

Influence d'une déformation d'antenne déterministe en actif

Ph. Graffoulière

CEPHAG (UPRESA 50-86), BP46 F-38402

Saint Martin d'Hères FRANCE

Philippe.Graffouliere@cephag.inpg.fr

RÉSUMÉ

Les résultats concernant les pertes de performances dus à une déformation d'antenne sont donnés, dans le cadre d'une estimation classique de retard et de direction en actif large bande. Ces résultats faisant intervenir maints paramètres, on en déduit une forme simplifiée plus facilement interprétable. Tout ceci est bien sûr vérifié à l'aide de simulations.

ABSTRACT

The results of the theoretical loss of performance that happens whenever an antenna is distorted are exposed, according to a classical broadband active delay and direction estimation scheme. These results are completed with simplified formulas, that are physically speaking easier to understand. The theoretic formulas are verified thanks to simulated data.

1 Introduction

Nous nous plaçons dans le cas d'une émission sonar actif large-bande d'un signal $s(t)$, la réception étant assurée par une antenne théoriquement linéaire de K capteurs. Sur l'antenne théorique, la position du k ème capteur est repérée par l_k , distance au barycentre de l'antenne. Les signaux reçus sur les K capteurs sont échantillonnés, puis concaténés dans un vecteur unique \mathbf{r} . Le modèle de signal reçu est paramétré par le retard de propagation τ , mesuré au barycentre de l'antenne, et la direction de propagation θ du front d'onde (plane). Ce modèle s'écrit sous la forme d'un vecteur, de la même façon que les signaux reçus. On l'écrira $\mathbf{s}(\tau, \theta)$ et il sera supposé normé.

Dans le cas où il n'existe qu'une source (ce qui est équivalent à des sources résolues), et sous l'hypothèse d'un bruit blanc en temps et en espace, l'estimation MV (optimale) des paramètres τ et θ est obtenue en maximisant la fonctionnelle :

$$L(\tau, \theta) = \|\mathbf{r}^H \mathbf{s}(\tau, \theta)\|^2 \quad (1)$$

Il s'agit d'un filtrage adapté au signal émis suivi d'une formation de voies large-bande. Dans le cas où le modèle est conforme à la réalité, les performances des estimateurs des paramètres sont données par les bornes de Cramér-Rao. Dans le cas contraire, c'est à dire si à la perturbation due au bruit blanc s'ajoutent d'autres types de perturbations, il faut avoir recours à d'autres méthodes. Nous allons donc utiliser la méthode dite de "calcul de perturbation" sur la fonctionnelle $L(\tau, \theta)$. Rappelons que celle-ci a été notamment utilisée par Li&Vaccaro pour la perturbation des sous-espaces propres de MUSIC [4].

2 Calcul de perturbation

On cherche à calculer la variance des estimateurs en évaluant, pour chaque réalisation des paramètres aléatoires (le

bruit blanc) les écarts $\Delta\tau$ et $\Delta\theta$ des estimateurs par rapport à leur valeurs véritables τ_0, θ_0 . Les biais sont obtenus par moyenne statistique de ces écarts, tandis que les variances sont obtenues en calculant l'espérance de leurs valeurs centrées élevées au carré [2][1][3].

La fonctionnelle subit, pour chaque réalisation de bruit, deux perturbations (celle due au bruit et celle due à la déformation d'antenne) qu'on s'impose d'écrire comme additives sur la fonctionnelle. La relation non-linéaire entre les paramètres et la fonctionnelle est rendue linéaire par développement limité à l'ordre 1, ce qui impose de faire l'hypothèse de petites perturbations. On dispose alors d'une relation liant les écarts à la perturbation.

3 Antenne équivalente sans biais

Les déformations d'antenne provoquent des biais d'estimation sur le retard et la direction. Nous avons introduit l'antenne équivalente sans biais, qui est l'antenne causant les mêmes variances d'estimation que l'antenne déformée, mais n'introduisant aucun biais d'estimation, pour un front d'onde arrivant d'une direction donnée.

La figure 1 illustre la construction d'une antenne équivalente sans biais à partir d'une antenne déformée. Pour plus de détails sur cette construction, se reporter à [3].

