

# Estimation des Paramètres Spatio-Temporels d'un Canal de Propagation à Trajets Multiples

J. GROUFFAUD<sup>(1)</sup>, A. FERREOL<sup>(2)</sup>, P. LARZABAL<sup>(1)</sup>, H. CLERGEOT<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup>LESiR - ENS de CACHAN - 61, avenue du Président Wilson - 94235 CACHAN

E-mail : joel.grouffaud@lesir.ens-cachan.fr

<sup>(2)</sup>THOMSON-CSF Communications - 66, rue du fossé blanc - 92231 GENNEVILIERES

## RÉSUMÉ

L'identification active de canaux de propagation à trajets multiples réduit le débit de la transmission. Nous proposons ici des algorithmes passifs, qui n'utilisent pas de séquence d'apprentissage. Nous avons proposé, dans une publication antérieure, des algorithmes procédant en deux étapes à partir des méthodes de déconvolution autodidacte. Nous utilisons ici la forme particulière des critères pour estimer conjointement les paramètres spatio-temporels (angles d'incidence et retards de groupe), et donnons leurs bornes de Cramer-Rao. Les propriétés de ces méthodes, ainsi que leurs liens avec l'approche au sens du maximum de vraisemblance, sont démontrées puis analysées par simulations.

## ABSTRACT

Active identification of multipath channels reduces the rate of a digital communication. We propose here passive algorithm, which do not require any training sequence. We former proposed two-step algorithm from blind deconvolution algorithms. We use herein the particular shape of certain criteria in order to estimate jointly spatio-temporal parameters (direction of arrival and group delay), and provide Cramer-Rao lower bound. Many properties of these methods, as well as their connections with maximum likelihood approach, are demonstrated, and illustrated by simulations.

## 1 Introduction

Les télécommunications numériques en espace libre sont souvent caractérisées par une propagation selon des trajets multiples, causés d'évanouissements sélectifs en fréquence et d'interférences inter-symboles. La mise en œuvre de l'égalisation nécessite au préalable l'identification du canal de propagation. Après avoir modélisé celui-ci par l'intermédiaire de sa réponse impulsionnelle, paramétrée par ses variables spatio-temporelles (angles d'incidence et retard de groupe pour chaque trajet), nous proposons des algorithmes pour l'estimation passive de ces paramètres, en utilisant les résultats récents en déconvolution autodidacte de multicanaux et en généralisant les méthodes de traitement d'antenne.

## 2 Formulation du problème

### 2.1 Un modèle de propagation

Le modèle paramétrique de propagation adopté dans la présente étude tient compte des caractéristiques physiques du canal entre la source émettrice et l'antenne réceptrice composée de  $N$  capteurs :

- $s(\cdot)$  : signal émis par la source ;
- $M$  : nombre de trajets ;
- $\alpha_m$  : atténuation (complexe) du  $m^{\text{ième}}$  trajet ;
- $\theta_m, \Delta_m$  : angles d'azimut et de site ;
- $\tau_m$  : retard de groupe du signal émis.

La réponse impulsionnelle discrète (finie et causale), s'exprime, pour le signal reçu sur le  $n^{\text{ième}}$  capteur [2] :

$$\begin{cases} h_n[k] = \sum_{m=1}^M \alpha_m a_n(\theta_m, \Delta_m) \text{sinc}(k - F_e \tau_m), & 0 \leq k \leq L \\ h_n[k] = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

où  $a_n(\theta, \Delta)$  est le gain du  $n^{\text{ième}}$  capteur dans la direction considérée.

### 2.2 Écriture des données spatio-temporelles

Le vecteur d'observation spatio-temporelle, de longueur  $NK$ , est défini comme l'ensemble des sorties des  $N$  capteurs pour  $K$  instants successifs :

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} x_1[K] & \cdots & x_1[1] & \cdots & x_N[K] & \cdots & x_N[1] \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

et il s'exprime, en fonction des réponses impulsionnelles et du signal émis :

$$\mathbf{y} = \mathcal{H}\mathbf{s} + \mathbf{b} \quad (3)$$

$\mathcal{H}$  étant une matrice de Sylvester généralisée [3], de taille  $NK \times (K + L)$ , et  $\mathbf{b}$  un vecteur de bruit.

