

# Fusion de données acoustiques et magnétiques par un estimateur du Maximum de Vraisemblance

Gilles Dassot, Roland Blanpain, Claude Jauffret\*

LETI (CEA - Technologies Avancées) DSYS  
CEA/Grenoble - 17, rue des martyrs - 38054 Grenoble Cedex 9 - France  
\* GESSY

Université de Toulon et du Var - Bat. X - 83130 La Garde - France  
E-mail du premier auteur : Gilles.Dassot@cea.fr

## RÉSUMÉ

Cet article est consacré à la localisation de sources magnéto-acoustiques se déplaçant en ligne droite à vitesse constante. Notre technique est basée sur l'association de signaux acoustiques à bande étroite et de signatures magnétostatiques. Nous commençons par décrire les raisons qui militent en faveur de cette association, puis nous montrons que la précision de la localisation est grandement améliorée. Dans cet article, nous utilisons le moins de capteurs possibles. Nous présentons une discussion de l'observabilité, ainsi que des simulations de Monte-Carlo qui sont très proches des Bornes de Cramèr Rao.

## 1. Introduction

Dans cet article, nous nous intéressons à la localisation d'une source qui est caractérisée par une indiscretion acoustique bande étroite permettant l'extraction des paramètres du Doppler et par un comportement de type ferromagnétique. Cette source est animé d'un mouvement simple de type Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU) et l'on souhaite s'appuyer sur cette hypothèse pour localiser la source avec aussi peu de capteurs que possible. Dans un premier temps, nous rappelons les principes d'extraction des paramètres Doppler et des paramètres magnétostatique, puis nous décrivons un l'estimateur du Maximum de Vraisemblance dans le cas où un seul site mesure est disponible, puis lorsque deux sites sont disponibles. Dans chaque cas nous montrons grâce aux bornes de Cramèr Rao que la précision de la localisation est grandement améliorée par la prise en compte de l'influence magnétostatique.

## ABSTRACT

This paper is devoted to the localization of magneto-acoustic sources moving in a straight line at a constant speed. Our technique is based on the association of narrow band acoustic signals and magnetostatic measurements. First of all, we describe features that make possible the association of magnetic and acoustic data, secondly, we show that positioning accuracy is much improved by this association. In this paper we focus on solving the problem with as few sensors as possible. A geometric discussion of identifiability is proposed, as well as a Batch Maximum Likelihood estimator whose covariance matrix asymptotically achieves Cramèr Rao Lower Bounds (CRLB).

## 2. Extraction des paramètres Doppler et Magnetostatiques

Une discussion plus détaillée de l'extraction des paramètres Doppler et magnétostatiques peut être trouvée dans [1].

### 2.1. Phénomène Doppler en acoustique bande étroite

Le signal acoustique  $s(t)$  subit un décalage fréquentiel dû au déplacement relatif de l'émetteur et du récepteur. Dans le cas de signaux à bande étroite, on peut extraire des lignes fréquentielles représentatives de ces décalages [2]. En utilisant les notations de la figure 1, on peut écrire :

$$f = f_0 / \left( 1 + \frac{V}{C} \sin \theta \right) \quad (1)$$

où  $f_0$  note la fréquence émise et  $C$  la vitesse du son.

### 2.2. Localisation d'objet ferromagnétique

Un champ magnétostatique entoure les objets ferromagnétiques. Lorsque les capteurs sont

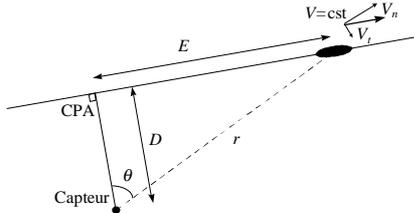


Figure 1. Géométrie du problème.

suffisamment loin de l'objet (de l'ordre de quelque fois la plus grande longueur), on montre que ce champ est approximativement dipolaire. Les capteurs mesurent alors la perturbation  $\mathbf{B}$  de ce champ dans le champ terrestre :

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \left[ 3\mathbf{x}\mathbf{x}^T - r^2\mathbf{I} \right] \mathbf{M} \quad (2)$$

où  $\mathbf{M}$  note le moment dipolaire,  $\mu_0$  la permittivité de l'air et  $\mathbf{x}$  note la position relative de la source par rapport au capteur.

