

Imagerie à travers la turbulence par déconvolution myope multi-trame

Laurent M. Mugnier, Jean-Marc Conan, Vincent Michau et Gérard Rousset

Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales

Division Imagerie Optique Haute Résolution

BP 72, F-92322 Châtillon cedex

E-mail: <auteur>@onera.fr

RÉSUMÉ

La déconvolution par analyse de fronts d'onde est une technique d'imagerie à haute résolution en présence de turbulence atmosphérique. Elle consiste en une déconvolution multi-trame d'images courte pose utilisant des mesures de fronts d'onde enregistrées simultanément. L'approche bayésienne proposée ici nous permet de construire un algorithme de déconvolution original pour prendre en compte le bruit sur les mesures de front d'onde. L'utilisation de connaissances *a priori* sur les objets observés et sur la statistique de la turbulence atmosphérique nous permet de plus de régulariser le problème. Une simulation numérique montre l'utilité de la régularisation sur les fronts d'onde.

ABSTRACT

The technique of deconvolution from wavefront sensing is used for high resolution imaging through turbulence. It is based on the multi-frame deconvolution of short exposure images using the associated wavefront measurements. The bayesian approach proposed here allows us to build a deconvolution scheme which takes into account the wavefront measurement noise. Additionally, the problem is regularized by use of an *a priori* knowledge on the objects observed and on the turbulence statistics. The need for a regularization on the wavefronts is illustrated with a numerical simulation.

1 Introduction

La turbulence atmosphérique limite sévèrement la résolution des grands télescopes aux longueurs d'onde optiques. La déconvolution par analyse de front d'onde est une technique puissante et relativement peu onéreuse permettant de pallier la dégradation des images due à la turbulence. Cette technique repose sur l'enregistrement simultané d'images courte pose et des données de front d'onde associées. La première méthode de déconvolution multi-trame proposée [8] faisait l'hypothèse d'un bruit blanc gaussien sur l'image et d'un analyseur de surface d'onde (ASO) non bruité. Quand le Rapport Signal à Bruit (RSB) de l'ASO est faible, cet estimateur est biaisé [1] du fait qu'il ne prend pas en compte le bruit, et l'objet ainsi restauré est médiocre. On peut alors choisir d'ignorer simplement les mesures de l'ASO et effectuer une déconvolution aveugle multi-trame. Dans cette communication, nous proposons une méthode permettant d'utiliser les mesures bruitées de l'ASO plutôt que de les ignorer, mais en prenant en compte leur caractère bruité (d'où le terme *myope*).

Nous présentons un cadre général bayésien pour estimer de manière conjointe l'objet et les fronts d'onde associés en prenant en compte à la fois les images bruitées et les mesures bruitées de l'ASO. La connaissance de la statistique spatiale de la turbulence est utilisée pour régulariser l'estimation de front d'onde, et un *a priori* de douceur est utilisé pour régulariser l'estimation de l'objet.

Nous présentons d'abord le modèle d'imagerie, puis l'approche myope multi-trame adoptée. Ensuite, des simulations

numériques effectuées dans le cas d'un ASO de Hartmann-Shack et d'une turbulence de type Kolmogorov permettent d'évaluer l'influence de la régularisation sur l'estimation du front d'onde.

2 Modèle d'imagerie

On suppose un modèle linéaire et invariant par translation pour chacune des M images i_t de l'objet o :

$$i_t = o \star s_t + n_t, \quad 1 \leq t \leq M, \quad (1)$$

où s_t est la Réponse Impulsionnelle (RI) instantanée, qui varie dans le temps du fait de la turbulence, et n_t est un bruit additif (souvent dominé par une composante photonique).

Les poses sont supposées assez courtes (typiquement 10 ms ou moins) pour ne pas geler la turbulence. En supposant que la scintillation est négligeable (approximation de champ proche), les RIs sont complètement décrites par la phase ϕ_t dans le plan pupille :

$$s_t = |\text{TF}[\exp(j\phi_t)]|^2, \quad (2)$$

où TF est la transformée de Fourier.

On note ψ_t les cartes de phase reconstruites à partir des mesures de l'ASO (qui sont des pentes locales du front d'onde dans le cas d'un Hartmann-Shack [8], et des courbures locales du front d'onde dans le cas d'un senseur de courbure [11]) :

$$\psi_t = \phi_t + n'_t, \quad (3)$$

où les ϕ_t sont les cartes de phase vraie, et n'_t est le bruit de l'ASO propagé à travers la reconstruction de front d'onde ; on pourra consulter [9] pour le cas d'un Hartmann-Shack, [12] pour le cas d'un senseur de courbure, et [14] pour une revue. La figure 1 montre le principe d'un analyseur de Hartmann-Shack.

