

Poursuite de cible manœuvrante en présence de fausses alarmes pour un système sonar actif.

Thierry Martin⁽¹⁾ et Claude Jauffret⁽²⁾

⁽¹⁾DCN-Ingenierie, chemin de la Gardiole, Le Brusac
83140 Six-Fours

⁽²⁾ISITV, avenue Georges Pompidou
83162 La Valette du Var

RÉSUMÉ

Cet article décrit un extracteur de piste de cible manœuvrante à partir de la succession d'échos détectés par un sonar actif. La présence conjointe de vraies détections et de fausses alarmes à chaque récurrence est modélisée par l'association probabiliste de données (PDA). La piste extraite, maximisant la densité a posteriori, est déterminée par l'algorithme de programmation dynamique. L'impact de la discrétisation de l'espace d'état, inhérente à la programmation dynamique, est évalué. Les fausses alarmes sont prises en compte à l'aide de la technique d'association probabiliste de données (PDA). La piste extraite est ensuite soumise à un test d'acceptation.

ABSTRACT

This paper proposes a way to track a maneuvering target from the echoes detected by an active sonar. The simultaneous presence of correct detection and false alarms at each sonar sampling time is modeled by the Probabilistic Data Association (PDA). The so-called extracted track which maximizes the a posteriori likelihood of the echoes is achieved by a dynamic programming approach. The sampling of the state space due to the dynamic programming is analyzed. Then, the extracted track is submitted to an acceptance test.

1 Introduction

Cet article traite du problème de la poursuite de cible manœuvrante en présence de fausses alarmes. Différentes approches ont fait l'objet de publications ces dernières décennies, la plupart d'entre elles fondées sur une utilisation de filtres récursifs de type Kalman. Ces approches souffrent de l'apparition de biais d'estimation lors de la manœuvre de la cible. Pour pallier cet inconvénient, Singer [Sin70] propose d'introduire un bruit d'état autocorrélé, Chang, Hu et Plant [CHP79] l'introduction d'un terme de commande dans l'équation d'état. Bar-Shalom introduit le filtre à dimension variable [BB84]. La solution la plus récente et la plus efficace, imaginée par Blom, consiste à faire interagir plusieurs modèles simultanément [BB88].

Parallèlement, l'explosion récente des puissances de calcul a permis de mettre en œuvre des techniques mathématiques développées dans les années 1960. Ainsi, la programmation dynamique [Bel62], proposée par Peschon et Larson pour les problèmes de poursuite en 1966 [PL66], n'a pu être employée qu'à partir de 1985 [Bar85]. C'est cette technique, appliquée à un système sonar actif qui est développée ici.

Après avoir introduit les notations utilisées, nous présentons le principe de la programmation dynamique. L'impact de la discrétisation de l'espace d'état, inhérente à la programmation dynamique, est ensuite évalué. Le modèle d'association probabiliste de données (PDA) permet de prendre en compte les fausses alarmes. Le problème d'acceptation de la solution

est abordé dans la partie 5. Enfin, la dernière partie présente les résultats de l'algorithme sur un scénario simulé.

2 Notations

La trajectoire de la cible est décrite dans un référentiel fixe pendant la durée d'observation dont l'axe des ordonnées est orienté vers le Nord et celui des abscisses vers l'Est. L'origine de ce repère est arbitraire. On appelle :

- x_k le vecteur (état) des coordonnées cartésiennes (positions, vitesses) de la cible exprimées dans ce repère à l'instant k :

$$x_k = [r_{x_k}, r_{y_k}, v_{x_k}, v_{y_k}]^T$$

- $X_N = (x_0, \dots, x_N)$ est la suite des états. Elle représente la trajectoire de la cible, échantillonnée temporellement, dans le repère absolu.

A chaque instant i , le sonar fournit une image en distance \times azimut composée des échos détectés (assimilés à des points mathématiques). Chaque écho (azimut, distance) est couplé à une mesure de vitesse radiale (ou mesure doppler) et à une note d'aspect d'écho [BJ94]. On dispose ainsi de mesures de dimension 4 (azimut, distance, vitesse radiale, note). Les notations sont alors les suivantes :

- $Z_{ij} = (z_{ij}, n_{ij})$ est la j -ème mesure, obtenue à la i -ème récurrence, où z_{ij} est le triplet (azimut, distance, vitesse radiale) et n_{ij} la note d'aspect d'écho. Z_{ij} doit être scindée en deux parties, car la "note d'aspect" n_{ij} de

l'écho, indépendante de l'état de la cible, interviendra à part des autres composantes dans les équations. On notera $p_1(n_{ij})$ et $p_0(n_{ij})$ la valeur de la densité de probabilité de n_{ij} selon que l'écho provient de la cible ou d'une fausse alarme.

