

# Estimateurs de la cohérence pour l'analyse de signaux SEEG

G. Faucon, R. Le Bouquin Jeannès, J.J. Bellanger

Laboratoire de Traitement du Signal et de l'Image - INSERM - Université de Rennes 1  
Bât. 22 - Campus de Beaulieu - 35042 RENNES CEDEX - FRANCE  
email : Gerard.Faucon@univ-rennes1.fr

## RESUME

Les cohérences ordinaires et partielles sont souvent considérées pour l'analyse de signaux enregistrés lors de crises épileptiques. L'objectif est de déterminer les relations statistiques entre plusieurs voies et l'organisation de l'activité épileptique. Nous étudions par simulation le biais et la variance des cohérences en module. Pour obtenir des estimateurs plus faciles à interpréter, nous calculons la cohérence moyenne. Son biais peut être plus important que l'écart-type. Un algorithme de correction du biais est proposé. Des résultats sur signaux réels sont présentés et interprétés.

## 1. INTRODUCTION

Ce travail porte sur l'étude de signaux stéréoelectroencéphalographiques (SEEG) relevés lors de crises d'épilepsie. Les objectifs cliniques visés sont de parvenir à une appréciation des relations entre voies ainsi que de leur évolution lors d'une crise et à plus long terme de déterminer la propagation de l'activité dans les structures, voire la localisation de foyers dits épileptogènes. Pour répondre à ces objectifs, nous avons choisi d'utiliser les fonctions de cohérence ordinaire et partielle. Cette dernière permet notamment de connaître la contribution d'un signal dans la génération de deux autres signaux. Afin de faciliter l'interprétation des résultats de cohérence entre signaux, nous introduisons la notion de cohérence moyenne en fréquence pour obtenir un estimateur fonction du temps de variance faible. Après un rappel de quelques définitions, nous verrons comment sont calculés les différents estimateurs. Nous avons ensuite conduit une étude expérimentale du biais et de la variance du module de la cohérence (ordinaire ou partielle). Elle montre que le biais peut être important et qu'il s'avère nécessaire de procéder à sa correction. Celle-ci est d'autant plus indispensable que l'on s'intéresse à des cohérences faibles ou que l'on cherche à comparer la cohérence entre deux quantités et cette même cohérence conditionnellement à une troisième grandeur. Sont ensuite présentés quelques résultats sur des signaux réels enregistrés sur un patient lors d'une crise d'épilepsie, à partir desquels nous dressons quelques conclusions.

## 2. ESTIMATEURS DE COHERENCE

Les signaux SEEG sont recueillis (à une fréquence d'échantillonnage de 200 Hz) sur différents plots d'électrodes implantées dans le cortex. Ceux-ci traduisent l'activité des structures dans lesquelles les plots correspondants sont localisés. Les signaux relevés lors des crises sont fortement non stationnaires et leur examen visuel permet à des experts cliniciens de distinguer les différentes phases d'une crise. Différents outils,

## ABSTRACT

The ordinary and the partial coherences are under investigation for the analysis of epileptic seizures. The objective is to determine statistical relations between multi-electrode data and the organization of the epileptic activity. The bias and the variance of the coherence amplitude are studied by simulations. In order to get results easier to interpret, we introduce the averaged coherence. Its bias may be much more important than the standard deviation. An algorithm for reducing the bias is proposed. Results on real signals recorded during an epileptic seizure are presented.

paramétriques ou non, permettent de connaître le degré de relation entre voies et de détecter certains changements d'activité. L'outil considéré ici est la cohérence, grandeur fonction de la fréquence, dont nous rappelons l'écriture. Soient  $\{x_{i,t}\}$ ,  $i=1, 2, \dots, M$ , les signaux temporels recueillis sur  $M$  voies. Si l'on suppose ces signaux conjointement stationnaires, la cohérence ordinaire entre les signaux  $x_{i,t}$  et  $x_{j,t}$ ,  $i \neq j$ , est une mesure permettant d'évaluer leur degré de liaison linéaire et est définie par [1] :