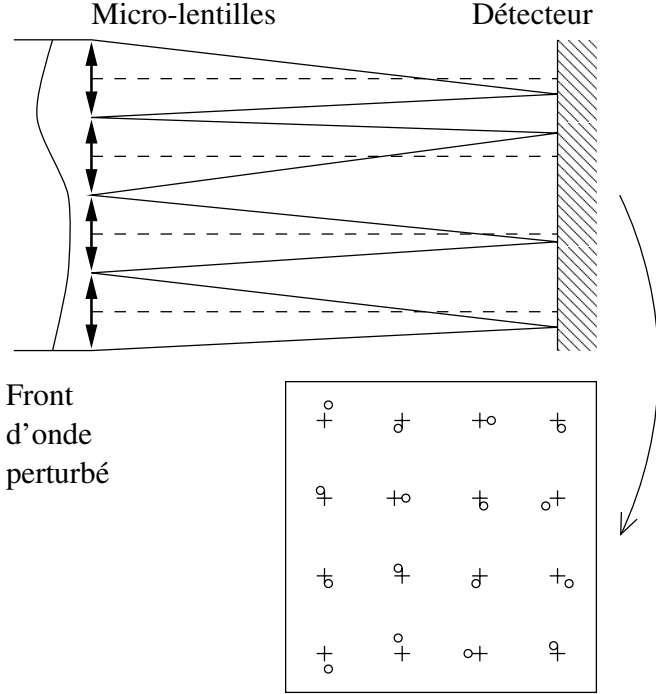


FIG. 1 — Principe d'un analyseur de Hartmann-Shack. Une matrice de micro-lentilles échantillonne le front d'onde incident ; la pente locale de celui-ci se traduit par un déplacement de la tache focale (image de l'objet à travers une micro-lentille).

3 Estimation bayésienne myope multi-trame

L'objet observé o est estimé à partir (a) de l'ensemble des images $\{i_t\}$, (b) de l'ensemble des cartes de front d'onde reconstruites, et (c) de l'information *a priori* disponible sur l'objet et sur la phase turbulente (exprimée sous la forme d'une distribution de probabilité *a priori*). La règle de Bayes permet de combiner ces différentes informations en une distribution de probabilité *a posteriori* :

$$p(o, \{\phi_t\} | \{i_t, \psi_t\}) \propto p(\{i_t, \psi_t\} | o, \{\phi_t\}) \times p(o, \{\phi_t\}), \quad (4)$$

où le premier facteur du membre de droite est la vraisemblance des données et le second facteur est la distribution conjointe *a priori*. Cette expression se simplifie en utilisant l'indépendance des réalisations du bruit à la fois sur le capteur d'imagerie et sur l'ASO :

$$p(o, \{\phi_t\} | \{i_t, \psi_t\}) \propto \prod_t p(i_t | o, \phi_t) \times p(o) \times \prod_t p(\psi_t | \phi_t) \times p(\{\phi_t\}). \quad (5)$$

Dans la suite, nous supposons que la durée comprise entre deux acquisitions successives est plus grande que le temps d'évolution typique de la turbulence, et par conséquent nous négligerons la dépendance temporelle entre les cartes de phase vraie. Ceci permet une simplification supplémentaire de la distribution de probabilité *a posteriori* :

$$p(o, \{\phi_t\} | \{i_t, \psi_t\}) \propto \prod_t p(i_t | o, \phi_t) \times p(o) \times \prod_t p(\psi_t | \phi_t) \times \prod_t p(\phi_t). \quad (6)$$

Nous utiliserons le critère aujourd'hui classique [2] du Maximum *A Posteriori* (MAP) ; l'objet \hat{o} et les cartes de front d'onde estimés $\{\hat{\phi}_t\}$ sont donc définis comme ceux qui maximisent la distribution de probabilité *a posteriori* de l'équation (6). Le calcul de cette estimée se ramène à la minimisation de l'opposé de la log-probabilité de cette distribution, noté $J(o, \{\phi_t\})$:

$$J(o, \{\phi_t\}) \triangleq \sum_t J_1(i_t, o \star s_t) + J_2(o) + \sum_t J_3(\psi_t, \phi_t) + \sum_t J_4(\phi_t). \quad (7)$$

J_1 est l'opposé de la log-vraisemblance d'une image, qui peut être approximée par un terme quadratique (ce qui correspond à supposer un bruit n_t gaussien) sauf dans les cas de très faible flux, où il faut le remplacer par l'opposé de la log-vraisemblance du bruit photonique.

