Dix-septième colloque GRETSI, Vannes, 13-17 septembre 1999

Reconnaissance robuste non-supervisée d'images en couleur utilisant la théorie semi-quadratique

Rozenn DAHYOT[1], Pierre CHARBONNIER[1], Fabrice HEITZ[2]

[1]Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées de Strasbourg, 11 rue Jean Mentelin, 67035 Strasbourg Cedex, France

[2]LSIIT UPRESA CNRS 7005, Boulevard Sebastien Brant, 67400 Illkirch, France

Rozenn.Dahyot@cete57.equipement.gouv.fr, Pierre.Charbonnier@cete57.equipement.gouv.fr
fabrice.heitz@ensps.u- strasbg.fr

Résumé – Cet article décrit un système robuste de reconnaissance d'objets à partir d'images en couleur. Les méthodes usuelles basées sur l'apparence sont sensibles aux données erronées occasionnées par des occlusions ou des erreurs de segmentation. L'approche proposée ici utilise les M-estimateurs mettant en œuvre des fonctions d'énergies non-quadratiques voire non-convexes. Pour minimiser ces fonctions non-convexes, nous présentons un système d'estimation utilisant les M-estimateurs en continuation, d'une fonction convexe vers des estimateurs non-convexes. À chaque étape de cette chaîne robuste, un critère non-quadratique est minimisé grâce à la théorie semi-quadratique. Ceci conduit à un algorithme de moindres carrés pondérés facile à implémenter, peu coûteux et non supervisé (tous les paramètres étant estimés automatiquement). Cette méthode est illustrée ici dans un problème de reconnaissance de panneaux routiers.

Abstract – In this paper, a robust pattern recognition system, using a view-based representation of colour images is described. Standard appearance-based approaches are not robust to outliers, occlusions or segmentation errors. The approach proposed here relies on robust M-estimators, involving non-quadratic and possibly non-convex energy functions. To deal with the minimisation of non-convex functions in a deterministic framework, we introduce an estimation scheme relying on M-estimators used in continuation, from convex functions to hard redescending non-convex estimators. At each step of the robust estimation scheme, the non-quadratic criterion is minimized using the half-quadratic theory. This leads to a low cost weighted least squares algorithm, which is easy to implement. The proposed robust estimation scheme does not require any user interaction because the algorithm automatically estimates all necessary parameters. The method is illustrated on a road sign recognition problem.

1 Introduction

La représentation des objets par leur apparence [8, 7] a récemment donné lieu à de nombreux travaux. Une des approches les plus employées est celle utilisant la représentation par espace propre qui permet une réduction substantielle de la dimension du problème. Ces méthodes utilisent une procédure de reconstruction consistant à calculer le représentant d'une image inconnue dans l'espace propre. L'estimation par les moindres carrés est sensible à la présence d'erreurs (ou *outliers*) qui se produisent lorsque, par exemple, l'objet est partiellement occulté. Pour gérer la présence de ces *outliers*, l'étape de reconstruction peut se reformuler en un problème d'estimation robuste. Parmi les méthodes issues de la statistique robuste [5, 13, 12, 6, 11], les M-estimateurs offrent un bon compromis entre complexité algorithmique et capacité à rejeter les *outliers*. Leur application à la reconnaissance par l'apparence fut d'abord proposée par Black [2]. La première contribution de cet article est de formuler la M-estimation dans le contexte de la théorie semi-quadratique (paragraphe 2). Celle-ci introduit une variable auxiliaire qui, dans notre cas, s'interprète comme le masque des données erronées. Elle permet une linéarisation des équations normales et conduit à un algorithme des moindres carrés pondérés rapide et simple à implémenter.