$$\rho_{ij}(f) = \frac{\gamma_{x_i x_j}(f)}{\sqrt{\gamma_{x_i x_i}(f) \gamma_{x_j x_j}(f)}} \quad (1)$$

où  $\gamma_{x_i x_i}(f)$ ,  $\gamma_{x_j x_j}(f)$  et  $\gamma_{x_i x_j}(f)$  représentent respectivement les densités spectrales de puissance de  $x_{i,t}$ ,  $x_{j,t}$  et la densité interspectrale entre  $x_{i,t}$  et  $x_{j,t}$ , à la fréquence  $f$ . Nous nous intéressons à la cohérence partielle dans le but de déterminer, pour trois voies données, si l'une d'entre elles peut être interprétée comme une "source". Cette idée a déjà été utilisée en [2,3] pour l'étude de signaux SEEG. Pour des modèles de relation entre voies proposés dans la littérature, les différences entre cohérence ordinaire et cohérence partielle permettent de déterminer le signal source [4]. La cohérence partielle entre deux signaux  $x_{i,t}$  et  $x_{j,t}$  conditionnellement à un troisième signal  $x_{k,t}$  représente la cohérence entre les résidus de prédiction des deux premières voies, prédictions faites à partir de la troisième. Elle se définit comme :

$$\rho_{e_i e_j}(f) = \frac{\gamma_{e_i e_j}(f)}{\sqrt{\gamma_{e_i e_i}(f) \gamma_{e_j e_j}(f)}} \quad (2)$$

où  $e_{i,t}$  et  $e_{j,t}$  sont les résidus de prédiction. Cette cohérence partielle, notée  $\rho_{ij/k}(f)$ , peut également s'exprimer en fonction des cohérences entre les signaux pris deux à deux :

$$\rho_{ij/k}(f) = \frac{\rho_{ij}(f) - \rho_{ik}(f)\rho_{kj}(f)}{\sqrt{(1-|\rho_{ik}(f)|^2)(1-|\rho_{jk}(f)|^2)}} \quad (3)$$

Pour faciliter l'interprétation des résultats de cohérence, nous utilisons la cohérence moyenne [2] définie comme la moyenne de l'amplitude de la cohérence sur un ensemble de fréquences  $\{f_l, l=1,2,\dots,F\}$  :

$$\overline{|\rho_{ij}|} = \frac{1}{F} \sum_{l=1}^F |\rho_{ij}(f_l)| \quad (4)$$

où  $f_l$  représente la fréquence et  $F$  le nombre de fréquences considérées. De la même façon, la cohérence partielle moyenne s'écrit :

$$\overline{|\rho_{ij/k}|} = \frac{1}{F} \sum_{l=1}^F |\rho_{ij/k}(f_l)|. \quad (5)$$

Ce moyennage a pour conséquence de diminuer la variance des estimateurs correspondants.

En pratique, les signaux n'étant que localement stationnaires, on utilise un estimateur séquentiel de la cohérence ordinaire  $\hat{\rho}_{ij}(f_l, m)$ , estimateur de  $\rho_{ij}(f_l)$  au bloc  $m$ , calculé sur un nombre fini de blocs et donné par :

$$\hat{\rho}_{ij}(f_l, m) = \frac{\hat{\gamma}_{x_i x_j}(f_l, m)}{\sqrt{\hat{\gamma}_{x_i x_i}(f_l, m) \hat{\gamma}_{x_j x_j}(f_l, m)}} \quad (6)$$

où les estimées des densités spectrales et/ou interspectrale sont calculées comme suit :

$$\hat{\gamma}_{x_i x_j}(f_l, m) = \frac{1}{N} \sum_{n=m-N+1}^m X_i(f_l, n) X_j^*(f_l, n), \quad (7)$$