### 2.3 Formulation du problème

Le problème traité ici est d'estimer de manière passive, c'est à dire sans connaître le signal émis, le vecteur des

paramètres  $\Theta = \{\theta_m, \Delta_m, \tau_m; 1 \leq m \leq M\}$ . Nous avons proposé, dans des communications antérieures [2], des algorithmes procédant en deux étapes. La première étape consiste à appliquer un algorithme de déconvolution autodidacte, tandis que la seconde utilise une méthode à haute résolution spatio-temporelle pour estimer les paramètres caractéristiques. Dans cet article, nous proposons d'utiliser la forme généralement très simple des critères conduisant à l'estimation des réponses impulsionnelles, afin d'estimer directement les paramètres d'intérêt.

### 3 Estimation des paramètres spatio-temporels

#### 3.1 Méthode du maximum de vraisemblance conditionnelle

Supposons que le bruit additif soit blanc spatialement et temporellement, de puissance  $\sigma^2$ ; la log-vraisemblance conditionnelle s'écrit, pour  $N_d$  données du type (2) et après avoir ôté les termes constants :

$$\ln(L) = -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^{N_d} (\mathbf{x}(i) - \mathcal{H}\mathbf{s}(i))^H (\mathbf{x}(i) - \mathcal{H}\mathbf{s}(i)) \quad (4)$$

$\mathcal{H}$  étant paramétrée par les éléments de  $\Theta$ . L'ensemble des paramètres à estimer est ici :

$$\eta = \left[ \sigma^2 \quad \mathbf{s}(1)^T \quad \cdots \quad \mathbf{s}(N_d)^T \quad \Theta \right]^T \quad (5)$$

L'écriture (4) est similaire à celle rencontrée dans le cadre du traitement spatial, où la matrice des vecteurs directionnels  $\mathbf{A}(\theta)$  tient lieu de  $\mathcal{H}(\Theta)$ . Les paramètres spatio-temporels sont estimés en minimisant le critère :

$$\Theta = \arg \min_{\Theta} \left\{ \text{Tr} \left( \Pi_{\mathcal{H}}^{\perp}(\Theta) \mathbf{R}_y \right) \right\} \quad (6)$$

où  $\Pi_{\mathcal{H}}^{\perp}(\Theta) = \mathbf{I} - \mathcal{H}(\mathcal{H}^H \mathcal{H})^{-1} \mathcal{H}^H$  est le projecteur sur le sous-espace complémentaire à celui engendré par les colonnes de  $\mathcal{H}$  (de dimension  $K + L$ ), et  $\mathbf{R}_y$  est la matrice de covariance des données spatio-temporelles  $\mathbf{y}$ .

Les procédures d'optimisation pourront être celles utilisées en traitement spatial :

- IQML ;
- Projections alternées (Wax & Ziskind) ;
- Algorithme E.M..

Généralement, l'optimisation est achevée à l'aide d'une procédure de Gauss-Newton, dont la convergence est plus rapide au voisinage de la solution. Les calculs du gradient et du hessien du critère (6) ne sont pas reportés ici mais peuvent être consultés dans la référence [4].

### 3.2 Méthodes sous-optimales

#### 3.2.1 Principe

Divers algorithmes ont récemment été proposés pour résoudre le problème de la déconvolution autodidacte mono-source/multi-capturs. Le point commun de beaucoup de ces

algorithmes est que l'estimation des réponses impulsionnelles, écrites sous forme vectorielle :

$$\mathbf{h} = \left[ h_1[0] \quad \cdots \quad h_1[L] \quad \cdots \quad h_N[0] \quad \cdots \quad h_N[L] \right]^T \quad (7)$$

revient à minimiser, sous contrainte, une forme quadratique en  $\mathbf{h}$  :

$$J(\mathbf{h}) = \mathbf{h}^H \mathbf{Q} \mathbf{h} \quad (8)$$

$\mathbf{Q}$  est une matrice carrée de dimension  $N(L + 1)$ , dont l'écriture dépend de l'algorithme envisagé :

- Pour la méthode des sous-espaces [3],  $\mathbf{Q}$  est formée à partir des vecteurs propres de bruit de la matrice de covariance des données spatio-temporelles  $\mathbf{y}$  ;
- Pour la méthode des moindres carrés [5],  $\mathbf{Q}$  est formée en utilisant directement les données spatio-temporelles ;
- Pour la méthode TSML [6], une première étape estime les réponses impulsionnelles (de manière identique à [5]), et forme  $\mathbf{Q}$  à partir de ce résultat. Notons que cette méthode, qui se veut une mise en œuvre du maximum de vraisemblance, est très proche dans le principe de l'algorithme IQML [1].