- $Z(i) = \{Z_{i1}, \dots, Z_{im_i}\}$ est l'ensemble des mesures à l'instant i . Cet ensemble est de cardinal aléatoire m_i .
- $Z^N = (Z(1), \dots, Z(N))$ est la séquence des mesures sur l'intervalle d'observation.

3 Hypothèses

3.1 Modèle de trajectoire

On se propose de traiter le cas d'une cible évoluant selon une trajectoire rectiligne uniforme par morceaux (marche aléatoire). Le modèle d'équation est le suivant :

$$x_k = Ax_{k-1} + M_k \quad (1)$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_e & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T_e \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et M_k est une suite d'échantillons Gaussiens, centrés, indépendants de matrice de covariance Q_k . T_e est la récurrence du sonar.

Cette matrice est calculée sous l'hypothèse d'un bruit à accroissements indépendants :

$$Q_k = \begin{bmatrix} \frac{T_e^3 \sigma_a^2}{3} & 0 & \frac{T_e^2 \sigma_a^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{T_e^3 \sigma_a^2}{3} & 0 & \frac{T_e^2 \sigma_a^2}{2} \\ \frac{T_e^2 \sigma_a^2}{2} & 0 & T_e \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & \frac{T_e^2 \sigma_a^2}{2} & 0 & T_e \sigma_a^2 \end{bmatrix}$$

On a donc $p(x_k|x_{k-1}) = cte \times \exp\{-\frac{1}{2}\|x_k - Ax_{k-1}\|_{Q_k^{-1}}^2\}$

3.2 Modèle de mesure

Les hypothèses utilisées pour décrire le comportement statistique des mesures (vraie détection et fausses alarmes) sont celles qui justifient l'association probabiliste des données ou PDA [Bar88]. La vraisemblance de l'ensemble $Z(k)$ des mesures détectées à la k -ème récurrence conditionnellement à l'état x_k est alors

$$p\{Z(k)|x_k\} = a + b \sum_{j=1}^{j=m_k} v_j e_j \quad (2)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} a = (1 - P_d) \frac{\mu(m_k)}{\mathcal{V}^{m_k}} \prod_{j=1}^{m_k} p_0(n_{kj}) \\ b = \frac{P_d}{\lambda} \frac{\mu(m_k)}{\mathcal{V}^{m_k}} \prod_{j=1}^{m_k} p_1(n_{kj}) \\ v_j = \frac{p_1(n_{kj})}{p_0(n_{kj})} \\ e_j = cte \times \exp\{-\frac{1}{2}\|z_{kj} - H(x_k)\|_{\Gamma^{-1}}^2\} \\ H(x_k) = \begin{bmatrix} \theta = \tan^{-1}\{\frac{r_{y_k}}{r_{x_k}}\} \\ D = \sqrt{r_{x_k}^2 + r_{y_k}^2} \\ v_r = v_{x_k} \cos(\theta) + v_{y_k} \sin(\theta) \end{bmatrix} \\ \Gamma = \begin{bmatrix} \sigma_\theta^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_d^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v^2 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

$\sigma_\theta, \sigma_d, \sigma_v$ sont les écarts types en azimut, distance et vitesse radiale, \mathcal{V} est le volume de l'espace des mesures (azimut, distance, vitesse radiale) et λ le nombre moyen de fausses alarmes par unité de volume. P_d est la probabilité de détection de cible, $\mu(m_k)$ est la probabilité d'avoir m_k fausses alarmes à la récurrence k .

NB : Sous l'hypothèse que z_{kj} soit la vraie détection à la i -ème récurrence, sa densité de probabilité est donnée par e_j .

4 Algorithme de programmation dynamique appliqué au pistage

4.1 Principe

L'estimation de la trajectoire se fait par maximisation de la vraisemblance a posteriori $p(X_N|Z^N)$. Comme chaque état est de dimension quatre, la densité précédente est une fonction de $4(N+1)$ variables. La formule de Bayes permet de mettre le logarithme de $p(X_N|Z^N)$ sous la forme d'une somme de fonctions :

$$\begin{aligned} Ln[p(X_N|Z^N)] &= \sum_{i=1}^N Ln[p(x_i|x_{i-1})] + Ln\{p[Z(i)|x_i]\} \\ &+ Ln[p(x_0)] + D \end{aligned} \quad (3)$$

et donc de mettre en œuvre l'algorithme de programmation dynamique pour calculer \hat{X}_N [PL66].

4.2 Mise en œuvre

Les fonctions à maximiser n'étant pas linéaires, le calcul de \hat{X}_N est effectué sur un espace d'état discrétisé.