$n$  représente le numéro du bloc,  $N$  est le nombre de blocs (recouverts ou non) sur lequel est faite l'estimation,  $X_i(f_l, n)$  et  $X_j(f_l, n)$  les spectres des signaux  $x_{i,t}$  et  $x_{j,t}$ . La cohérence partielle est alors calculée directement à partir des estimées des cohérences ordinaires,

$$\hat{\rho}_{ij/k}(f_l, m) = \frac{\hat{\rho}_{ij}(f_l, m) - \hat{\rho}_{ik}(f_l, m) \hat{\rho}_{kj}(f_l, m)}{\sqrt{(1 - |\hat{\rho}_{ik}(f_l, m)|^2)(1 - |\hat{\rho}_{jk}(f_l, m)|^2)}}. \quad (8)$$

Les estimateurs des cohérences ordinaire et partielle moyennes sont obtenus en remplaçant dans (4) et (5) les cohérences exactes par les estimées respectivement données en (6) et (8).

### 3. BIAIS ET VARIANCE

Pour juger de la précision des estimateurs présentés précédemment, nous avons étudié le biais et la variance du module de la cohérence. Carter a déjà proposé en [5] une étude du biais et de la variance de son module carré. Il a établi des formules dans le cas où l'estimation est faite sans recouvrement et étudié par simulation le cas avec recouvrement. Un certain nombre de propriétés ont été établies que nous retrouvons dans notre étude. Les propriétés (biais et variance) de  $|\hat{\rho}_{ij}|$  (comme estimateur de  $|\rho_{ij}|$ ) en fonction de  $|\rho_{ij}|$  peuvent être évaluées expérimentalement, pour différentes valeurs de  $N$  et différentes valeurs de recouvrement, sur des signaux gaussiens. Le modèle que nous avons choisi est celui indiqué en pointillés sur la Figure 1 où  $H_{ij}$  représente un filtre à réponse impulsionnelle finie et  $b_i$  un bruit de densité spectrale de puissance connue.

Pour l'étude du biais et de la variance du module de la cohérence partielle, nous utilisons le modèle global proposé en [4] et donné Figure 1 où  $H_{jk}$  et  $H_{ik}$  représentent des filtres à réponse

impulsionnelle finie et  $b_j, b_k$  des bruits de densité spectrale de puissance connue. Les différentes grandeurs  $x_i, b_i, b_j, b_k$  sont indépendantes entre elles. En fait, trois cohérences ordinaires et partielles peuvent être estimées.

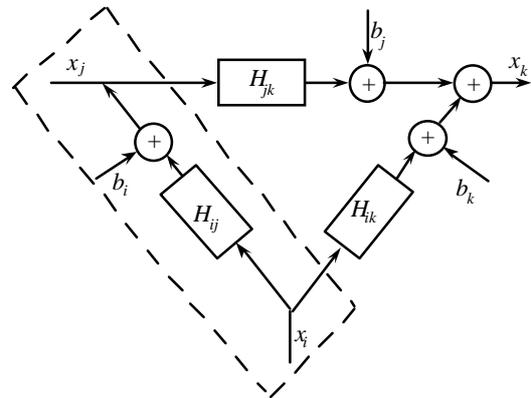


Figure 1. Modèle pour l'étude des cohérences

Les simulations sont faites sur des blocs de 256 échantillons pondérés par des fenêtres de Hamming et les spectres  $X_i(f_l, n)$  et  $X_j(f_l, n)$  sont obtenus par FFT. Une série d'expérimentations a tout d'abord confirmé le résultat de Carter, à savoir que, sous des conditions données, le biais et la variance ne dépendent que du module de la cohérence, quelle que soit la fréquence.