#### 3.2.2 Mise en œuvre

L'estimation directe des paramètres spatio-temporels utilise la formulation (8), où  $\mathbf{h}$  est construit selon les relations (1) et (7), et est conduite en utilisant l'algorithme de Gauss-Newton. Du fait de l'écriture quadratique des critères, les dérivées premières et secondes s'expriment simplement :

$$\frac{\partial J}{\partial \Theta_i} = 2 \cdot \text{Re} \left( \mathbf{h}^H \mathbf{Q} \mathbf{h}_i \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial \Theta_j \partial \Theta_i} = 2 \cdot \text{Re} \left( \mathbf{h}_j^H \mathbf{Q} \mathbf{h}_i \right) \quad (10)$$

avec

$$\mathbf{h}_i = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \Theta_i} \quad (11)$$

L'algorithme de Gauss-Newton ne tenant pas compte des dérivées secondes dans le Hessien, nous avons négligé tous les termes de la forme  $\frac{\partial^2 h_i}{\partial \Theta_j^2}$  dans la relation (10).

En désignant par  $\mathbf{D}$  la matrice des dérivées premières de  $\mathbf{h}$  et  $P$  le nombre de paramètres à estimer :

$$\mathbf{D} = \left[ \mathbf{h}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{h}_P \right] \quad (12)$$

le gradient et le Hessien du critère s'expriment simplement :

$$\nabla_{\Theta}(J) = 2 \cdot \text{Re} \left( \mathbf{D}^H \mathbf{Q} \mathbf{h} \right) \quad (13)$$

et

$$\mathbf{H}_{\Theta}(J) = 2 \cdot \text{Re} \left( \mathbf{D}^H \mathbf{Q} \mathbf{D} \right) \quad (14)$$

L'application de la procédure de Gauss-Newton est ensuite immédiate.

### 3.3 Mise en œuvre approchée du maximum de vraisemblance

#### 3.3.1 Principe et algorithme

La détermination d'algorithmes réduisant la charge de calculs du maximum de vraisemblance sans toutefois en altérer les performances a reçu un grand intérêt dans la communauté du traitement d'antenne pour la détermination de directions d'arrivées. En s'appuyant sur les approximations de la vraisemblance décrite dans [7], il est aisé d'établir, dans le domaine spatio-temporel, que pour un grand nombre d'échantillons, l'estimateur du maximum de vraisemblance est équivalent à :

$$\mathbf{h} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} [\text{Tr}((\mathcal{H}^H \mathbf{E}_B)(\mathbf{E}_B^H \mathcal{H}) \mathbf{R}_s)] \quad (15)$$

où  $\mathbf{E}_B$  est la matrice des vecteurs propres bruit et  $\mathbf{R}_s$  est la matrice de covariance du signal source. Généralement, cette matrice est inconnue, et elle peut être estimée de la façon suivante :

$$\mathbf{R}_s = \mathcal{H}^{\#} \mathbf{E}_s \overset{\circ}{\Lambda} \mathbf{E}_s^H \mathcal{H}^{\#H} \quad (16)$$

avec  $\overset{\circ}{\Lambda} = \Lambda - \hat{\sigma}^2 \mathbf{I}_{NK}$  ( $\Lambda$  étant la matrice diagonale contenant les valeurs propres) et  $\mathcal{H}$  est formée par une estimée efficace de  $\mathbf{h}$ .

