)|^2$.

$(f_0, f_1, f_2) = (0.02, 0.1, 0.2)$ et 5 dB de bruit. Dans ce cas, pour un seuil optimal (appartenant à une large plage de seuils), le taux de fausse alarme est de 1% pour un taux de détection de 99%. L'instant de rupture est détecté en moyenne à l'instant 197 (instant vrai = 200) avec un écart-type de 5 points autour de cet instant.

Le détecteur est relativement peu sensible au bruit et autorise la détection pour un SNR de 0 dB (Figure 6). La qualité du détecteur est cependant soumise à la position des fréquences à analyser. En effet, dans la mesure où la transformée en ondelettes induit un filtrage à $\Delta f/f$ constant, la détection est largement dégradée lorsque le saut de fréquence a lieu à l'intérieur d'une bande correspondant à une même échelle d'analyse. C'est le phénomène qu'illustre la figure 5.

4 Discussion et conclusion

La détection de sauts de moyenne dans les signaux de variance nous a naturellement conduit à utiliser dans une première étape le test du CUSUM de Page-Hinkley [3]. Cependant, l'algorithme présenté ici montre, en raison de sa non séquentialité, des résultats nettement supérieurs en ce qui concerne la localisation temporelle de la rupture et donc le taux de bonne détection. En effet, la construction d'un

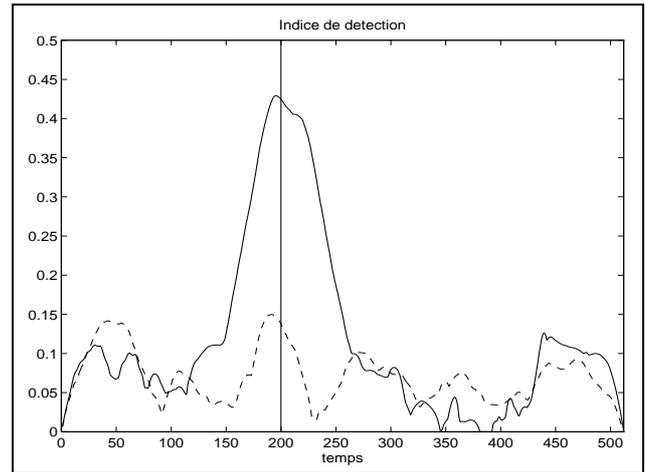


FIG. 3 — Indice de détection $\{c(k)\}$ défini au d'2.2. Le trait pointillé correspond à un cas sans rupture. Le trait continu à un cas de rupture. Le trait vertical marque l'instant vrai de rupture. $(f_0, f_1, f_2) = (0.02, 0.1, 0.2)$ avec un SNR=5 dB.

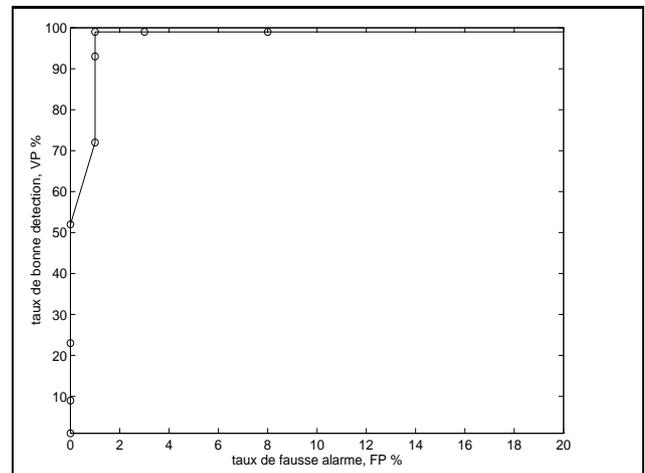


FIG. 4 — Courbe COR indiquant les performances du détecteur, pour différents seuils de détection, calculée sur 100 réalisations du signal. ($f_1 = 0.1$). $(f_0, f_1, f_2) = (0.02, 0.1, 0.2)$ avec un SNR=5 dB.

détecteur basé sur la recherche du maximum local d'un critère, rend la localisation de la rupture moins sensible au choix du seuil.

Une variante de la méthode décrite ci-dessus permet de ne plus considérer seulement les ruptures caractérisées par un déplacement fréquentiel, mais également celles correspondant à l'apparition ou la disparition d'une composante. Dans ce cas, le critère devient simplement :

$$c(k) = \max_i \{|vr_i(k)|\}$$

Le choix d'ondelettes de Daubechies et la définition de l'ondelette sur 20 points correspondent à une nécessaire sélectivité des filtres passe-bande. Une étude incluant l'utilisation d'autres types d'ondelettes et la relation sélectivité des filtres/performances du détecteur est en cours.