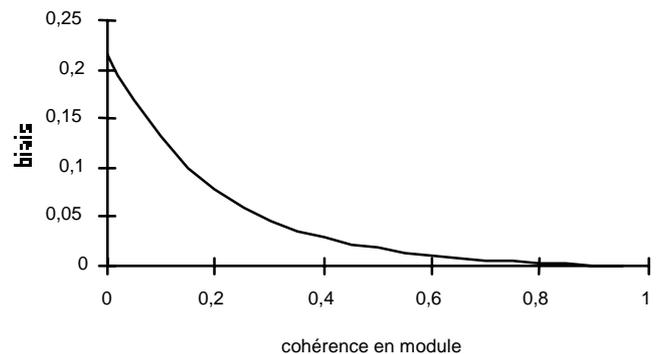


Figure 2. Courbe de biais initial

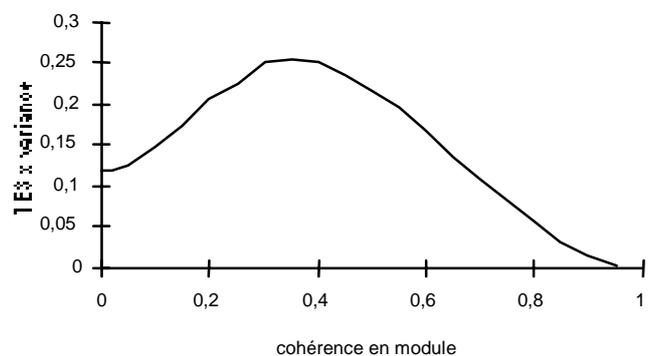


Figure 3. Courbe de variance initiale

De plus, l'expérimentation montre que la cohérence partielle possède le même biais et la même variance que la cohérence, pour des valeurs du module égales. Ceci peut se justifier par le fait que la cohérence partielle représente également une cohérence entre deux signaux et par conséquent son comportement est le même. Par la suite, nous désignerons donc par  $\rho$  la cohérence que ce soit une cohérence ordinaire ou partielle. De façon générale, pour un

nombre de blocs et un recouvrement donnés, le biais de  $|\hat{\rho}|$  fonction de  $|\rho|$ , noté  $B(|\rho|)$ , est une fonction décroissante alors que la variance  $\sigma_{|\hat{\rho}|}^2$  est une fonction unimodale. On montre que le biais et la variance décroissent lorsque le recouvrement augmente. Ces résultats confirment ceux de Carter. Si l'on examine le biais et la variance de l'estimateur de la cohérence moyenne, pour un processus stationnaire et une cohérence constante sur toutes les fréquences, le biais reste inchangé et la variance conserve la même allure avec des valeurs plus faibles (réduites par un facteur d'environ  $F$ ). Un bon compromis performance/complexité consiste à utiliser un recouvrement de 50%. Pour 10 blocs adjacents, ce qui correspond à une durée sur laquelle les signaux SEEG sont stationnaires, et un recouvrement de 50% ( $N=19$ ), nous avons étudié par simulation le biais et la variance de la cohérence moyenne, pour un module de cohérence théorique donné (Figures 2 et 3). Le biais maximum vaut  $B(0) \approx 0.21$  et la variance est maximale pour  $|\rho| \approx 0.4$ , et vaut environ  $2.5 \cdot 10^{-4}$ .

#### 4. ALGORITHME DE CORRECTION

A une fréquence donnée, le biais est d'autant plus important que le module  $|\rho(f_i)|$  est faible. Pour de faibles valeurs de la cohérence moyenne exacte, le biais de l'estimateur devient nettement plus élevé que l'écart-type. De plus, en considérant des paires distinctes de signaux pour lesquelles deux cohérences notées  $\rho_1(f)$  et  $\rho_2(f)$  peuvent être évaluées, dans la situation  $|\rho_1(f)| \neq |\rho_2(f)|$  avec  $|\rho_1| = |\rho_2|$ , les espérances des estimées de ces modules ne sont pas égales en général, les biais à chaque fréquence n'étant pas les mêmes. Le moyennage fait perdre de l'information et peut conduire à une mauvaise interprétation des résultats. En conséquence, on propose une méthode qui consiste à réduire le biais de  $|\hat{\rho}(f_i, m)|$ , pour chaque fréquence, et donc le biais de la cohérence moyenne. La procédure qui s'applique quel que soit le type de cohérence, ordinaire ou partielle, est la suivante (les variables  $f_i$  et  $m$  ont été omises dans certaines formules pour des raisons de clarté) :