4.2.1 Probabilités de transition entre les états discrétisés successifs

On appelle ζ_k le vecteur d'état discrétisé. La probabilité de transition $P(\zeta_k|\zeta_{k-1})$ se calcule par :

$$P(\zeta_k|\zeta_{k-1}) = \int_{\Delta_k} p(\zeta|\zeta_{k-1}) d\zeta$$

où $p(\zeta|\zeta_{k-1}) = cte \times \exp\{-\frac{1}{2}\|\zeta - A\zeta_{k-1}\|_{Q_k^{-1}}^2\}$ et le domaine d'intégration Δ_k est la maille centrée en ζ_k .

4.2.2 Densité de probabilité des vraies détections

On suppose, a priori, que la trajectoire peut se trouver n'importe où sur l'espace d'état avec une équiprobabilité. Autrement dit, x_k ($k = \{0, \dots, N\}$) est uniformément distribué sur cet espace. Dès lors, chaque vecteur d'état peut s'écrire comme la somme de ζ_k vecteur d'état discrétisé et d'un vecteur $U_k(\zeta_k)$ aléatoire, uniformément distribué sur la maille centrée en ζ_k :

$$x_k = \zeta_k + U_k(\zeta_k)$$

U_k est de matrice de covariance :

$$\Gamma_U = \begin{bmatrix} \frac{q_{r_x}^2}{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{q_{r_y}^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{q_{v_x}^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{q_{v_y}^2}{12} \end{bmatrix}$$

avec $q_{r_x}, q_{r_y}, q_{v_x}, q_{v_y}$, les largeurs de maille dans chaque dimension.

L'introduction, dans l'équation de mesure, du bruit U_k , aboutit, après développement à l'ordre 1, à l'équation de mesure équivalente :

$$\begin{aligned} z_{kj} &= H(\zeta_k + U_k) + \varepsilon_k \\ &= H(\zeta_k) + \nabla H \cdot U_k + \varepsilon_k \\ &= H(x_k) + \varepsilon_k, \end{aligned} \quad (4)$$

ceci sous l'hypothèse que z_{kj} soit la vraie détection à la k-ème récurrence.

On suppose que ε_k et U_k sont indépendants. De plus, afin de simplifier les calculs, on considère U_k Gaussien, centré de covariance Γ_U . Ainsi, $\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N\}$ est une séquence de variables aléatoires Gaussiennes, centrées de matrice de covariance $\Gamma_\varepsilon = \Gamma + \nabla H^T \Gamma_U \nabla H$.

En pratique, on remplace les états x_i par les états discrétisés ζ_i et les densités de probabilité de transition $p(x_i|x_{i-1})$ par $P(\zeta_i|\zeta_{i-1})$ dans l'équation (3). Dans la vraisemblance des mesures 2, la matrice de covariance Γ_x se substitue à Γ . Notons que $p(x_0)$ est remplacée par $P(\zeta_0)$ (calculée sur chaque point du maillage) correspondant aux connaissances a priori sur l'état de la cible.

5 Test d'acceptation de la solution

Quelle que soit la situation réelle (présence ou non d'une cible), l'algorithme précédent propose une solution. Un test d'acceptation de la solution doit donc être mis en œuvre sur la base des deux hypothèses :

- $H_0 = \{ \text{La piste extraite est générée par des fausses alarmes} \}$,
- $H_1 = \{ \text{Elle est réelle} \}$.

On définit pour cela la fonction :

$$g(Z^N) = \sum_{i=1}^N \text{Ln}[1 - P_d + \frac{P_d}{\lambda} \sum_{i=1}^{m_k} \frac{p_1(n_{ki})}{p_0(n_{ki})} e_i]$$

On calcule le seuil de détection \mathcal{S} de manière à avoir une probabilité de "fausse extraction" définie par :

$$Pfe \stackrel{\text{def}}{=} \text{Prob}[g(Z^N) > \mathcal{S} | H_0]$$

L'événement H_1 sera choisi si $\phi(Z^N) > \mathcal{S}$ [JB90].

6 Evaluation des performances de l'extracteur

Les performances de l'extracteur sont évaluées par une méthode de Monte Carlo de 100 simulations.

La zone de mesure dans le plan (r_x, r_y) définit une portion de couronne \mathcal{C} centrée en l'origine du repère, d'angle d'ouverture $\frac{\pi}{3}$ comprise entre 5 et 25 km. La vitesse radiale est supposée comprise entre $[-15, +15]$ m/s.

L'espace d'état est l'ensemble des quadruplets tels que (r_x, r_y) appartient à la couronne \mathcal{C} et (v_x, v_y) appartient au carré $[-15m/s, 15m/s]^2$. Le maillage est rectangulaire. La dimension des mailles est de 600 m en r_x , 200 m en r_y , 5 m/s en v_x et v_y . Le nombre de mailles ainsi obtenues est de 130000.

Les écarts types des bruits de mesure sont de 2 degrés pour l'azimut (σ_θ) ; de 200 m pour la distance (σ_D) et de 2 nœuds pour la vitesse radiale (σ_v).

