# RECONSTRUCTION 3D EN TOMOGRAPHIE PAR RAYONNEMENT SYNCHROTRON COHERENT

F. PEYRIN<sup>1, 2</sup>, P. CLOETENS<sup>2,3</sup>, M. SALOME-PATEYRON<sup>1, 2</sup>, J. BARUCHEL<sup>2</sup>, P. SPANNE<sup>2</sup>

<sup>1</sup>: CREATIS, 502, INSA, 69621 Villeurbanne Cedex, FRANCE

 $^2$ : European Synchrotron Radiation Facility (ESRF), BP 220, 38043 Grenoble Cedex, FRANCE

 $^3$ : EMAT, RUCA, B 2020 Antwerpen, BELGIQUE

contact : cloetens@ersf.fr, francoise.peyrin@creatis.insa-lyon.fr

#### Résumé

#### Abstract

Un système de microtomographie 3D utilisant le rayonnement synchrotron très cohérent de l'ESRF de Grenoble, a été développé. Nous discutons ici les spécificités de ce type d'imagerie tomographique. En effet, la cohérence spatiale de la source de rayons X de l'ESRF, engendre outre les effets d'atténuation conventionnels, des phénomènes dits de « contraste de phase ». Ceux-ci sont liés à des interférences entre les ondes diffractées par l'échantillon après propagation, lorsque l'échantillon est placé à une distance non nulle du détecteur. Nous montrons que sous certaines conditions. les algorithmes de reconstruction conventionnels sont utilisables. L'image reconstruite possède alors une contribution liée à l'atténuation, et une contribution liée aux brusques variations dans l'indice de réfraction.

## I. INTRODUCTION

Un système de microtomographie par rayons X a été développé à l'ESRF de Grenoble. Ce système permet d'obtenir des images tridimensionnelles avec une résolution spatiale bien plus élevée que les scanners X conventionnels (résolution dans le plan de coupe de l'ordre de 500 microns, résolution inter-coupe de l'ordre du millimètre). Le dispositif d'acquisition utilise un détecteur surfacique 2D haute résolution, qui permet de reconstruire des images 3D, ayant un pas d'échantillonnage isotrope de 6.65 microns. Ce système est actuellement aussi bien utilisé pour des applications biologiques ( étude de la structure trabéculaire osseuse), que pour la caractérisation de matériaux.

En tomographie X conventionnelle, le problème direct est modélisé par une transformation de Radon, traduisant un effet d'atténuation. Du fait de la très haute cohérence spatiale de la source de rayons X de l'ESRF, la modélisation du problème direct, ne se réduit pas ici à de simples effets d'atténuation, si la distance échantillon-détecteur est non nulle. Il apparaît alors un contraste lié à la modulation de la phase par l'objet. Physiquement ce contraste est dû à un phénomène de diffraction de Fresnel qui se traduit par des interférences entre les ondes diffractées par l'échantillon après propagation [1] [2]. A system of truly 3D microtomography using the coherent synchrotron radiation delivered by ESRF, has been developed. We discuss the specificities of such a system relatively to the coherence property. Indeed, this property is responsible, in addition to the conventional effects of attenuation, of phase contrast phenomena occuring when the sample is at a non zero distance from the detector. These are related to the interference between the waves diffracted by the sample after propagation. We show that under some conditions, it is possible to use the conventional reconstruction algorithms. In this case, the reconstructed image is the sum of the absorption image, and a derivative of the real part of the complex refractive index.

Dans ce papier, nous nous proposons de développer les spécificités de l'imagerie tomographique 3D par rayonnement synchrotron, et de préciser les limites d'applicabilité des algorithmes de reconstruction conventionnels, en particulier lorsque des phénomènes de contraste de phase sont présents.

## II. . SYSTEME D'ACQUISITION ET PARTICULARITES

Le principe de l'acquisition est similaire à celui utilisé en tomographie X assistée par ordinateur, c'est-à-dire consiste à effectuer des mesures pour différentes rotations d'un échantillon dans le faisceau. Nous avons implanté un système tomographique en géométrie parallèle 3D, sur la ligne ID 19 de l'ESRF (ligne Topographie et Diffraction Haute résolution) [3]. Le rayonnement monochromatique X utilisé est obtenu en sélectionnant dans le faisceau blanc produit par le rayonnement synchrotron, une bande trés étroite en énergie (0.01%). Ceci est réalisé par diffraction de sur un cristal parfait de Bragg silicium (monochromateur). Pour chaque angle de rotation, une projection 2D de l'échantillon, est acquise, grâce à un détecteur développé autour d'une caméra CCD 1024 x1024 (Caméra FRELON, ESRF Detector Group) [4].





