

Filtre adapté stochastique. Contribution à la détection de textures bidimensionnelles.

Jean-François CAVASSILAS ⁽¹⁾, Bernard XERRI ⁽¹⁾, Bruno BORLOZ ⁽²⁾

(1) Groupe d'Etudes des Signaux et SYstèmes
MS-GESSY/ISITV
Avenue Georges POMPIDOU BP 56
83162 La Valette du Var

(2) Centre d'Etudes des Signaux et SYstèmes
CESSYS
Parc tertiaire de Valgora Bât C
83160 La Valette du Var

RÉSUMÉ

L'objet de cet article est de proposer une nouvelle méthode de discrimination de deux textures bidimensionnelles en présence d'une texture dite 'blanche'. Elle permet le calcul de filtres optimaux adaptés à la texture jugée utile et désadaptés à (réjecteurs de) la texture indésirable.

La méthode proposée se distingue des méthodes classiques en posant le problème sous l'angle de la maximisation d'un rapport signal à bruit qui conduit à l'obtention de filtres qui tendent à mettre en évidence une texture vis à vis d'une seconde.

L'amélioration des performances est mise en évidence en présentant les probabilités de détection et de fausse alarme pour la méthode proposée et une méthode classique.

ABSTRACT

In this paper, we propose a new method for detecting a two dimensional texture (the useful signal) corrupted by another two dimensional texture (considered as a noise).

Both signal and noise are here considered as realisations of random functions whose second-order statistics are supposed known.

The proposed method leads to optimal filters that we called "stochastic matched filters", for, as the classical matched filters, it aims at maximizing the signal to noise ratio.

By comparing the detection and false alarm probabilities obtained with this method and a classical one, we show that the proposed method improves the results of detection.

Introduction

Le problème de la détection d'image est couramment abordé sous l'angle de la détection d'objets de caractéristiques connues dans une scène (évaluation de contours, de spectre ou encore de contraste). Les techniques et méthodes classiquement utilisées s'avèrent cependant inappropriées lorsqu'il s'agit de détecter des signaux de nature stochastique.

L'étude qui fait l'objet de ce texte, s'appuie sur la notion de texture, qui s'intéresse à la statistique locale de l'image et permet d'étendre le problème de la détection à celle de signaux de nature stochastique.

L'idée de base est de calculer un filtre optimal dans le sens où il permet de maximiser un rapport signal à bruit. L'évaluation de ce rapport présuppose acquise la connaissance de la statistique d'ordre deux (donc la fonction d'autocorrélation) du signal jugé utile (que l'on souhaite détecter) et du signal corrupteur.

Elle étend la notion classique de maximisation du rapport signal à bruit utilisée pour la détection de signaux déterministes de forme connue dans un bruit stationnaire à l'ordre deux (filtre adapté) ; cette extension confère au filtre optimal obtenu le nom de 'filtre adapté stochastique' (ou FAS).

Modèle

On peut, par la méthode proposée, traiter deux types de problèmes caractérisés par les hypothèses suivantes :

- l'image à traiter correspond à un mélange instantané de deux textures A et B. La texture A est localement présente et doit être détectée en présence de la texture B considérée comme perturbatrice.

- l'image est constituée comme la superposition d'une texture de type 'bruit blanc' avec, de manière exclusive, soit la texture A soit la texture B.

Pour ces deux types de modèle l'approche est identique. Elle consiste à opposer la texture A à la texture B, cette opposition est caractérisée en terme de puissance après traitement (filtrage).