J_2 est le terme de régularisation de l'objet. Dans nos simulations, nous avons utilisé l'*a priori* classique [7, 5] de douceur (norme L_2 du Laplacien). Ce terme pourrait être remplacé par un terme prenant en compte la Densité Spectrale de Puissance (DSP) de la classe d'objet observé (régularisation de type Wiener), ou encore par un terme non quadratique permettant de mieux restaurer les bords (voir par exemple [4] et références incluses).

J_3 est l'opposé de la log-vraisemblance d'un front d'onde. Dans le cas d'un Hartmann-Shack, les données enregistrées sont les centres de gravité des taches focales, donc on peut raisonnablement supposer le bruit sur les pentes locales de front d'onde gaussien et blanc. Ces pentes sont intégrées numériquement pour donner l'estimée ψ_t de la carte de phase, de telle sorte qu'on peut supposer n'_t également gaussien, de DSP inversement proportionnelle au carré de la fréquence spatiale.

J_4 est le terme de régularisation du front d'onde. Pour une turbulence de type Kolmogorov, le front d'onde est gaussien et de DSP proportionnelle à $\kappa^{-11/3}$, où κ est le module de la fréquence spatiale [10].

Si les termes J_2 et J_4 sont omis, l'estimateur proposé est un estimateur myope type Maximum de Vraisemblance de l'objet et des fronts d'onde. Si l'on omet également le terme J_3 , ce qui correspond à supposer un ASO non bruité, l'estimateur se réduit à l'estimateur non myope proposé par Primot [8]. La section suivante présente des simulations numériques afin d'évaluer l'influence des différents termes, et en particulier pour montrer l'influence bénéfique du terme de régularisation J_4 .

4 Simulations

Un ensemble de 10 images bruitées et 10 mesures de front d'onde associées a été simulé. Les dix fronts d'onde turbulents sont obtenus par une méthode modale : la phase est décomposée sur la base des polynômes de Zernike [13, 6]. La décomposition est limitée à 105 polynômes de Zernike (degré radial 13), et la force de la turbulence correspond à un rapport diamètre du télescope sur paramètre de Fried [3] égal à 10. Chacun de ces fronts d'onde turbulents donne une image courte pose 64×64 via les équations (2) et (1).

Le bruit dans l'image est uniforme gaussien de variance égale à $10000/(64 \times 64)$. Ceci approxime un bruit de photon pour une distribution uniforme d'un flux de 10000 photons sur le capteur d'imagerie. La phase reconstruite à partir des mesures de l'ASO est déduite de la phase turbulente en y ajoutant du bruit (cf. équation 3). Le bruit sur l'ASO a une structure spatiale qui peut être caractérisée par sa DSP ou par la variance du bruit sur les coefficients de Zernike [9]. L'analogie entre fréquence spatiale et degré radial des polynômes de Zernike conduit à une variance de bruit inversement proportionnelle au carré de l'ordre radial ; la variance turbulente est, elle, inversement proportionnelle à la puissance $11/3$ du degré radial. Dans la simulation, on considère un bruit gaussien, décorréolé entre polynômes de Zernike, avec une variance de phase totale de 5 rd^2 .

Dans les conditions ci-dessus, la solution MV (minimisation de J_1 seul) conduit à une amplification inacceptable du bruit. Une solution régularisée de type Wiener est obtenue par minimisation de $J_1 + J_2$, où J_2 est la norme L_2 au carré du Laplacien de l'objet. Une expression analytique existe pour ces deux solutions.

La solution de type Wiener est peu satisfaisante car l'ASO est supposé sans bruit. Pour prendre en compte ce bruit, on peut effectuer une déconvolution myope (minimisation de $J_1 + J_2 + J_3$). De plus, du fait que les mesures de l'ASO sont très bruitées, il est utile de régulariser également l'estimation du front d'onde. Les erreurs d'estimation sont alors réduites à la fois sur la phase et sur l'objet. La figure 2 montre l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) sur l'estimée de la phase, avec et sans régularisation : lorsque le terme J_4 est présent, l'*a priori* sur la phase amène vers zéro les modes de Zernike pour lesquels le bruit est plus fort que la turbulence. Ceci conduit à un EQM sur la phase plus petit que dans le cas non régularisé. L'EQM sur l'objet est également (dans une moindre mesure) réduit par rapport au cas non régularisé.