On montre que signal temporel résultant du passage à vitesse constante et uniforme d'une source au droit d'un capteur se décompose avec une bonne approximation sur la base orthogonale de Anderson, dont les trois signaux de base dépendent de deux paramètres  $\{E/V, D/V\}$  (cf. figure 1) [3]. On utilise alors un filtre adapté multidimensionnel pour estimer le couple précédent [3]. Nous soulignons qu'en général, ces estimées sont seulement disponibles après le passage de la source au CPA.

### 3. Un site de Mesure

Dans cette partie, nous supposons qu'un même capteur permet de réaliser au même site la mesure acoustique et la mesure magnétique. Le vecteur de mesure s'écrit donc :  $\mathbf{z} = [E/V, D/V, f]^T$ .

#### 3.1. Observabilité

Aucune des deux mesures précédentes ne permet d'observer le paramètre angulaire, ce qui permet de localiser à une symétrie de révolution près. Ce résultat est identique à ce que l'on obtiendrait avec des mesures acoustiques seules, mais nous allons voir que la précision des estimées est fortement améliorée par les mesures magnétiques.

Le vecteur représentant l'état de la source est donc composé de l'instant de passage au CPA  $t_{cpa}$ , de la distance au CPA  $D_{cpa}$ , de la vitesse de la source  $V$  et de la fréquence émise  $f_0$ . L'équation de mesure s'écrit :

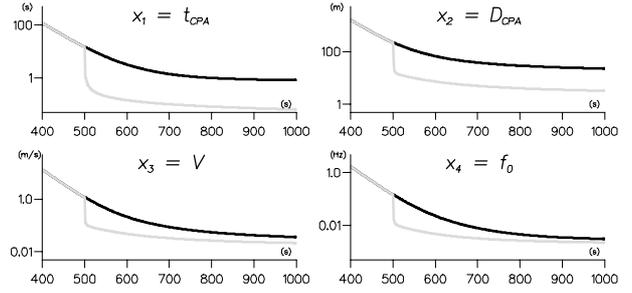


Figure 2. BCR pour un site de mesure. Acoustique seul en noir, acoustique et magnétique en gris. Le CPA est atteint après 500sec. La source se déplace à 10m/s, la distance au CPA est de 1.5km, la fréquence émise est 200Hz. L'axe vertical est en échelle logarithmique. Ecart-types des mesures  $\sigma_{k,E/V}=1.0$ ,  $\sigma_{k,D/V}=0.5$  si  $t_k > 500$  and  $\sigma_f=0.05$ .

$$\begin{aligned} E/V &= h_1(\mathbf{x}, t) = t - t_{cpa} \\ D/V &= h_2(\mathbf{x}, t) = D_{cpa}/V \\ f &= h_3(\mathbf{x}, t) = \frac{f_0}{1 + \frac{V^2(t-t_{cpa})^2}{C\sqrt{V^2(t-t_{cpa})^2 + D_{cpa}^2}}} \end{aligned} \quad (3)$$

Dans [5], les auteurs montrent que l'observabilité locale peut être établie grâce au calcul des Bornes de Cramér Rao (BCR). Ces bornes représentent la covariance la plus faible que peut atteindre un estimateur. Elles sont calculées comme l'inverse de la Matrice d'Information de Fisher (MIF) qui est donnée par :

$$\text{FIM} = -E \left[ \frac{d^2}{d^2 \mathbf{x}} \ln \Lambda_{\mathbf{z}}(\mathbf{x}) \right] = -E \left[ \frac{d^2}{d^2 \mathbf{x}} \ln p(\mathbf{z}|\mathbf{x}) \right] \quad (4)$$

où  $\Lambda_{\mathbf{z}}(\mathbf{x})$  est la vraisemblance des mesures  $\mathbf{z}$  sachant  $\mathbf{x}$ . Lorsque les bruits de mesure sont indépendants et distribués selon une loi Normale centrée, la matrice des BCR pour 3.K mesures simultanées s'écrit :

$$\text{CRLB} = \left[ \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^3 \left( \frac{dh_m(\mathbf{x}, t_k)}{d\mathbf{x}} \right)^T \frac{dh_m(\mathbf{x}, t_k)}{d\mathbf{x}} / \sigma_{k,m}^2 \right]^{-1} \quad (5)$$

On montre dans [5] que l'inversibilité de la matrice FIM est une condition suffisante pour garantir l'observabilité locale des paramètres.