Méthode numérique pour le calcul du filtre optimal

On montre que dans le cas discret, le rapport signal à bruit peut se mettre sous la forme d'un quotient de Rayleigh :

$$\rho = \frac{\mathbf{h}^t \Gamma \mathbf{h}}{\mathbf{h}^t \mathbf{R} \mathbf{h}} \quad (1)$$

où \mathbf{h} est le filtre (vecteur) optimal recherché
 Γ et \mathbf{R} sont respectivement les matrices de variance-covariance du signal et du bruit :

$$\Gamma = \mathbf{E}\{\mathbf{S}\mathbf{S}^T\} \text{ et } \mathbf{R} = \mathbf{E}\{\mathbf{B}\mathbf{B}^T\}.$$

Que le problème soit posé en dimension une ou deux (traitement d'images), on montre que l'on peut se ramener à un problème de maximisation d'un rapport du type (1). Toutefois, en dimension deux, il est nécessaire d'utiliser une technique de 'pliage' des matrices afin de permettre le calcul pratique de ce quotient ; il faut ensuite 'déplier' les filtres obtenus pour les transformer en filtres bidimensionnels. On montre que la résolution du problème (1) revient à résoudre le problème aux valeurs propres généralisé :

$$\Gamma \mathbf{X} = \lambda \mathbf{R} \mathbf{X}. \tag{2}$$

Le rapport signal à bruit maximal ρ_0 est obtenu pour le filtre optimal $\mathbf{h} = \mathbf{X}_0$ qui est le vecteur propre associé à la plus grande valeur propre de la matrice $\mathbf{C} = \mathbf{R}^{-1}\Gamma : \lambda_0$. On a alors : $\rho_0 = \lambda_0$.

Cependant, il serait hasardeux de ne se contenter que du premier vecteur propre. On montre [2] en effet que tous les vecteurs propres associés à des valeurs propres supérieures à l'unité concourent statistiquement à améliorer le rapport signal à bruit.

La matrice \mathbf{C} (de dimension N), quoique n'ayant aucune propriété de symétrie, possède toujours en pratique N valeurs propres réelles positives ou nulles : $\lambda_0 \geq \lambda_1 \dots \geq \lambda_{N-1}$. Les vecteurs propres associés $\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_{N-1}$ sont pairs ou impairs et forment une base de l'espace de dimension N . \mathbf{C} est diagonalisable sur les vecteurs de base $\mathbf{Y}_i = \mathbf{R} \cdot \mathbf{X}_i$.

On montre que si l'on décompose le bruit \mathbf{B} sur la base des \mathbf{Y}_i , les coefficients de la décomposition sont des variables aléatoires décorréelées de puissance normalisée à l'unité ($\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{I}_N$) ; on a alors effectué un blanchiment du bruit.

Les coefficients de la décomposition du signal sur cette même base sont des variables aléatoires décorréelées de puissance égale à λ_i ($\mathbf{X}^T \cdot \Gamma \cdot \mathbf{X} = \text{diag}\{\lambda_i\}$).

Si on se place dans le cas de signaux gaussiens stationnaires, on montre que le logarithme du rapport de vraisemblance peut se mettre sous la forme :

$$\Theta(\mathbf{n}) = \sum_{i=1}^n z_i^2 \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i}$$

où z_i est le résultat du filtrage du signal par \mathbf{X}_i .

$\Theta(\mathbf{n})$ est appelée fonctionnelle à l'ordre n du FAS.

Dans le cas de deux textures, la technique proposée revient à calculer des filtres qui sont à la fois adaptés à la détection de la texture signal, et réjecteurs de la texture bruit (ou désadaptés au bruit).

Notons que les filtres de Karuhnen-Loeve (FKL) constituent un cas particulier du FAS, en considérant que la texture de bruit est blanche ($\mathbf{R} = \mathbf{I}$).

Nous nous proposons dans l'application qui suit, de comparer les performances du FAS et du FKL qui est la méthode classiquement utilisée dans les problèmes de détection de texture.