Figure 1 : Schéma du système d'acquisition.

Trois propriétés propres au rayonnement synchrotron sont avantageuses pour la tomographie : la monochromaticité, le flux élevé, et la cohérence spatiale.

La monochromaticité est une hypothèse de base dans les algorithmes de reconstruction tomographique. Sous cette hypothèse le problème est linéaire et les d'atténuation sont modélisés effets par une transformation de Radon. Lorsque l'on utilise un faisceau polychromatique produit par un tube standard de rayons X, il se produit des effets de durcissement de faisceau. Ceux ci, se traduisent par une non-linéarité du problème, qui si elle est négligée engendre des artefacts. En disposant d'une source de rayons X monochromatique, il devient donc possible d'obtenir des valeurs de coefficients d'atténuation relativement exactes, et donc de faire de la tomographie quantitative. Par ailleurs, l'énergie du faisceau peut être réglée de façon optimale par rapport à la composition de l'échantillon, en jouant sur l'angle d'incidence du faisceau sur le monochromateur.

Le flux de photons est bien plus élevé qu'avec un tube standard de rayons X. Cette propriété est d'autant plus importante que l'on souhaite obtenir une image avec une résolution spatiale élevée. En effet, il est prouvé que si a est la taille de la cellule détectrice, le flux de photons doit être inversement proportionnel à a<sup>3</sup>, pour produire des images à rapport signal sur bruit égal. D'autre part, le flux élevé est également nécessaire pour conserver suffisamment de photons après passage du faisceau dans le monochromateur. Dans notre système, le flux du faisceau monochromatique utilisé est de l'ordre de 10<sup>10</sup> photons/sec/mm<sup>2</sup>.

La cohérence spatiale du faisceau est particulièrement importante à l'ESRF (distance de cohérence transverse de l'ordre de 100 µm). Elle permet de mettre en oeuvre un nouveau mode d'imagerie, sensible à la phase, en simplement les exploitant phénomènes de propagation. La modulation de phase donne dans la plupart des cas, un contraste largement supérieur à celui dû à l'atténuation. De ce fait, cette technique est particulièrement intéressante pour l'étude de matériaux légers, à haute résolution et à énergie élevée. La modélisation de cet effet est décrite dans le paragraphe suivant.

## III. MODELISATION DU PROBLEME DE RECONSTRUCTION

### a) Modélisation du problème direct

Nous considérons le dispositif d'acquisition présenté sur la figure 1. Soit  $\lambda$ , la longueur d'onde du faisceau de rayons X, et d, la distance entre le détecteur et de l'échantillon. Nous notons  $\mu(x,y,z)$  la distribution tridimensionnelle du coefficient d'atténuation de l'échantillon dans l'espace, pour cette longueur d'onde. Afin de modéliser le phénomène de propagation, nous sommes amenés à introduire également n(x,y,z), la distribution de la partie réelle de l'indice de réfraction complexe de l'échantillon dans l'espace [5].

Soit  $u_0(x,y)$  le champ d'onde incident avant l'objet, supposé être une onde plane monochromatique d'intensité uniforme  $|u_0(x,y)|^2 = i_0$ . Le champ obtenu immédiatement après l'échantillon u(x,y), peut s'écrire comme [6] :

$$u(x,y) = u_0(x,y) M(x,y) \exp(i \phi(x,y))$$
 (1)

où le module M(x,y) = exp( - 
$$\int \mu(x,y,z)/2 dz$$
)  
et la phase  $\varphi(x,y) = (2\pi/\lambda) \int (n(x,y,z) - 1) dz$ 

Les intégrales portent sur la variable z, représentant la direction de propagation (les expressions pour une rotation quelconque de l'échantillon autour de l'axe Ox, sont obtenues de façon similaire ).

Notons  $I_d(x,y)$  l'intensité enregistrée sur le détecteur. Si d=0,  $I_o(x,y)$  s'exprime :

$$I_0(x,y) = i_0 M^2(x,y) = i_0 \exp(-\int \mu(x,y,z) dz)$$
(2)

Cette quantité est identique à celle obtenue en tomographie X conventionnelle sous l'hypothèse de monochromaticité.