Dans cette application, on prend $P_d = 0.8$ et $\lambda = 2.8 \cdot 10^{-3}$ FA/deg.km.m/s. Les notes d'aspect sont générées suivant deux Gaussiennes de variances unité et de moyennes 8 et 6 (respectivement pour p_1 et p_0).

Le seuil d'acceptation dans les conditions fixées auparavant est de 41.5 pour une probabilité de fausse extraction de 0.01.

Le scénario est représenté sur la figure (1). La durée d'observation, de 800 secondes, correspond à l'acquisition de 20 images successives. La récurrence du sonar actif est de 40 secondes.

La trajectoire de la cible est du type rectiligne uniforme par morceaux. Sur le premier tronçon, la cible a une vitesse de 7 m/s et un cap de 90 degrés, 9 images sont acquises sur ce tronçon. Après 320 secondes, la cible manœuvre jusqu'à obtenir un cap de 225 degrés et une vitesse de 9,9 m/s qu'elle maintient jusqu'à la fin du scénario. Aucune mesure n'est acquise durant la manœuvre.

L'histogramme des pistes extraites est représenté sur la figure (2).

Après le test d'acceptation, on conserve toutes les pistes extraites.

7 Conclusion

L'utilisation conjointe de la technique mathématique de programmation dynamique et de l'association probabiliste des données (PDA) a permis de mettre au point un extracteur de piste en milieu bruité (fausses alarmes). Cet extracteur, basé sur un estimateur de Maximum A Posteriori s'avère efficace lorsque la cible a le comportement envisagé.

Si ce n'est pas le cas, il faut traiter en parallèle différents modèles de trajectoires et retenir le plus vraisemblable a posteriori. Notons que l'algorithme peut être utilisé pour l'extraction multipistes ou en phase d'initialisation d'un IMM PDAF [Mar97].

Références

- [Bar88] Y. Bar-Shalom and T. E Fortmann : *Tracking and data association*, Academic Press, Boston 1988
- [Bar85] Y. Barniv : *Dynamic Programming. Solution for Detecting Dim Moving Targets*, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems VOL 21 No 1 pp 144-156 Jan 1985.
- [Bar87] Y. Barniv : *Dynamic Programming. Solution for Detecting Dim Moving Targets Part II : analysis*, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems VOL 23 No 6 pp 776-788 Nov 1987.
- [BB84] Birminval K. and Bar-Shalom Y : *On tracking a maneuvering target in clutter*, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems VOL AES-20, No 5 pp 635-645 sept 1984.
- [BB88] Blom H.A.P and Bar-Shalom Y : *The interactive multiple model Algorithm for systems with markovian switching coefficients*, IEEE Trans. on Automatic control VOL AC-33, No 8 pp 780-783 Aug 1988.
- [Bel62] R.E Bellman and S.E Dreyfus : *Applied Dynamic Programming*, Princeton University press, Princeton New Jersey 1962.
- [BJ94] D. Bergerot C. Jauffret : *Detection, classification et trajectographie en sonar actif*, Conférence GRETSI, Juan Les Pins, pp 837-840 sept 94.
- [CHP79] Chang Y.T, Hu A.G.C, Plant J.B : *A Kalman Filter Based Tracking Scheme with Input Estimation*, IEEE Trans. on Aerospace Electronic Systems VOL AES-15, No 2 pp 237-244 March 1979.
- [JB90] C. Jauffret Y. Bar-Shalom *Track formation with bearing and frequency measurements in clutter* IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems VOL AES-26, No 6 pp 999-1010 November 1990.
- [Mar97] Martin T : *Poursuite de cibles manœuvrantes en présence de fausses alarmes*, Thèse (à paraître).
- [PL66] R.E Larson and J. Peschon : *A dynamic programming approach to trajectory estimation*, IEEE Trans. on Automatic Control AC-11,3 pp 537-540 July 1966.
- [Sin70] Singer RA : *Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets*, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, pp 473-483 July 1970.

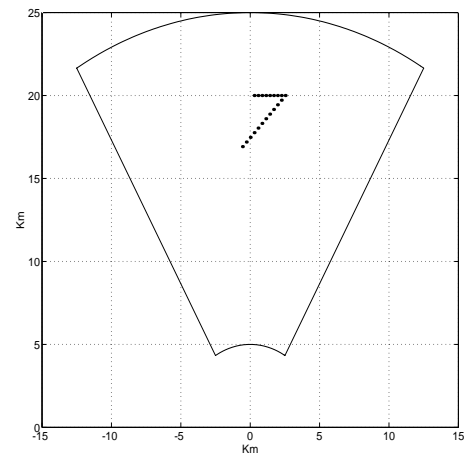


FIG. 1 — Trajectoire réelle