Par ailleurs, l'estimation des paramètres est un point important pour la reconstruction d'image mais est rarement traitée dans la littérature. Souvent, ce réglage est laissé à la charge de l'utilisateur. Comme seconde contribution, nous utilisons les résultats de la statistique robuste pour proposer (paragraphe 3) un algorithme d'estimation automatique du paramètre d'échelle, ce qui rend le système de reconnaissance complètement non supervisé. Cette méthode est étendue aux images couleurs (paragraphe 4). Enfin, nous appliquons notre méthode aux M-estimateurs *hard redescending* [13] non convexes qui permettent un meilleur rejet des *outliers*. En suivant la même philosophie que l'algorithme GNC [2], on introduit progressivement la non-convexité en utilisant trois M-estimateurs en continuation (paragraphe 5). Contrairement au GNC, cette approche ne nécessite aucune connaissance *a priori*. Ce travail conduit à un algorithme non supervisé et simple à implanter pour la reconnaissance d'images en couleur, appliqué à la reconnaissance de panneaux routiers (paragraphe 6).

2 Estimation robuste utilisant la théorie semi-quadratique

Pour simplifier, on considère d'abord le cas des images en niveaux de gris. L'extension aux images RGB est présentée paragraphe 4. Les images de l'ensemble d'apprentissage sont stockées dans des vecteurs de dimension n selon l'ordre lexicographique, et sont normalisées [7]. Une Analyse en Composantes Principales (ACP) est appliquée et seuls t vecteurs propres sont retenus pour décrire l'espace d'apprentissage F. Soit $\mathbf{e}$ une image inconnue. Les techniques de reconstruction sur les espaces propres calculent le meilleur représentant $\mathbf{e}^*$ dans F défini par $\mathbf{e}^* = \sum_{j=1}^{t} c_j \mathbf{U_j}$ où c_j est la jème coordonnée à estimer suivant le jème vecteur propre $\mathbf{U_j}$. L'erreur sur le ième pixel est définie par :

$$\epsilon_i = e_i - e_i^* \tag{1}$$

Une méthode classique d'estimation de $\mathbf{e}^*$ consiste à minimiser la norme quadratique $J_0 = \|\epsilon\|^2$. Du point de vue géométrique, la solution $\hat{\mathbf{e}}^*$ des moindres carrés est alors la projection orthogonale de $\mathbf{e}$ sur l'espace F. L'estimation par les moindres carrés est toutefois sensible à la présence des *outliers* produits, par exemple, par des occlusions [2]. Les M-estimateurs, de par leurs fonctions d'énergie non-quadrati-ques et parfois non-convexes, sont naturellement robustes à ces *outliers*. La M-estimation consiste à minimiser:

$$J_1(\mathbf{c}) = \sum_{i=1}^{n} \rho(\epsilon_i) \tag{2}$$

Pour minimiser J_1 de manière déterministe, nous proposons d'utiliser la théorie Semi-Quadratique [4]. Sous certaines conditions sur ρ [3], l'énergie non-quadratique J_1 est transformée en énergie *augmentée* en introduisant une variable auxiliaire $\mathbf{b}$:

$$\min_{\mathbf{c}} \left\{ J_1(\mathbf{c}) = \sum_{i=1}^{n} \rho(\epsilon_i) \right\} = \min_{\mathbf{c}} \min_{\mathbf{b}} \left\{ J_1^{\sharp}(\mathbf{c}, \mathbf{b}) = \sum_{i=1}^{n} (b_i . \epsilon_i^2 + \beta(b_i)) \right\} \tag{3}$$

où β est une fonction de b_i. $J_1^{\sharp}$ est semi-quadratique c.à.d.:

• quand $\mathbf{c}$ est fixé, $J_1^{\sharp}$ est convexe en $\mathbf{b}$. De plus, le minimum est atteint par $b_i = b(\epsilon_i) = \frac{\rho'(\epsilon_i)}{2 \cdot \epsilon_i}$ $\forall i$. De par les propriétés de ρ [3], b_i est proche de 1 quand ϵ_i est petit, et tend vers 0 pour les grandes valeurs de ϵ_i. $\mathbf{b}$ peut être interpreté comme un masque indiquant la position des *outliers*, écartés lors de l'estimation de $\mathbf{c}$. Ce masque est similaire à celui présenté dans [2] à ceci près qu'il n'est pas booléen. De plus, il apparaît naturellement dans notre formulation et participe à la linéarisation du problème.