Si d $\neq$ 0, l'onde propagée peut s'exprimer par une convolution de u(x,y) avec un noyau caractéristique du milieu , qui est dans notre cas donné dans le domaine spatial (k<sub>d</sub>(x,y)) ou fréquentiel (K<sub>d</sub>(u,v))par [6]:

$$k_{d}(x,y) = (-i/\lambda d) \exp(i\pi (x^{2}+y^{2})/\lambda d)$$
(3)  
$$K_{d}(u,v) = \exp(-i\pi\lambda d (u^{2}+v^{2}))$$

L'intensité enregistrée sur le détecteur est alors obtenue comme le module carré suivant :

$$I_{d}(x,y) = | u(x,y) * k_{d}(x,y) |^{2}$$
(4)

En développant l'expression précédente, et sous une hypothèse de faible défocalisation (c.a.d pour  $\lambda d(u^2+v^2) <<1$ ), on obtient :

$$I_{d}(x,y) = i_{0} M^{2}(x,y) (1 - \frac{\lambda d}{2\pi} \nabla^{2} \phi(x,y)) - 2 i_{0} M(x,y) \frac{\lambda d}{2\pi} < \nabla M(x,y), \nabla \phi(x,y) > (5)$$

où  $\nabla = (\delta/\delta x, \delta/\delta y)$  dénote l'opérateur de gradient,  $\nabla^2$  le laplacien, et < , > le produit scalaire.

Si le terme d'absorption M(x,y) varie lentement par rapport au terme de modulation de phase, le dernier terme de l'expression précédente peut être négligé :

$$I_{d}(x,y) = i_{0} M^{2}(x,y) (1 - \frac{\lambda d}{2\pi} \nabla^{2} \phi(x,y))$$
(6)

En faisant de plus l'hypothèse que  $\frac{\lambda d}{2\pi} \nabla^2 \varphi(\mathbf{x},\mathbf{y}) \ll 1$ ,

la dernière expression peut donc être réecrite de façon équivalente:

$$I_{d}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \mathbf{i}_{0} \mathbf{M}^{2}(\mathbf{x},\mathbf{y}) \exp\left(-\frac{\lambda d}{2\pi} \nabla^{2} \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{x},\mathbf{y})\right)$$
(7)

#### b) Conséquence sur l'inversion

L'intensité enregistrée sur le détecteur s'exprime comme un produit d'exponentielles des contributions d'absorption et de phase. En prenant le logarithme de la relation (7), on obtient donc :

$$\ln(\mathbf{i}_{0}/\mathbf{I}_{d}(\mathbf{x},\mathbf{y})) = (\int \mu(\mathbf{x},\mathbf{y},z) \, dz) + d \left(\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}}\right) (\int n(x,y,z) dz)$$
(8)

Le premier terme correspond à la transformée de Radon du coefficient d'atténuation, tel qu'il apparait en tomographie X standard. Le second, fait apparaître le laplacien de la transformée de Radon de la partie réelle de l'indice de réfraction.



**Figure 3** : a) projections obtenues pour un cylindre  $\Phi$ =1mm, et d= 0.1m (haut : exact, bas: approché)

D'après les propriétés de la transformée de Radon, l'expression (8) peut être réecrite :

$$\ln(i_0/Id(x,y)) = \int (\mu(x,y,z) + d\nabla^2 n(x,y,z)) dz$$
 (9)

où  $\nabla^2$  représente ici un laplacien tridimensionnel :

$$\nabla^2 \mathbf{n}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)(n(x,y,z))$$

Cette quantité est du type Transformée de Radon, et peut donc être inversée au moyen d'algorithmes de reconstruction conventionnels. L'image reconstruite apparait donc comme la somme d'une contribution liée à l'atténuation  $\mu(x,y,z)$ , à laquelle se superpose une contribution liée aux brusques variations dans l'indice de réfraction. Notons, que si d=0, seule la contribution de l'absorption apparaît.