Par permutation circulaire dans (15), nous obtenons de manière équivalente :

$$\mathbf{h} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} [\text{Tr}((\mathbf{E}_B^H \mathcal{H}) \mathbf{R}_s (\mathcal{H}^H \mathbf{E}_B))] \quad (17)$$

L'utilisation d'un lemme algébrique [3] permet de simplifier cette écriture et d'exprimer le critère comme une forme quadratique en  $\mathbf{h}$  :

$$\mathbf{h} = \arg \min_{\|\mathbf{h}\|=1} [\mathbf{h}^H \mathbf{W} \mathbf{h}] \quad (18)$$

avec :

$$\mathbf{W} = \sum_{k=1}^{NK-K-L} \mathcal{C}_{B,k} \mathbf{R}_s \mathcal{C}_{B,k}^H \quad (19)$$

L'optimisation peut être menée de manière itérative, selon la procédure suivante :

Préliminaire : Calculer  $\mathbf{R}_y$  et ses éléments propres ;  
**Initialisation** :  $\mathbf{R}_s^{(0)} = \mathbf{I}_{K+L}$  ;  
**Itération k** :  
 Former  $\mathcal{H}^{(k-1)}$  et estimer  $\mathbf{R}_s^{(k)}$  selon (16) ;  
 Minimiser le critère (18)  $\rightarrow \mathbf{h}^{(k)}$  ;

#### 3.3.2 Relation avec la méthode des sous-espaces

La comparaison de la méthode des sous-espaces [3] et de l'équation (17) conduit au résultat suivant : la méthode des sous-espaces est une réalisation de l'estimateur du maximum de vraisemblance à grand nombre d'échantillons, à condition que la matrice de covariance  $\mathbf{R}_s$  soit diagonale unitaire, c'est à dire que la séquence source  $s[k]$  soit un processus i.i.d. Si le signal source n'est pas blanc, la méthode proposée introduit une matrice de pondération plus générale que la matrice identité.

### 3.4 Bornes de Cramer-Rao des estimateurs

L'expression (4) est analogue à celle que l'on rencontre dans le cas du traitement spatial [7]. Le problème du calcul de la matrice d'information de Fisher a été résolu pour ce contexte dans la référence [7] et une procédure sensiblement identique a permis d'établir :

$$[\text{CRB}^{-1}]_{i,j} = \frac{2N_d}{\sigma^2} \text{Re} \left\{ \text{Tr}(\mathbf{G}_{i,j} \cdot \mathbf{R}_s) \right\} \quad (20)$$

$\mathbf{G}_{i,j}$  étant une matrice qui dépend des dérivées de  $\mathcal{H}$ , et  $\mathbf{R}_s$  étant la matrice de covariance du vecteur  $\mathbf{s}$  [2]. L'élément  $[\text{CRB}]_{i,i}$  correspond à la borne de Cramer-Rao du paramètre  $\Theta_i$ .

## 4 Simulations

### 4.1 Présentation

Les performances des divers algorithmes proposés ont été étudiées en terme d'erreur quadratique moyenne d'estimation. L'antenne réceptrice est linéaire uniforme, composée de  $N = 5$  capteurs. Le canal est composé de  $M = 2$  trajets, chacun caractérisé par les angles d'élévation  $30^\circ$  et  $55^\circ$ , et par les retards de groupe 0 et 4.3 périodes d'échantillonnage. Une observation spatio-temporelle est construite à l'aide de  $K = 10$  échantillons par capteurs, et l'ordre des réponses impulsionnelles, estimé par le test MDL, est  $L = 6$ . Deux types de signaux sources ont été envisagés :

- Signal blanc, issu d'une séquence i.i.d. gaussienne ;
- Signal modulé en fréquence (FSK), échantillonné à 4 fois le rythme symbole.

La matrice de covariance des données spatio-temporelles est calculée à partir de  $N_d = 50$  observations, et les bornes de Cramer-Rao ont été calculées pour ces valeurs.

### 4.2 Résultats

L'erreur quadratique moyenne, calculée sur 100 réalisations, est représentée sur la figure 4.2 pour le signal blanc et sur la figure 4.2 pour la modulation FSK.

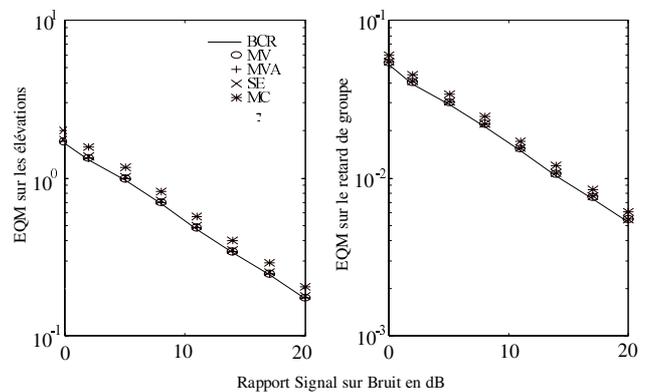


FIG. 1 — Performances pour un signal gaussien.