Les courbes de variances de chacun des paramètres de  $\mathbf{x}$  apparaissent sur la figure 2, en gris lorsque des mesures acoustiques et magnétiques sont disponibles et en noir lorsque seules les mesures acoustiques sont disponibles. Comme nous l'avons souligné, les estimées du Filtrage Adapté Magnétique sont seulement disponibles après le CPA, ici aux environs de la 500<sup>ème</sup> seconde. Après ce point, les estimées de position sont fortement améliorées par les mesures magnétiques qui sont bien mieux conditionnées, car les grandeurs  $\{E/V, D/V\}$  sont très proches du système

de coordonnées cartésiennes.

### 3.2. Simulations de Monte-Carlo

L'estimateur du Maximum de Vraisemblance (MV) est un estimateur efficace, c'est-à-dire qu'il atteint en général les BCR. Dans les hypothèses de bruits gaussiens, la maximisation de la Vraisemblance peut être remplacée par la minimisation d'un problème de Moindres Carrés équivalent :

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x}}{\operatorname{Argmin}} \left( \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^3 \frac{(z_m(t_k) - h_m(\mathbf{x}, t_k))^2}{\sigma_{k,m}^2} \right) \quad (6)$$

On utilise alors l'algorithme de Levenberg-Marquardt qui réalise un compromis entre la descente du plus fort gradient et les méthodes de type Gauss-Newton. On montre dans le tableau 1 les résultats de simulation de Monte-Carlo.

	$\mathbf{x}_{\text{vraie}}$	$\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{\text{vraie}}$	$\sigma_{\text{BCR}}$	$\sigma$
$t_{\text{cpa}}$	0.	$-2.7910^{-3}$	$6.3110^{-2}$	$6.1710^{-2}$
$D_{\text{cpa}}$	1500.	$1.8010^{-3}$	3.223	3.148
$V$	10.	$-1.3510^{-4}$	$2.1310^{-2}$	$2.0910^{-2}$
$f_0$	200.	$2.5610^{-4}$	$2.2310^{-3}$	$2.3010^{-3}$

## 4. Nombre de sites multiples

### 4.1. Observabilité

Dans ce cas, on dispose d'un nombre réduit de capteurs géographiquement distribués qui peuvent réaliser l'extraction de paramètres acoustiques et/ou magnétiques. Avec au moins deux capteurs le plan est orienté et on peut utiliser les coordonnées cartésiennes pour localiser la source. Grâce à l'hypothèse du mouvement rectiligne uniforme, on peut de plus repérer cette position à un instant de référence  $t_{\text{ref}}$  :

$$\mathbf{x} = [x_{t_{\text{ref}}} \quad y_{t_{\text{ref}}} \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad f_0]^T \quad (7)$$

Etant donnés deux sites de mesure, la trajectoire de la source est tangente à deux cercles. Comme le montre la figure 3, il existe quatre solutions que l'on peut apparier selon le module de la vitesse auquel elles correspondent. Les solutions  $V_x$  and  $V_x'$  ne peuvent

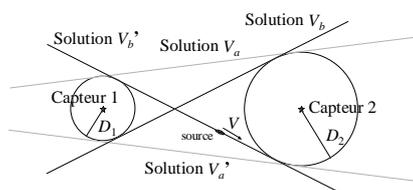


Figure 3. Solutions fantômes avec deux sites de mesure.

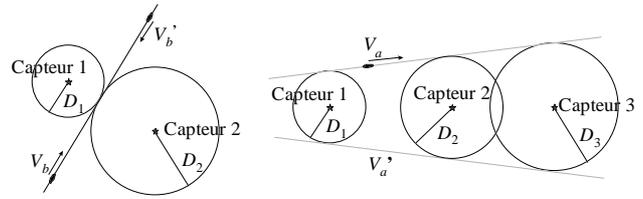


Figure 4. Configurations remarquables.