- i)  $B(|\rho|)$  est supposée connue pour  $P$  valeurs  $\{|\rho_1|, \dots, |\rho_P|\}$  de  $|\rho|$
- ii) on considère l'application  $g$  définie par  $g(u) = B(|\rho|)$ , où  $u = |\rho| + B(|\rho|)$ , qui peut être numériquement évaluée par interpolation à partir d'une table faisant correspondre les valeurs de  $|\rho_p| + B(|\rho_p|)$  et  $B(|\rho_p|)$ ,  $p = 1, \dots, P$
- iii) on définit un nouvel estimateur  $\hat{\rho}^c$  de  $|\rho|$  en soustrayant une estimée du biais de l'estimateur initial :

$$\hat{\rho}^c = |\hat{\rho}| - g(|\hat{\rho}|) \quad (9)$$

- iv) si l'on s'intéresse à la cohérence à chaque fréquence, la cohérence corrigée est modifiée comme suit :

$$\hat{\rho}^c(f_i, m) = \max(0, \hat{\rho}^c(f_i, m)) \quad (10)$$

- v) si l'on s'intéresse à la cohérence moyenne corrigée, celle-ci devient :

$$\hat{\rho}^c(m) = \max\left(0, \frac{1}{F} \sum_{i=1}^F \hat{\rho}^c(f_i, m)\right). \quad (11)$$

On vérifie expérimentalement que le biais est bien réduit (Figure 4) alors que la variance non représentée ici reste du même ordre de grandeur.

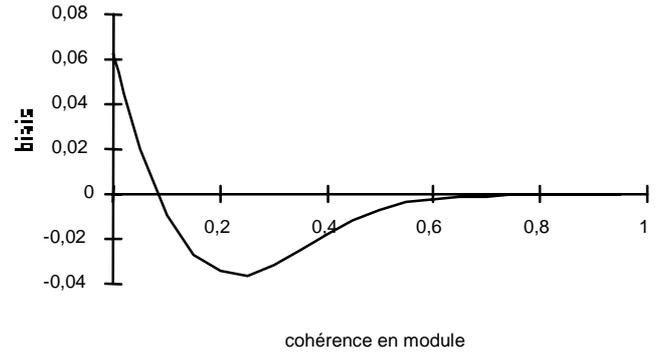


Figure 4. Biais de l'estimateur corrigé

L'étude expérimentale menée précédemment donne le biais en fonction du module de cohérence. Ce résultat est établi pour des signaux simulés gaussiens. Il nous reste à valider le système de correction sur des signaux SEEG *a priori* non gaussiens. Pour ceci, sur une portion de signal SEEG considérée comme stationnaire sur une dizaine de blocs, nous appliquons un filtrage à la sortie duquel nous ajoutons un bruit de densité spectrale de puissance connue pour obtenir un second signal. Ceci permet de disposer, à chaque fréquence, d'une bonne approximation de la cohérence exacte entre les deux signaux disponibles et donc de la cohérence moyenne théorique. Cette valeur est comparée à la cohérence moyenne expérimentale obtenue avec et sans correction. Les résultats non présentés ici montrent l'intérêt de la correction proposée.

Comme pour la cohérence ordinaire, le biais et la variance du module estimé de la cohérence partielle sont uniquement fonction de celui-ci. On peut donc appliquer le même type de correction que précédemment. Lorsque la troisième voie influence les deux premières, la cohérence partielle est plus faible que la cohérence ordinaire et possède donc un biais plus important. Par conséquent, la correction s'avère très utile afin de mieux apprécier cette influence.