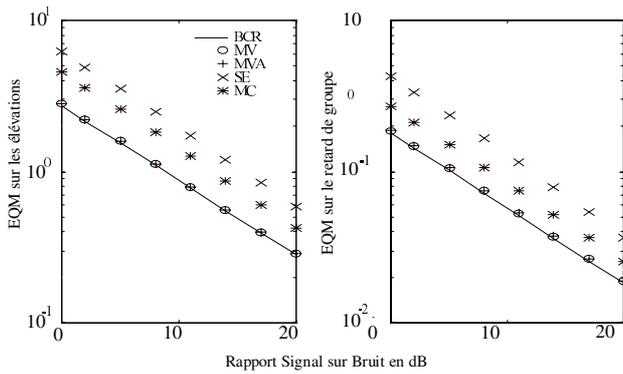


FIG. 2 — Performances pour un signal FSK.

### 4.3 Commentaires

La méthode du maximum de vraisemblance conditionnel atteint quasiment, dans tous les cas, les bornes de Cramer-Rao, ce qui est un résultat prévisible. La méthode approchée, utilisant une approximation de la vraisemblance, atteint également systématiquement les bornes de Cramer-Rao, quelle que soit la modulation. Ce résultat, connu en traitement spatial (méthode MODE), est donc retrouvé en identification spatio-temporelle passive. La méthode des sous-espaces présente de très bonnes performances lorsque le signal est blanc temporellement, comparables à celles du maximum de vraisemblance, ce qui est en accord avec la théorie puisque nous savons que ces deux méthodes sont asymptotiquement équivalentes en présence d'un tel signal. Ce n'est plus vrai lorsque le signal est temporellement corrélé : les performances se dégradent. La méthode des moindres carrés, sans atteindre les bornes de Cramer-Rao, présente dans l'ensemble de bons résultats, et semble plus robuste à la corrélation du signal d'entrée que la méthode des sous-espaces.

## 5 Conclusion

Nous avons présenté dans cet article des algorithmes qui estiment conjointement les paramètres spatio-temporels d'un canal de propagation à trajets multiples. La méthode du maximum de vraisemblance, bien qu'efficace, est rendue prohibitive par sa mise en œuvre complexe. En revanche, la méthode des sous-espaces qui estime itérativement la matrice de corrélation du signal source, s'avère quasiment aussi performante, pour une mise en œuvre plus aisée et réalise un bon compromis rapidité/efficacité.

## Références

- [1] Y. Bresler, A. Macovski, "Exact Maximum Likelihood Parameter Estimation of Superimposed Exponential Signals in Noise", *IEEE Transactions on ASSP*, Vol. 34, No. 5, pp. 1091-1099, Octobre 1986.
- [2] J. Grouffaud, A. Ferréol, P. Larzabal, H. Clergeot, "Passive Identification of Multipath Channels", *Proceedings of EUSIPCO 96*, Septembre 1996.

- [3] E. Moulines, P. Duhamel, J.F. Cardoso, S. Mayrargue, "Subspace Methods for the Blind Identification of Multichannel FIR Filters", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 43, No. 2, Février 1995.
- [4] J. Grouffaud, P. Larzabal, A. Ferréol, H. Clergeot, "Adaptive Maximum Likelihood Algorithms for the Blind Tracking of Time-Varying Multipath Channels", à paraître dans *International Journal on Adaptive Control and Signal Processing*, Décembre 1997.
- [5] G. Xu, H. Liu, L. Tong, T. Kailath, "A Least Squares Approach to Blind Channel Identification", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 43, No. 12, Décembre 1995.
- [6] Y. Hua, "Fast Maximum Likelihood for Blind Identification of Multiple FIR Filters", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 44, No. 3, Mars 1996.
- [7] P. Stoica, A. Nehorai, "MUSIC, Maximum Likelihood, and Cramer-Rao Bound", *IEEE Transactions on ASSP*, Vol. 37, No. 5, Mai 1989.