être différenciée car la figure est symétrique par rapport à l'axe des capteurs.

Si on utilise seulement des capteurs magnétiques, les solutions  $V_a$  et  $V_b$  ne peuvent pas être différenciée non plus à cause du facteur de dilatation introduit par le terme  $1/V$  dans les paramètres mesurés.

Si trois capteurs ou plus sont disponibles, la position de la source est complètement observable car l'axe de symétrie a disparu d'une part, et d'autre part, dans le cas de mesures magnétiques seulement, l'ambiguïté sur le facteur de dilatation  $1/V$  peut être levée.

Deux configurations remarquables représentées sur la figure 4 doivent cependant être traitées à part. Si seulement deux capteurs sont disponibles et qu'ils conduisent au même CPA, une seule trajectoire est possible mais son sens de parcours demeure inconnu. Si trois capteurs sont disponibles mais qu'ils sont alignés, on retrouve les deux solutions fantômes à cause de l'axe de symétrie de la figure.

### 4.2. Bornes de Cramèr Rao

Soit un site de mesure  $i$  permettant la mesure des paramètres magnétiques et acoustiques. Dans le cas de mesures non bruitées, l'équation de mesure s'écrit :

$$\left(\frac{E}{V}\right)_i = \operatorname{sign}_{t,i} \cdot \frac{\sqrt{(x_t - x_{\text{cpa},i})^2 + (y_t - y_{\text{cpa},i})^2}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}$$

$$\left(\frac{D}{V}\right)_i = \frac{\sqrt{(x_{s,i} - x_{\text{cpa},i})^2 + (y_{s,i} - y_{\text{cpa},i})^2}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \quad (8)$$

$$f_i = \frac{f_0}{1 + \frac{1}{C} \frac{(x_t - x_{s,i})\dot{x} + (y_t - y_{s,i})\dot{y}}{\sqrt{(x_t - x_{s,i})^2 + (y_t - y_{s,i})^2}}}$$

$$\begin{cases} x_t = x_{t_{\text{ref}}} + (t_k - t_{\text{ref}})\dot{x} \\ x_{\text{CPA},i} = x_{C,i} + \frac{(x_{t_{\text{ref}}} - x_{C,i})\dot{y}^2 - (y_{t_{\text{ref}}} - y_{C,i})\dot{x}\dot{y}}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \\ \operatorname{sign}_{t,i} = \operatorname{sign}(x_t - x_{\text{CPA},i}) \cdot \operatorname{sign}(\dot{x}) \end{cases} \quad (9)$$

Dans le reste de cet article, nous nous intéressons au cas d'un couple de capteurs mixtes où les paramètres magnétiques et acoustiques sont disponibles. La

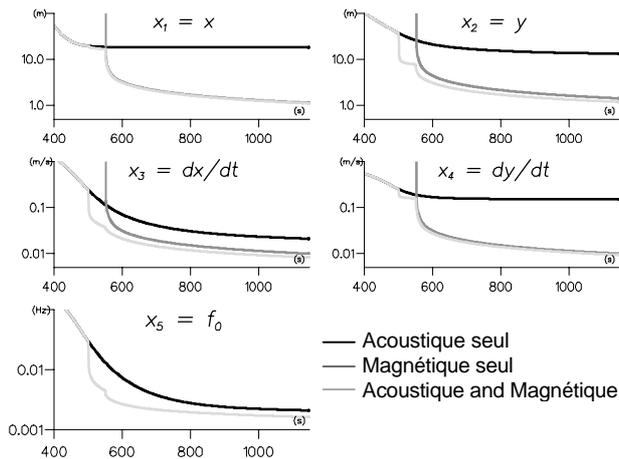


Figure 5. BCR pour deux sites de mesure. Le premier CPA est atteint après 500 secondes, le deuxième est atteint 50 secondes plus tard.

géométrie du problème est donnée sur la figure 6 : la source se déplace à 10m/s, les distances au CPA sont respectivement de 1000 et 1500 mètres et les deux sites de mesures sont éloignés de 707m. La raie spectrale est émise autour de 200Hz et les écart-types des mesures sont  $\sigma_{k,(E/V)1}=1.0$ ,  $\sigma_{k,(D/V)1}=0.5$  si  $t_k > 500$ ,  $\sigma_{k,(E/V)2}=1.2$ ,  $\sigma_{k,(D/V)2}=0.6$  si  $t_k > 550$ ,  $\sigma_{f1}=0.05$  et  $\sigma_{f2}=0.06$  (unités du Système International).