• quand $\mathbf{b}$ est fixé, $J_1^{\sharp}$ est réduit à un critère des moindres carrés pondérés dont la solution satisfait :

$$(U^T \cdot B \cdot U)\mathbf{c} = U^T \cdot B \cdot \mathbf{e} \tag{4}$$

où $B = diag_{i=1\ldots n}\{b_i\}$. Il existe plusieurs algorithmes possibles pour résoudre (4) (l'algorithme du gradient conjugué [10] est utilisé ici).

Soit $\mathbf{c_0}$ l'initialisation de $\mathbf{c}$, nous utilisons l'algorithme de minimisation alternée suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall i \in \{1 \ldots n\} \ \epsilon_i^{(m)} = e_i - \sum_{j=1}^{t} c_j^{(m)} \cdot U_{ij} \\ \forall i \in \{1 \ldots n\} \ b_i^{(m+1)} = \frac{\rho'(\epsilon_i^{(m)})}{2 \cdot \epsilon_i^{(m)}} \\ (U^T \cdot B^{(m+1)} \cdot U)\mathbf{c}^{(m+1)} = U^T \cdot B^{(m+1)} \cdot \mathbf{e} \end{array} \right. \tag{5}$$

On peut remarquer la similarité de cet algorithme avec celui proposé par Huber dans le contexte de la statistique robuste ([5] p.183).

3 Estimation du paramètre d'échelle

L'estimateur robuste défini par l'expression (2) dépend généralement d'un paramètre d'échelle σ, qui contrôle la valeur à partir de laquelle les ϵ_i sont considérés comme *outliers*:

$$J_1(\mathbf{c}, \sigma) = \sum_{i=1}^{n} \rho(\frac{\epsilon_i}{\sigma}) \tag{6}$$

Plusieurs méthodes ont été proposées pour estimer σ [13, 5] : l'estimation jointe de $(\mathbf{c}, \sigma)$ ou l'estimation préalable de σ qui ensuite reste fixe lors de l'estimation de $\mathbf{c}$. Quand σ est fixé, la minimisation peut être réalisée à l'aide de (5) avec les pondérations $b_i = b(\frac{\epsilon_i}{\sigma})$. Par la suite, on s'intéresse à l'estimation jointe de $(\mathbf{c}, \sigma)$. Remplaçons $J_1(\mathbf{c}, \sigma)$ par $J_2(\mathbf{c}, \sigma) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} [\ln(\sigma) + \rho(\frac{\epsilon_i}{\sigma})]$. Cette nouvelle expression est intéressante car elle est directement liée à la densité de probabilité des résidus $\frac{1}{\sigma} \cdot g\left(\frac{\epsilon_i}{\sigma}\right)$ avec $g(x) = \exp(\rho(x))$ ([5] p.176). Malheureusement, J_2 n'est pas convexe en σ. De plus, Huber remarque que cet estimateur n'est généralement pas robuste et propose plutôt de minimiser ([5] p.175-176) :

$$J_3(\mathbf{c}, \sigma) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[\rho(\frac{\epsilon_i}{\sigma}) + a \right] \cdot \sigma \tag{7}$$

où ρ doit être convexe et a est un paramètre d'ajustement. D'après (7), minimiser J_3 en $\mathbf{c}$ à σ fixé est équivalent à minimiser J_1. De plus, comme ρ est convexe et comme l'expression des résidus est linéaire en c_j (cf. (1)), J_3 est convexe en $(\mathbf{c}, \sigma)$ et a un seul minimum global. Huber propose de minimiser J_3 de manière alternée en $\mathbf{c}$ et en σ. A $\mathbf{c}$ fixé, σ est estimé par :

$$\left(\sigma^{(m+1)}\right)^2 = \frac{1}{n \cdot a} \sum_{i=1}^{n} \chi(\epsilon_i^{(m)} / \sigma^{(m)}) \left(\sigma^{(m)}\right)^2 \tag{8}$$