Ce concept nous a permis d'obtenir des expressions simples des biais sur l'angle et la direction. Supposons que l'antenne soit déformée dans un plan, que les positions théoriques occupées par les capteurs soient $(0, l_k)$, on note (x_k, y_k) les positions des capteurs de l'antenne déformée. θ est la direction d'incidence de l'onde, et on note $\lambda_2 = \sum_{k=1}^K \frac{l_k^2}{Kc^2}$. Alors, les biais s'expriment :

$$\tilde{\tau} = \frac{\sum_{k=1}^K d_k}{Kc} \quad (2)$$

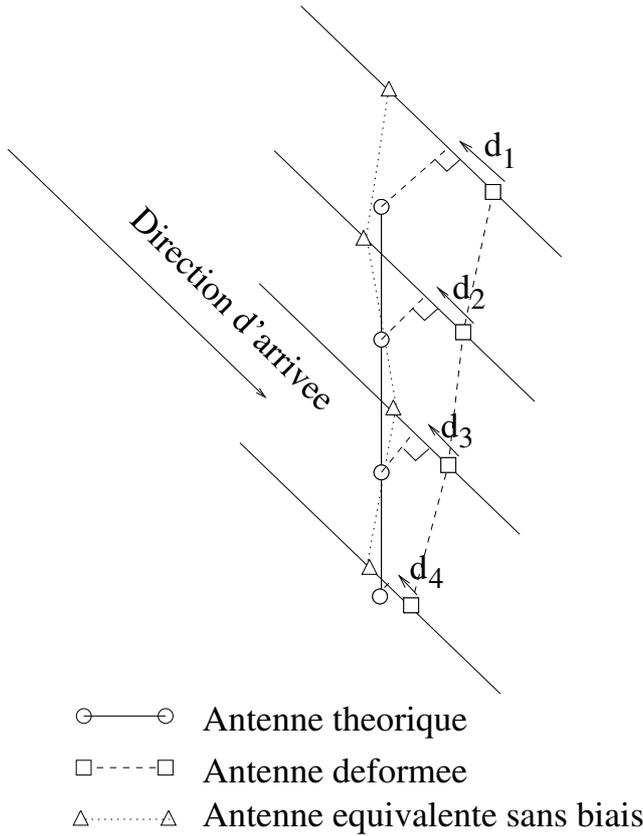


FIG. 1 — Antenne équivalente : construction

$$\tilde{\theta} = \arcsin\left(\frac{\sum_{k=1}^K x_k l_k \cos \theta}{K \lambda_2} - \frac{\sum_{k=1}^K y_k l_k \sin \theta}{K \lambda_2}\right) \quad (3)$$

4 Calcul des variances d'estimation

On peut montrer que le calcul des variances est plus précis en utilisant l'antenne équivalente non biaisée. Le calcul fait intervenir un grand nombre de termes, liés au signal comme à l'antenne. On définit $\mathbf{s} = \mathbf{s}(\tau_0, \theta_0)$ $\dot{\mathbf{s}} = \frac{\partial}{\partial \tau} \mathbf{s}(\tau_0, \theta_0)$ et $\ddot{\mathbf{s}} = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \mathbf{s}(\tau_0, \theta_0)$, où τ_0, θ_0 désignent les paramètres véritables de la source. Sous l'hypothèse $\|\mathbf{s}\|^2 = 1$, on a :

$$\dot{\mathbf{s}}^H \mathbf{s} = -j\omega_m \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{s}}^H \dot{\mathbf{s}} = -\ddot{\mathbf{s}}^H \mathbf{s} = B_s^2 \quad (5)$$

$$B_c^2 = B_s^2 - \omega_m^2 \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{s}}^H \dot{\mathbf{s}} / B_s^2 = -j\dot{\omega} \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{s}}^H \ddot{\mathbf{s}} / B_s^2 = B_s^2 \quad (8)$$

ω_m est la fréquence centrale du signal, B_s est sa bande HF, et B_c sa bande BF, $\dot{\omega}$ et B_s étant leurs homologues pour $\dot{\mathbf{s}}$.