5 Conclusion

Nous avons présenté une approche myope multi-trame pour la déconvolution à partir de mesures de front d'onde. L'estimation de front d'onde est régularisée en utilisant les propriétés statistiques de la turbulence, et l'estimation de l'objet est régularisée en imposant une contrainte de douceur *a priori*. L'effet de la régularisation du front d'onde a été illustrée par simulation dans le cas d'un ASO de type Hartmann-Shack et d'une turbulence de type Kolmogorov. Cette approche pourrait éga-

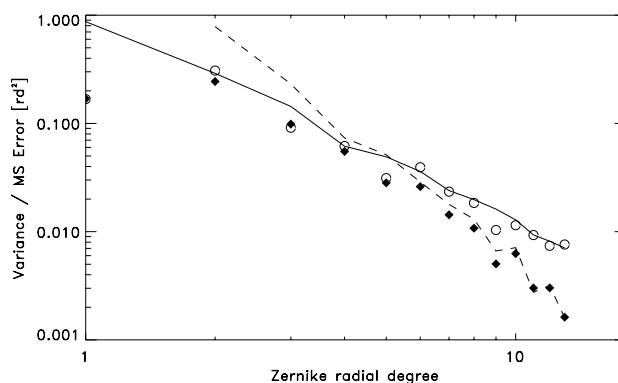


FIG. 2 — EQM entre phase vraie et phase estimée par déconvolution myope : sans régularisation sur la phase (cercles blancs) et avec régularisation sur la phase (losanges noirs). La variance de la phase turbulente (ligne interrompue, pente moyenne $-11/3$) et la variance de bruit sur l'ASO (ligne continue, pente moyenne -2) en fonction du degré radial de la base de Zernike sont également indiquées

lement être utilisée, en modifiant le modèle d'imagerie, dans le cas d'un ASO par diversité de phase, ou même dans le cas d'une optique adaptative en régime de correction partielle avec front d'onde estimé à partir des données de la boucle d'asservissement. L'étude des caractéristiques du critère issu de cette approche, telles que l'existence de minima locaux, est une voie de recherche à approfondir.

Références

- [1] Conan (J.-M.), Michau (V.) et Rousset (G.). — Signal-to-noise ratio and bias of various deconvolution from wavefront sensing estimators. In : *Image Propagation through the Atmosphere*, éd. par Dainty (J. C.) et Bissonnette (L. R.). SPIE, pp. 332–339. — Washington, 1996.
- [2] Demoment (Guy). — Image reconstruction and restoration : Overview of common estimation structures and problems. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. 37, n12, décembre 1989, pp. 2024–2036.
- [3] Fried (D. L.). — Statistics of a geometric representation of wavefront distortion. *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 55, n11, 1965, pp. 1427–1435.
- [4] Geman (Donald) et Yang (Chengda). — Nonlinear image recovery with half-quadratic regularization. *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 4, n7, juillet 1995, pp. 932–945.
- [5] Hunt (Bobby R.). — The application of constrained least squares estimation to image restoration by digital computer. *IEEE Trans. Comp.*, vol. C-22, n9, 1973, pp. 805–812.
- [6] Noll (R. J.). — Zernike polynomials and atmospheric turbulence. *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 66, n3, 1976, pp. 207–211.

- [7] Phillips (David L.). – A technique for the numerical solution of certain integral equations of the first kind. *J. Ass. Comput. Mach.*, vol. 9, n1, 1962, pp. 84–97.
- [8] Primot (J.), Rousset (G.) et Fontanella (J.-C.). – Deconvolution from wavefront sensing : a new technique for compensating turbulence-degraded. *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 7, n9, 1990, pp. 1598–1608.
- [9] Rigaut (F.) et Gendron (E.). – Laser guide star in adaptative optics : the tilt determination problem. *Astron. Astrophys.*, vol. 261, 1992, pp. 677–684.
- [10] Roddier (F.). – The effects of atmospherical turbulence in optical astronomy. *In : Progress in Optics*, éd. par Wolf (E.), pp. 281–376. – Amsterdam, North Holland, 1981.
- [11] Roddier (François). – Curvature sensing and compensation : a new concept in adaptive optics. *Appl. Opt.*, vol. 27, n7, avril 1988, pp. 1223–1225.
- [12] Roddier (François), Roddier (Claude) et Roddier (Nicolas). – Curvature sensing : a new wavefront sensing method. *In : Statistical Optics*, éd. par Morris (G. M.). Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng., pp. 203–209.
- [13] Roddier (N.). – Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials. *Opt. Eng.*, vol. 29, n10, 1990, pp. 1174–1180.
- [14] Rousset (G.). – Wavefront sensing. *In : Adaptive Optics for Astronomy*, éd. par Alloin (D. M.) et Mariotti (J.-M.). NATO, pp. 115–137. – Kluwer Academic Publishers.