Des algorithmes de détection de rupture dans le plan temps-fréquence (spectrogramme) ont été développés pour ce type

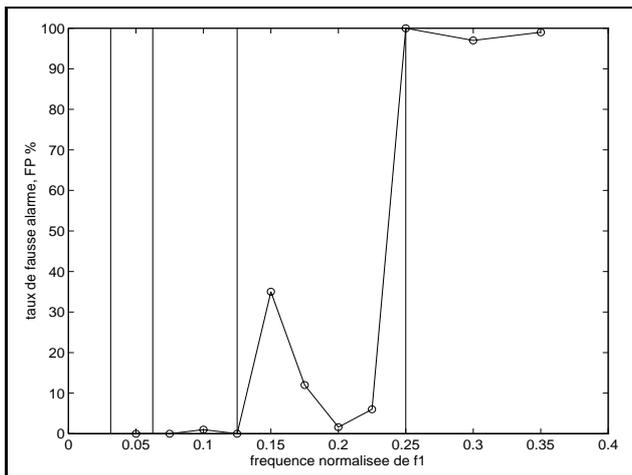


FIG. 5 — Taux de fausse alarme calculé pour un taux de détection de 99 % et exprimé en fonction de la valeur de f_1 ($f_2 - f_1 = 0.1$, f_1 variant de 0.05 à 0.35). Les traits verticaux marquent la largeur de bande théorique des filtres associés à la DWT.

de signaux [5]. Les résultats obtenus avec ces méthodes sont comparables à ceux présentés figure 4.

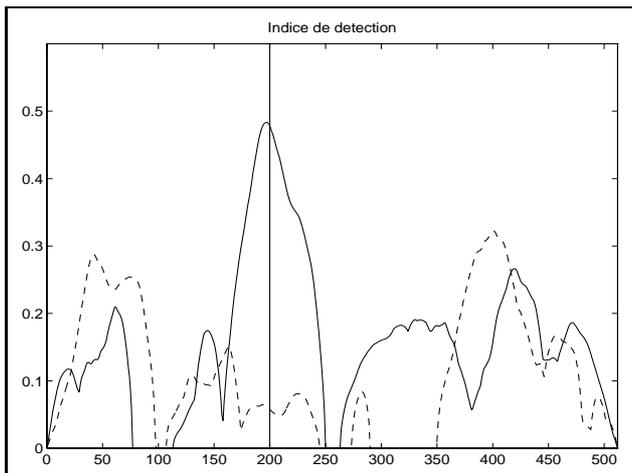


FIG. 6 — Indice de détection $\{c(k)\}$ pour un SNR de 0 dB.

Les limites du détecteur sous sa forme présente tiennent à ce que la qualité de la détection d'un même saut fréquentiel varie selon sa position sur l'axe des fréquences. La solution à ce problème peut être trouvée dans un développement type paquets d'ondelettes, de cette méthode : il est en effet possible, tout en préservant le principe de l'algorithme, d'affiner l'analyse dans les bandes où le signal présente une certaine énergie, en les découpant de manière à isoler les composantes fréquentielles. C'est l'objet de la poursuite de ce travail.

Références

[1] P. Abry. *La transformée en ondelettes - Analyse multirésolution et signaux de pression en turbulence*. Thèse de doctorat, Université C. Bernard, Lyon I, 1994.

[2] P. Abry, S. Fauve, P. Flandrin, C. Laroche. *Analysis of pressure fluctuations in swirling turbulent flows*. Journal de physique II, France, vol. 4, pp. 725-733, 1994.

[3] GDR 134 TdSI. *Segmentation de signaux : fiches descriptives d'algorithmes, 1991*.

[4] S. Kadambe, G.F. Boudreaux-Bartels. *Application of wavelet transform for pitch detection of speech signals*. IEEE Trans. on Info. theory, IT-38(2) : 917-924, 1992.

[5] H. Laurent, C. Doncarli. *Abrupt changes detection in the Time-Frequency Plane*. Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis, Paris, France, pp. 285-288, June 1996.

[6] O. Lemoine. *Détection de transitoires par transformée en ondelettes orthonormale*. 15^e colloque GRETSI, Juan les Pins, 18-21 sept. 1995.

[7] S. Mallat. *Multifrequency channel decomposition of images and wavelet models*. Signal Processing, II(7) : 674-693, 1989.