#### **IV. EXEMPLES**

Nous avons simulé les images obtenues sur le détecteur pour un cylindre en polystyrène de diamètre 1 mm. La longueur d'onde du faisceau a été choisie à  $\lambda$  = 0.54 Å (énergie 23 keV). La figure 2 représente une coupe horizontale de l'image obtenue pour une distance d=0 : on obtient un profil d'atténuation standard. Les figures 3 a) et b) représentent les résultats obtenus à partir de la simulation exacte (relation (4)) et après approximation (relation (6)), pour deux distances objet-détecteur égales à 0.1 et 1 m.



**Figure 2** : projection obtenues pour un cylindre  $\Phi$ =1mm, pour d=0 (profil d'atténuation).



**Figure 3** : b) projections obtenues pour un cylindre  $\Phi$ =1mm, et d=1m (haut : exact, bas: approché)

On observe une bonne correspondance pour les valeurs de distance faibles, puisque la condition de défocalisation est mieux satisfaite. faible Ces simulations tiennent compte des limitations introduites par la résolution spatiale du détecteur (largeur de la gaussienne à mi-hauteur de 13 microns). Notons que cette limitation, a pour effet de couper les hautes fréquences pour lesquelles les hypothèses ne seraient plus vérifiées. La figure 4 représente une partie du profil obtenu à partir de la simulation exacte pour d=1 m, en supposant le détecteur quasi-idéal. On peut noter la présence d'interférences dans la partie correspondant aux bords du cylindre.

Des images expérimentales ont été acquises sur la ligne ID19 de l'ESRF, pour une sphère en polystyrène à une énergie de 23 keV. Les images de la figure 5a) et b) représentent respectivement une projection obtenue à une distance de 1 mètre, et une coupe reconstruite de la sphère. Le contraste de phase se traduit aux interfaces par un effet de dérivation.



Figure 5 : a) projection d'une sphère en polystyrène,b) quart d'une coupe de sphère reconstruite



Figure 4 : projection exacte obtenue pour un cylindre  $\Phi$ =1mm, et d=1m en supposant le détecteur quasi-idéal

## V. CONCLUSION

Nous avons proposé une modélisation du problème direct en tomographie par rayonnement synchrotron cohérent, prenant en compte les phénomènes de contraste de phase. Contrairement à la tomographie conventionnelle, la distance entre objet et détecteur joue un rôle important. Si cette distance est nulle, la propagation se modélise par un simple effet d'atténuation, sinon, des effets de contraste de phase apparaissent. Dans certaines limites, les algorithmes de reconstruction conventionnels peuvent être utilisés, et l'image reconstruite possède une contribution liée à l'atténuation, à laquelle s'ajoute une contribution liée aux brusques variations dans l'indice de réfraction.

On obtient ainsi une technique d'imagerie de bords, au prix d'une modification mineure du système d'acquisition. Elle permet de mettre en évidence des interfaces dans des objets peu absorbants, et est particulièrement intéressante pour imager des matériaux peu absorbants, car la contribution du terme de phase permet de visualiser les interfaces avec un contraste important [7].

La reconstruction complète de l'indice de réfraction complexe à partir d'images à différentes distances, fait l'objet d'un travail en cours. Elle nécessite, outre un algorithme d'inversion adapté, l'amélioration de la résolution spatiale du détecteur (de l'ordre du micron) afin de conserver l'information d'interférence.

## REFERENCES

P. Cloetens, R. Barrett, J. Baruchel, J.P. Guigay, M. Schlenker, J. Phys. D : Appl. Phys., 29, 133-145, 1996.
 C. Raven, A. Snigirev, I. Snigireva, P. Spanne, A. Sourov, V. Kohn, Appl. Phys. lett., 69, 1826-1828, 96.
 M. Pateyron, F. Peyrin, A.M. Laval-Jeantet, P. Spanne, P. Cloetens, G. Peix, SPIE Medical Imaging, Vol. 2708, 417-426, 1996.
 J. C. Labiche, J. Segura-Puchades, D. Van Brussel, J. P. Moy, FRELON camera : Fast REadout LOw Noise,

ESRF Newsletter, n° 25, 41-43, march 1996.

[5] L.G. Parrat, Phys. Rev., vol 95, p. 359, 1954.

[6] M. Born and E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press, Oxford, New York, 1980.

[7] P. Cloetens, M. Pateyron-Salomé, J.Y. Buffières, G. Peix, J. Baruchel, F. Peyrin, M. Schlenker, J. Appl. Phys, 81, 5878-5886, 1997.

#### 426