Application pratique

Considérons les deux textures ci-dessous :

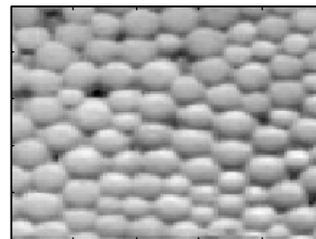


Figure 1 : Texture n°1

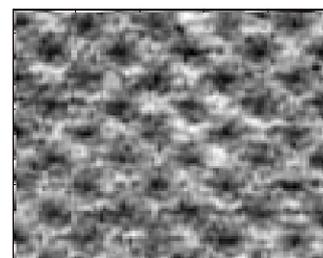


Figure 2 : Texture n°2

Les fonctions d'autocorrélation bidimensionnelles des deux textures sont représentées sur les figures 5.a et 5.b. La connaissance de ces fonctions permet l'évaluation, pour chaque méthode, des vecteurs qui serviront au filtrage avant détection. Cette connaissance peut découler soit d'un modèle soit, comme ici, d'une évaluation expérimentale.

Plaçons-nous dans le cas où l'on cherche à privilégier la détection d'images de la texture n°1 et à rejeter les images de la texture n°2, et inversement. Les filtres optimaux (vecteur propre correspondant à la plus grande des valeurs propres) se présentent sous la forme suivante (figures 3 et 4):

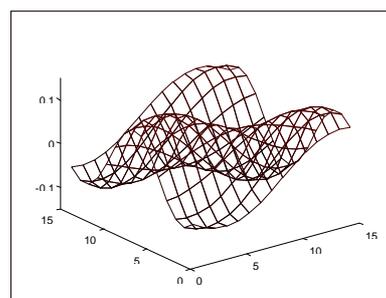


Figure 3 : FKL : texture n°1.

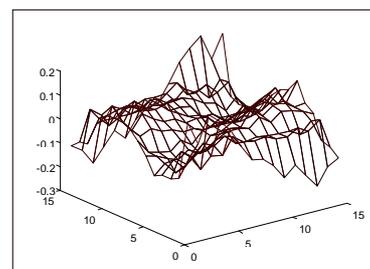


Figure 4 :

FAS : adapté à la texture n°1 et désadapté à la texture n°2.