Termes géométriques

Si on note d_k la distance du capteur k de l'antenne équivalente à sa position théorique **dans la direction de propagation de l'onde**, on peut poser :

$$\delta_2 = \sum \frac{d_k^2}{2Kc^2} \quad (9)$$

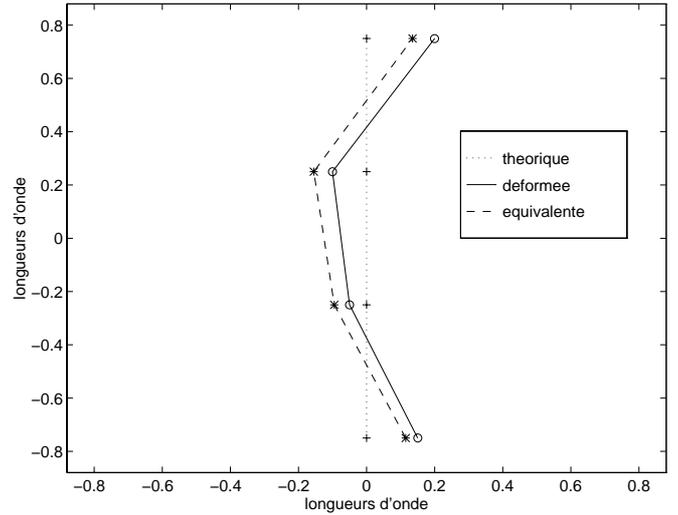


FIG. 2 — Antennes : théorique, déformée, équivalente sans biais.

$$(\delta\lambda) = \sum_{k=1}^K \frac{d_k l_k \cos \theta}{K c^2} \quad (10)$$

$$(\lambda\delta_2) = \sum_{k=1}^K \frac{d_k^2 l_k \cos \theta}{2K c^3} \quad (11)$$

$$(\delta_2 \lambda_2) = \sum_{k=1}^K \frac{d_k^2 l_k^2 \cos^2 \theta}{2K c^4} \quad (12)$$

Sur la figure 3 le lecteur trouvera les variances des estimateurs de direction et de retard telles qu'elles s'écrivent, avec ces notations.

Dans le cas de signaux bande étroite, ces expressions prennent une forme plus simple :

$$\text{var}(\Delta\tau) = \frac{1}{R(B_c^2(1 - 2B_s^2\delta_2))} \quad (15)$$

$$\text{var}(\Delta\theta) = \frac{\cos^2(\theta_0)}{R \cos^2(\theta_0 + \tilde{\theta}) (\lambda_2 B_s^2(1 - 2B_s^2\delta_2))} \quad (16)$$

La perte de performance est dans ce cas uniquement causée par la perte de cohérence des signaux reçus, provoquant une diminution du RSB d'un rapport $1 - 2B_s^2\delta_2$.

5 Simulations

Des simulations ont été effectuées dans le but de vérifier ces expressions. Le signal utilisé est un BPSK de BT 511, de porteuse 400 Hz modulé à 5 périodes par digit. L'antenne utilisée est celle de la figure 2, et l'incidence est normale. Pour chaque valeur du RSB, 1000 réalisations sont effectuées. Cette antenne présente une déformation non négligeable. Pour s'en convaincre, il suffit de tracer la vraisemblance en fonction de la direction, pour une valeur de retard correspondant au retard véritable de l'onde. La figure 4 montre cette vraisemblance en l'absence de déformation et pour un bruit nul. Celle-ci correspond globalement au diagramme d'antenne inversé, et présente naturellement un zéro pour la valeur exacte de la direction. La figure 5 montre cette vraisemblance calculée

$$\text{var}(\Delta\tau) = \frac{B_c^2 + B_s^2\delta_2(-2B_c^2 + B_s^2\delta_2\dot{\omega}^2 + B_s^4\delta_2 - 2\omega_m\dot{\omega}B_s^2\delta_2)}{R(B_c^2 - (B_s^4\delta_2 + B_s^2B_s^2\delta_2 - B_s^2B_s^4\delta_2^2 - 2\omega_m\dot{\omega}B_s^2\delta_2 + \dot{\omega}^2B_s^4\delta_2^2))^2} \quad (13)$$