Nous présentons sur la figure 5 les Bornes de Cramèr Rao calculées avec les paramètres précédents. Les cassures correspondent à l'introduction des grandeurs magnétiques à l'instant de passage au CPA. Les échelles logarithmiques soulignent l'intérêt de cette association.

### 4.3. Exemple de localisation

Nous présentons sur la figure 6 un exemple de localisation d'une source magnéto-acoustique avec les ellipses d'incertitude associées. La plus grande partie de l'information acoustique est en fait disponible autour du CPA, là où la dérivée de la fréquence reçue est la plus forte. On remarque donc en acoustique seul que les estimées de localisation sont très améliorées au passage au CPA, puis se situe dans un secteur angulaire constant.

L'utilisation de mesures magnétostatiques améliore grandement la localisation, si bien que la précision de positionnement est encore suffisante lorsque l'on s'éloigne du CPA.

## 5. Conclusion

Dans cet article, nous nous intéressons à la localisation d'une source magnéto-acoustique se déplaçant en ligne droite. Nous montrons que dans ce

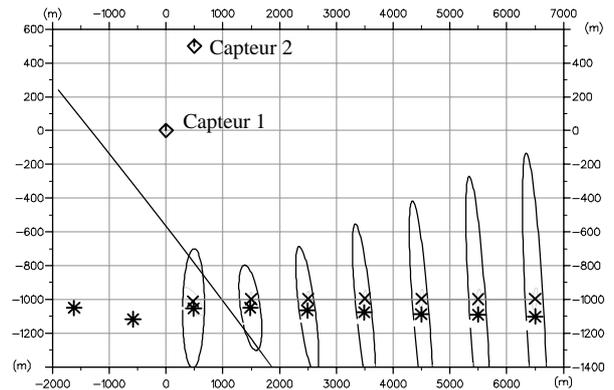


Figure 6. Localisation et ellipses d'incertitude à  $2\sigma$ . Les ellipses ont subi un facteur de dilatation de 5. Les astérisques (resp. les croix) représentent les sorties de l'estimateur MV utilisant les mesures acoustiques (resp. acoustiques et magnétiques) passées.

cas l'observabilité du problème ne change pas, mais que la précision de la localisation est grandement améliorée par cette association.

Cette méthode a déjà été testée avec des mesures magnétiques réelles et nous présenterons dans l'article définitif des résultats avec des mesures réelles mixtes acoustiques et magnétiques.

## 6. References

- [1] G. Dassot, R. Blanpain, "Data Association from two Acoustic-Magnetic Measurement Sites", IEEE Workshop on DSP, Loen, Norvege, 1996.
- [2] C. Jauffret, D. Bouchet, "Frequency Line Tracking on a Lofargram: an Efficient Wedding between Probabilistic Data Association Modelling and Dynamic Programming Techniques", Asilomar Conf., Monterey, USA, 1996.
- [3] R. Blanpain, "Traitement en temps réel du signal issu d'une sonde magnétométrique pour la détection d'anomalies magnétiques", Thèse de l'I.N.P.G., 1979.
- [4] Y. Caritu, B. Flament, F. Vacherand, R. Blanpain, "Détection et localisation en temps réel d'un mobile ferromagnétique", XV<sup>ème</sup> colloque GRETSI, Juans-Les-Pins, 1995.
- [5] J.F. Arnold, Y. Bar-Shalom, R. Estrada, R.A. Mucci, "Target Parameter Estimation Using Measurements Acquired with a Small Number of Sensors", IEEE J. Ocean. Eng., Vol. OE-8, No.3, 1983.