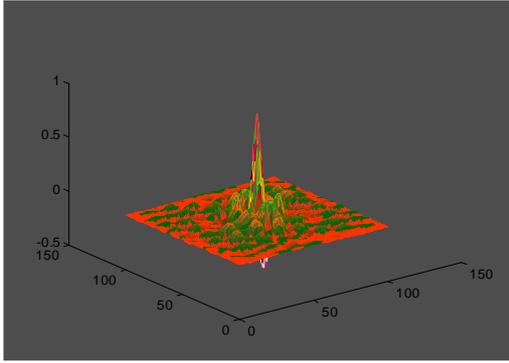


Figure 5.a

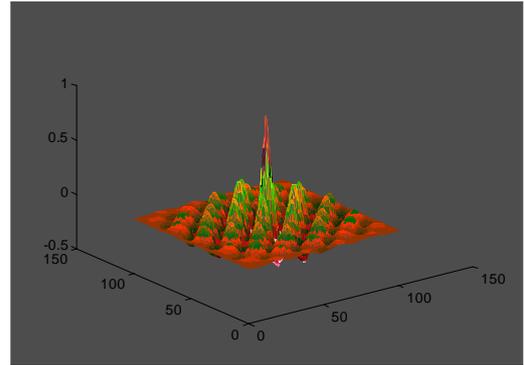


Figure 5.b

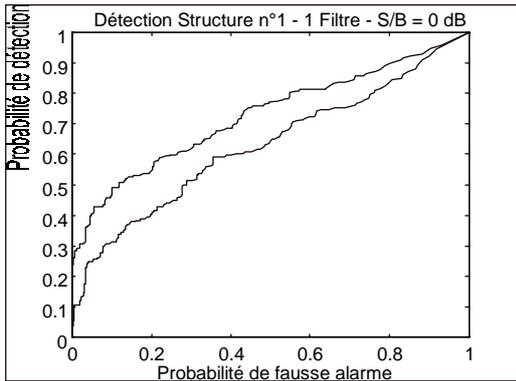


Figure 6.a

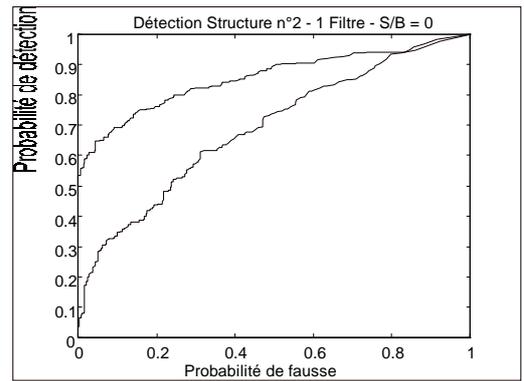


Figure 6.b

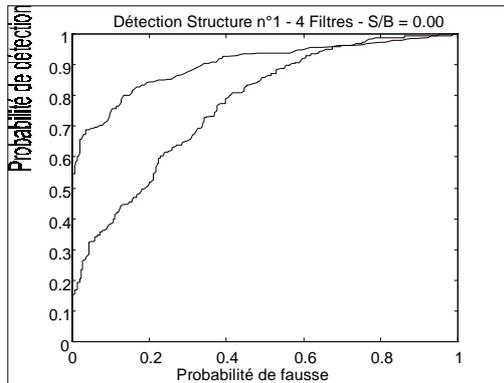


Figure 7.a

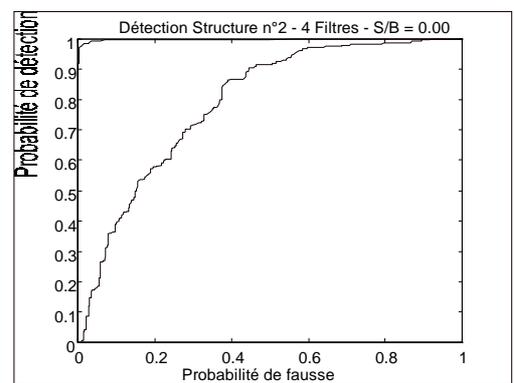


Figure 7.b

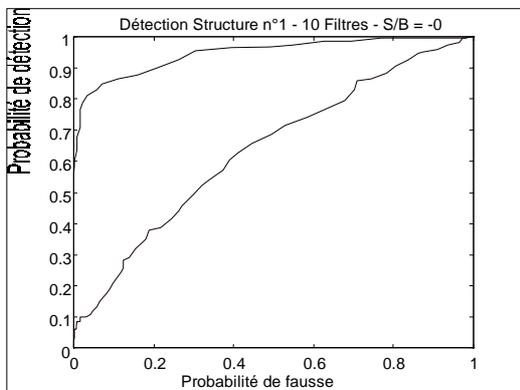


Figure 8.a

adaptation texture n°1, désadaptation texture n°2

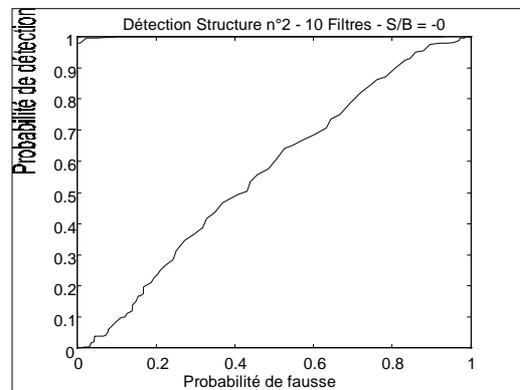


Figure 8.b

adaptation texture n°2, désadaptation texture n°1

Les vecteurs associés aux deux méthodes à comparer se dissocient fortement dans leur forme. On note, dans le cas de la méthode FKL, une tendance que l'on pourrait qualifier de "basse fréquence". Ces vecteurs transportent une grosse part de l'énergie liée à la texture. En ce qui concerne la méthode dite FAS, les vecteurs associés sont dans ce cas de texture, par abus de langage, dits nettement plus "haute fréquence". Ces vecteurs maximisent le rapport signal à bruit.