$$\text{var}(\Delta\theta) = \frac{\cos^2(\theta_0)(B_s^2\lambda_2 - 2B_s^4\delta_2\lambda_2 + \lambda_2\delta_2^2B_s^6 + \dot{\omega}^2B_s^4(\lambda\delta_2)^2)}{R\cos^2(\theta_0 + \tilde{\theta})(\lambda_2B_s^2 - (B_s^4\lambda_2\delta_2 + (\delta_2\lambda_2)B_s^2B_s^2 - B_s^4B_s^2(\delta_2\lambda_2)\delta_2 + (\lambda\delta_2)^2\dot{\omega}^2B_s^4))^2} \quad (14)$$

FIG. 3 — Les variances des estimateurs de direction et de retard

avec l'antenne déformée : le minimum n'est plus un zéro, et on note que les lobes secondaires ressortent fortement, pouvant induire des ambiguïtés.

Nos formules de biais prédisent les biais d'estimation suivants :

$$\tilde{\tau} = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$\tilde{\theta} = 1,15 \text{ degrés}$$

Les simulations confirment ces résultats :

$$\tilde{\tau} = 1,36 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$\tilde{\theta} = 1,18 \text{ degrés}$$

La figure 6 présente les bornes de Cramér-Rao (variances théoriques avec une antenne non déformée), les valeurs prédites par les calculs de perturbation (formules 13 et 14), et le résultat de simulation.

On constate un excellent accord pour de forts RSB, la dégradation observée pour des RSB plus faibles étant due à la présence dans la fonctionnelle de pics plus élevés que celui correspondant à la source. La figure 7 renseigne sur les mêmes données, mais cette fois, les valeurs prédites le sont à l'aide des formules approchées 15 et 16. La concordance des prévisions et des résultats de simulation est certes légèrement moins bonne qu'avec les formules exactes, mais reste néanmoins satisfaisante. L'intérêt de ces formules simplifiées apparaît donc clairement, d'autant que la perte de RSB intervenant dans celles-ci reste facilement calculable même si certains capteurs ont des déplacements supérieurs à la longueur d'onde, alors que les développements limités intervenant dans le calcul des formules exactes deviennent caducs dans un tel cas.

6 Conclusion

Nous avons vérifié le très bon accord entre les simulations et les résultats donnés par le calcul de perturbations. Ce style de calculs nous a par ailleurs permis d'évaluer les pertes dans d'autres cas de traitements sous-optimaux : signaux déformés, bruit mal modélisé, avec des résultats tout aussi convaincants [3].

Références

[1] S. Bozinoski. *Analyse spatio-temporelle des signaux large-bande en vue de la tomographie acoustique océanique*. Thèse de DI INPG, 1996.

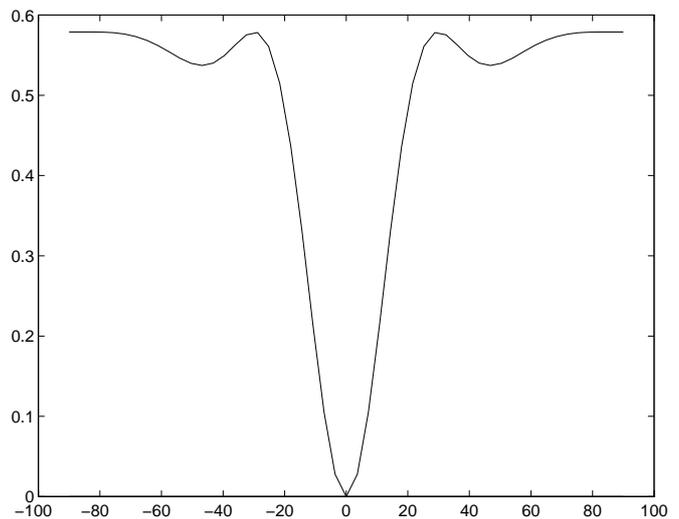


FIG. 4 — Diagramme d'antenne non déformée.