où $\chi(x) = x \cdot \rho'(x) - \rho(x)$. La valeur de a est choisie pour que (8) corresponde à l'estimation classique de la variance dans le cas quadratique $\rho(x) = \frac{x^2}{2}$ [5]. Après convergence, la solution de (8) minimise (7) en σ. En ajoutant cette étape d'estimation du paramètre d'échelle, (5) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall i \in \{1 \ldots n\} \ \epsilon_i^{(m)} = e_i - \sum_{j=1}^{t} c_j^{(m)} \cdot U_{ij} \\ \forall i \in \{1 \ldots n\} \ b_i^{(m+1)} = \frac{\rho'(\epsilon_i^{(m)}/\sigma^{(m)})}{2 \cdot (\epsilon_i^{(m)}/\sigma^{(m)})} \\ (U^T \cdot B^{(m+1)} \cdot U)\mathbf{c}^{(m+1)} = U^T \cdot B^{(m+1)} \cdot \mathbf{e} \\ \left(\sigma^{(m+1)}\right)^2 = \frac{1}{n \cdot a} \sum_{i=1}^{n} \chi(\epsilon_i^{(m)}/\sigma^{(m)}) \left(\sigma^{(m)}\right)^2 \end{array} \right. \tag{9}$$

À $\mathbf{c}$ fixé, Huber montre que l'étape d'estimation de σ fait décroître J_3, sous certaines conditions sur ρ ([5] p.180), satisfaites par la fonction convexe utilisée ici. Lorsque $\sigma^{(m)}$ est fixé, calculer $(\mathbf{c}^{(m)}, \sigma^{(m)})$ fait aussi décroître J_3 [3]. J_3 ayant une borne inférieure, l'algorithme (9) converge vers le minimum global. Rappelons que (9) n'est défini que pour les fonctions convexes. En pratique, les fonctions non-convexes présentent un plus grand intérêt car elles rejettent mieux les *outliers*. Ce point est abordé au paragraphe 5 dans laquelle la M-estimation en continuation est présentée.

4 Extension aux images couleurs

Les images en couleur sont rangées dans des vecteurs en concaténant les données R, G et B, puis une ACP est appliquée sur la matrice de covariance $3n \times 3n$. Le premier point important pour la reconstruction est la définition des résidus ϵ_i. Comme la couleur est une caractéristique discriminante pour la reconnaissance, les composantes RGB d'un pixel doivent être considérées simultanément : $\epsilon_i = [(e_i - e_i^*)^2 + (e_{i+n} - e_{i+n}^*)^2 + (e_{i+2n} - e_{i+2n}^*)^2]^{\frac{1}{2}}$. En approchant la distribution des résidus par une densité gaussienne, on retrouve le critère classique des moindres carrés:

$$J_0 = \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{3n} (e_i - e_i^*)^2 \tag{10}$$

Pour rendre le système robuste, on applique la théorie de l'estimation semi-quadratique comme aux §2 et §3, et l'algorithme résultant est similaire à (9). Bien que l'expression des résidus ne soit plus linéaire en c_j, J_3 est toujours convexe en $(\mathbf{c}, \sigma)$ lorsque ρ est convexe (démonstration en annexe A).

5 M-estimation en continuation

La théorie semi-quadratique est valide pour une large classe de fonctions définies en [3]. Trois fonctions robustes sont présentées dans le tableau 1. Les fonctions convexes comme HS assurent l'unicité de la solution, mais leurs fonctions d'influence ρ' sont monotones. L'influence des *outliers* est alors limitée mais non nulle. De ce point de vue, les fonctions *Hard redescender* [13] comme GM, sont plus intéressantes. Malheureusement, elles sont non-convexes. Des algorithmes déterministes efficaces peuvent pourtant être définis par une approche graduelle de la non-convexité. Nous proposons d'utiliser en continuation la fonction HS avec (9), avec pour estimée initiale celle des moindres carrés $(\mathbf{c_Q}, \sigma_Q)$, puis la fonction non convexe HL à échelle fixée et enfin la fonction GM à échelle fixée. Cette stratégie est similaire au GNC déjà utilisé pour la reconnaissance d'objets avec la fonction GM [2, 1]. Cependant, notre système apporte deux améliorations :

- dans le GNC, la non-convexité est progressivement introduite en ajustant le paramètre d'échelle. A la première étape, l'énergie est rendue convexe sur le domaine de variation des résidus en choisissant une grande valeur pour σ. Cette valeur est liée au plus grand résidu attendu, qui doit être connu à l'avance. Dans notre cas, la première fonction utilisée est convexe indépendemment de la valeur des résidus et le paramètre d'échelle est estimé automatiquement;
- Deuxièmement, notre algorithme résout explicitement le problème de la non-quadraticité de l'énergie à l'aide de la théorie semi-quadratique.