Comparons les performances de la détection pour les deux méthodes à l'aide de courbes COR (courbe donnant la probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausse alarme).

Les figures 6.a et 6.b donnent les courbes COR obtenues sur la fonctionnelle $\theta(1)$ pour un rapport signal à bruit de 0 dB. Les figures a (resp. b) correspondent à une détection de la texture n°1 (resp. 2) avec réjection de la texture n°2 (resp. 1).

Les figures 7 et 8 donnent les courbes COR obtenues sur les fonctionnelles $\theta(4)$ et $\theta(10)$. Les résultats montrent que la discrimination des textures est nettement mieux établie dans le cas du FAS (courbes supérieures dans les figures 6 à 8). A probabilité de fausse alarme fixée, la probabilité de détection augmente avec la prise en compte d'un plus grand nombre de vecteurs assurant un meilleur rapport signal à bruit après filtrage.

On constate que la méthode classique FKL donne des résultats sensiblement identiques. Elle ne permet pas d'améliorer les résultats en augmentant le nombre des vecteurs propres utilisés pour le calcul de la fonctionnelle.

La détection par la méthode FAS est meilleure dans tous les cas de figure. Néanmoins cet écart se creuse quand il s'agit de détecter la texture n°2.

Extension de la méthode au cas R non inversible

On admettra que l'image de l'application liée à Γ est incluse dans l'image de l'application liée à R. Cette hypothèse nous assure qu'aucun filtrage linéaire ne permet d'obtenir un rapport signal à bruit infini après traitement. Néanmoins nous traitons ici le cas où R est non inversible c'est à dire :

$$\text{Ker } R \neq \emptyset.$$

Il existe donc U tel que :

$$RU=0,$$

mais alors, nécessairement :

$$\Gamma U=0.$$

Soient $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ les vecteurs de base de $\text{Im } \Gamma$ ($p = \text{rang}(\Gamma)$).

Soit $Q = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p]$, alors on montre que si on pose $h = Q\alpha$, maximiser (1) revient à maximiser le rapport suivant :

$$\rho = \frac{\alpha' [\lambda] \alpha}{\alpha' Q' R Q \alpha} \quad (3)$$

où $[\lambda] = \text{diag}\{\lambda_i\}_{i=1, \dots, p}$.

α contient les coefficients de h sur la base des $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$.

Résoudre (3) revient à calculer les vecteurs propres du système suivant :

$$Q' \Gamma Q \alpha = \lambda Q' R Q \alpha. \quad (4)$$

L'équation (4) permet la résolution en α qui conduit à h par

$$h = Q \alpha.$$

Conclusion

Les performances obtenues avec le FAS, relativement simple d'utilisation, sont concluantes.

Les applications potentielles sont innombrables (images issues de satellites, ...) et ne se limitent en fait pas à la détection de texture.

D'autres études [2] ont montré qu'il était possible de détecter des signaux qualifiés de courts en milieu bruité, dans la mesure où on les considère comme des réalisations d'une fonction aléatoire.

Références bibliographiques

1. . H.L.Van Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory*, Radar-Sonar Signal Processing and Gaussian Signals in Noise, Wiley, Part III.
2. . JF Cavassilas & B.Xerri, *Extension de la notion de filtre adapté. Contribution à la détection de signaux courts en présence de termes perturbateurs*, Revue Traitement du Signal Volume 10 n°3, 1992.
3. . V.S.Pugachev, *Theory of random functions and its application to control problems*, Pergamon Press. international series of Monographs on automation and automatic control, Vol. V, 3ème édition.
4. . B.Picinbono, *Détection et estimation sous contrainte*, 10ème colloque sur le traitement du signal et ses applications, Mai 1985, Vol.1, p137.