#### 5. RÉSULTATS SUR SIGNAUX RÉELS

Sur l'ensemble des signaux relevés sur un patient lors d'une crise, nous en avons sélectionné trois qui paraissaient les plus pertinents aux yeux des experts. Ces signaux sont enregistrés dans les trois structures cérébrales suivantes : le noyau amygdalien, la corne d'Amon antérieure et la corne d'Amon postérieure. Nous avons représenté Figure 5 les signaux temporels correspondants. Les trois figures suivantes (Figures 6 à 8) donnent l'évolution temporelle des trois cohérences ordinaires et partielles moyennes après correction du biais. Le moyennage est fait sur les fréquences allant de 0 à 25 Hz. Sur ces figures, on note une remontée des cohérences lors du début électrique de la crise repéré par (1) sur la figure 5 et situé vers 45 s, également lors de l'apparition des premiers signes cliniques repérée par (2) vers 110 s, suivie d'une chute, ensuite les cohérences restent élevées durant la période d'envahissement (à partir de 130 s). D'autre part, en comparant sur chacune des Figures 6 à 8 la différence entre les deux courbes tracées, on constate que la différence est la plus grande sur la Figure 7. Ceci semble indiquer que la corne d'Amon antérieure est un "foyer épileptogène" vis-à-vis des deux autres structures. Ce résultat est en accord avec les conclusions des experts cliniciens. A titre de comparaison, nous avons tracé Figure 9 les cohérences ordinaire et partielle moyennes sans utiliser l'algorithme de

correction, cohérences calculées entre le noyau amygdalien et la corne d'Amon postérieure conditionnellement ou non à la corne d'Amon antérieure, c'est-à-dire pour la situation donnant la différence entre cohérence ordinaire et cohérence partielle la plus élevée. On note alors que la différence obtenue sans correction est plus faible que celle obtenue avec correction. En conséquence, il paraît plus facile d'identifier la structure qui serait le "foyer épileptogène" vis-à-vis des deux autres en interprétant les cohérences corrigées.

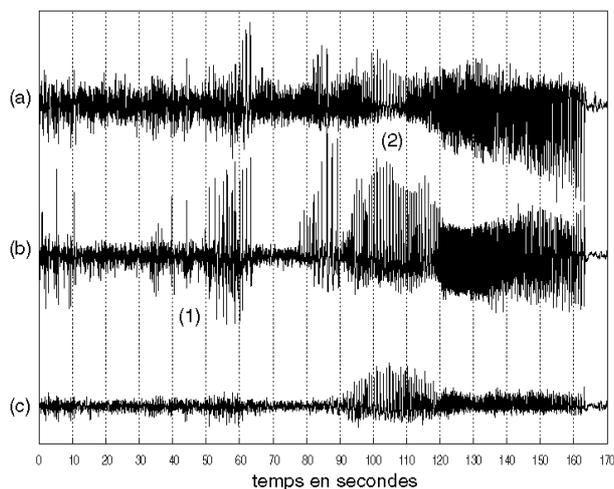


Figure 5. Signaux temporels : a) noyau amygdalien, b) corne d'Amon antérieure, c) corne d'Amon postérieure

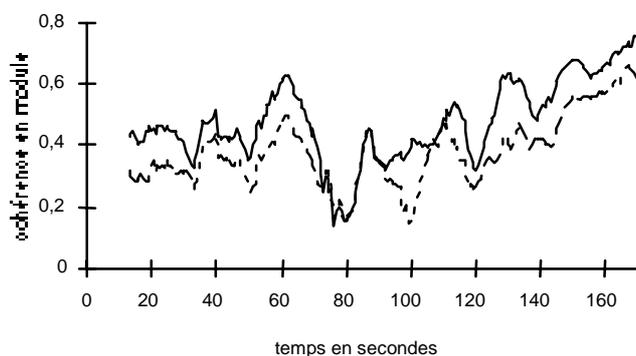


Figure 6. Cohérence moyenne corrigée entre le noyau amygdalien et la corne d'Amon antérieure  
—— ordinaire - - - - - partielle

## 6. CONCLUSION

Nous avons proposé un estimateur du degré de relation linéaire entre deux voies, facile à interpréter. L'étude de son biais et de sa variance conduit à proposer un algorithme de correction donnant un nouvel estimateur à biais réduit. Ce type de correction est applicable aussi bien sur la cohérence ordinaire que sur la cohérence partielle. L'intérêt de cette correction est d'autant plus grand pour l'interprétation de faibles cohérences et pour la comparaison cohérence ordinaire/cohérence partielle.