- [2] A. Marsal, S. Marcos. *Influence d'erreurs de modèle sur diverses méthodes d'analyse spatiale*. TS vol 10 n° 5-6, numéro spécial 1993- La calibration d'antenne
- [3] P. Graffoulière. *Méthodes actives spatio-temporelles large bande, techniques et performances, application en sonar*. Thèse de docteur ingénieur INPG, mars 1997.
- [4] F. Li, R. J. Vaccaro. *Performance degradation of DOA estimators due to unknown noise fields*. IEEE ASSP vol 40, n° 6, 1992.

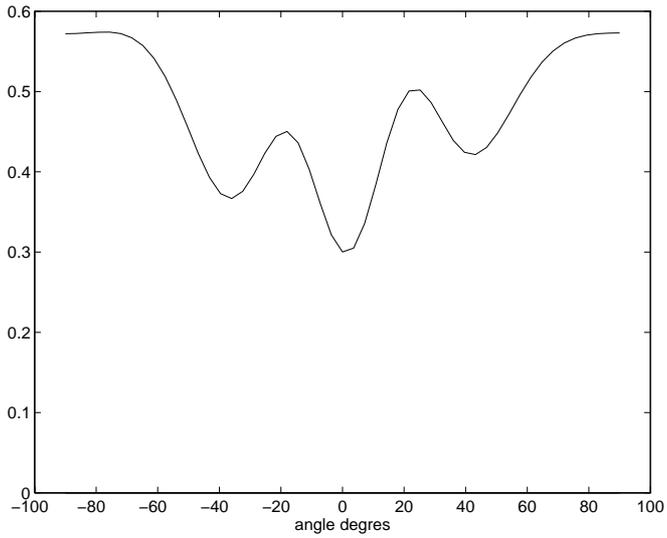


FIG. 5 — Diagramme d'antenne déformée.

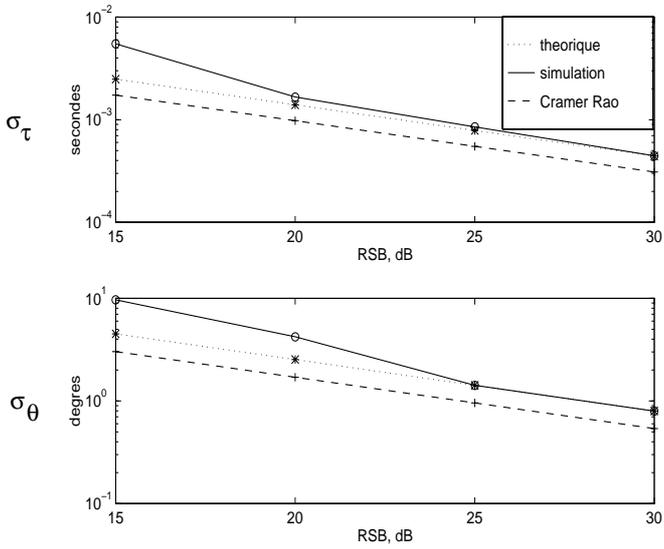


FIG. 6 — Variances d'estimation : théorie et simulations.

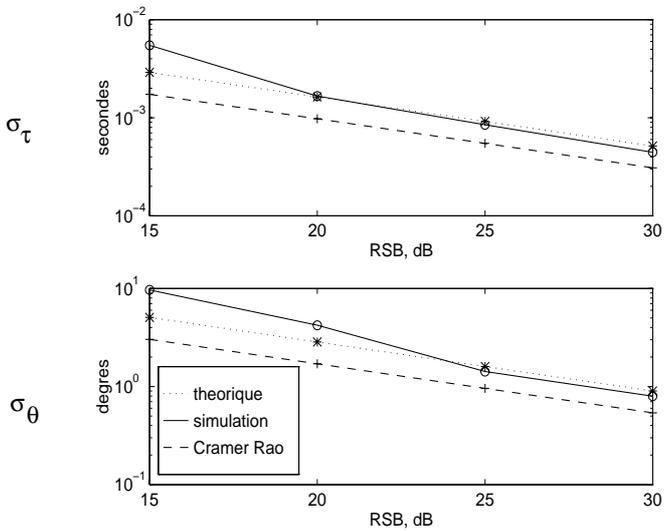


FIG. 7 — Variances d'estimation : théorie et simulations.