**Remerciements.** Nous remercions l'Unité d'Épileptologie Clinique, Service de Neurologie du Centre Hospitalier de Pontchaillou à Rennes pour la base de données cliniques.

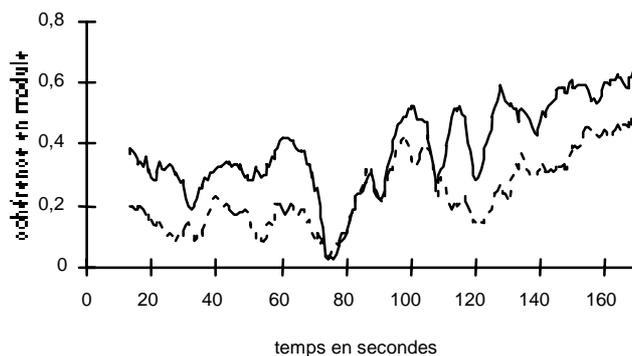


Figure 7. Cohérence moyenne corrigée entre le noyau amygdalien et la corne d'Amon postérieure  
—— ordinaire - - - - - partielle

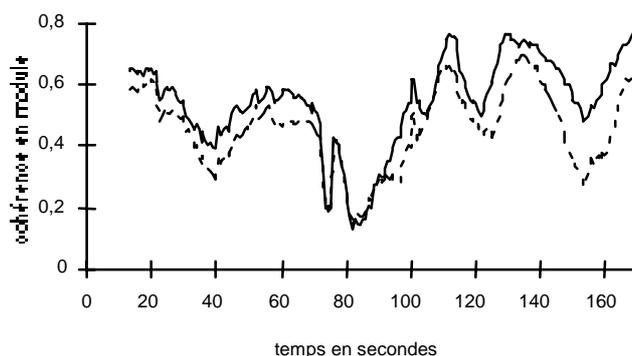


Figure 8. Cohérence moyenne corrigée entre la corne d'Amon antérieure et la corne d'Amon postérieure  
—— ordinaire - - - - - partielle

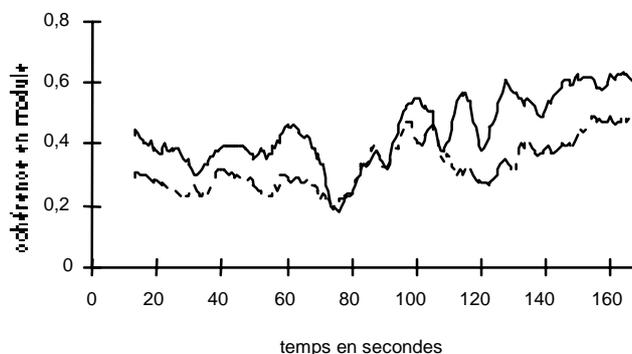


Figure 9. Cohérence moyenne entre le noyau amygdalien et la corne d'Amon postérieure  
—— ordinaire - - - - - partielle

## Références

- [1] J.S. BENDAT, A.G. PIERSOL, "Random Data: Analysis and Measurement Procedures", Wiley-Interscience, 1971.
- [2] Y.C. TSAI *et al.*, "Identification of Seizure Pathways by Spectral Analysis of EEG", EMBS, Montréal, 1995.
- [3] W. GERSCH, G.V. GODDARD, "Epileptic Focus Location: Spectral Analysis Method", Science, vol. 169, pp. 701-702, Aug. 1970.
- [4] J.P.M. PIJN, "Quantitative Evaluation of EEG Signals in Epilepsy", Ph.D. Thesis, Amsterdam, 1990.
- [5] G.C. CARTER, C.H. KNAPP, A.H. NUTALL, "Estimation of the Magnitude-Squared Coherence Function via Overlapped Fast Fourier Transform Processing", IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics, vol. AU-21, n°4, pp. 337-344, Aug. 1973.