6 Résultats expérimentaux

Nous appliquons notre système d'estimation robuste au problème de reconnaissance de panneaux routiers. Un ensemble de 43 images synthétiques RGB de panneaux est utilisé comme apprentissage. Les panneaux triangulaires sont préalablement séparés du fond grâce à un masque triangulaire. Quelques images d'apprentissage sont présentées figure 1. Dans cette expérience, seuls 21 vecteurs propres ont été retenus ce qui revient à conserver 90% de l'information contenue dans la base d'apprentissage. À chaque étape de la chaîne robuste, la reconnaissance consiste à trouver l'image d'apprentissage la plus proche de $\mathbf{e}^*$. Deux paramètres de contrôle sont définis pour évaluer la reconnaissance. d_1 est la distance euclidienne à l'image d'apprentissage la plus proche. Soit d_2 la distance euclidienne au second modèle le plus proche, on définit un contraste de reconnaissance $C = \left(1 - \frac{d_1}{d_2}\right) \times 100$. La figure 2 présente quelques images tests et les résultats des 4 étapes de la chaîne robuste. Pour chaque étape, on indique les valeurs de C et d_1, ainsi que le numéro du modèle reconnu . À la dernière étape, on montre de plus le masque $\mathbf{b}$ des *outliers*. L'image p_1 correspondant au modèle m_1, a été extraite d'une image réelle. Elle ne présente pas d'occlusion, mais le panneau est légèrement différent des modèles synthétiques de la base (en taille, orientation, position du symbole). Ceci explique pourquoi les contours apparaissent comme *outliers*. Les images p_2 à p_5 ont été créées à partir de p_1 par différentes dégradations synthétiques. L'image p_2 présente deux occlusions de couleur bleue qui, bien que petites, perturbent la reconnaissance quadratique (le modèle m_2 est reconnu). Il en est de même pour l'image p_3 dégradée par des inscriptions rouges. Dans les deux cas, le panneau est correctement identifié à la première étape de reconnaissance robuste HS, puis la qualité de la reconnaissance est améliorée par les estimations suivantes HL et GM. Les images p_4 et p_5 présentent la même surface occultée, mais par des couleurs différentes. Remarquons que p_5 est un piège même pour la perception humaine : les *outliers* de couleur noire peuvent être perçu comme des données correctes pour les modèles m_5 et m_6, ou comme des pixels erronés pour m_1. De fait la chaîne robuste échoue à identifier correctement p_5. Cette ambiguïté n'existe pas pour p_4 où les *outliers* sont de couleur bleue, ce qui permet clairement de les identifier. L'information couleur est bien prise en compte par notre méthode.

7 Conclusion

Nous venons de présenter un système de reconnaissance robuste sur des images en couleur utilisant les M-estimateurs en continuation. Grâce à la théorie semi-quadratique et aux résultats issus de la statistique robuste, l'algorithme de reconstruction sur les espaces propres proposé est non-supervisé et simple à implanter. Les résultats obtenus sur une bibliothèque d'images en couleur de panneaux routiers montre une amélioration de la reconnaissance par rapport aux algorithmes standards.

A Preuve de la convexité de J_3 dans le cas RGB

D'après Huber [5] p178, pour démontrer que J_3 est convexe en $(\mathbf{c}, \sigma)$, on suppose que $(\mathbf{c}, \sigma)$ dépendent linéairement d'un paramètre t et l'on calcule la dérivée seconde en t de J_3 (en omettant l'indice i). On a $q(t) = \sigma \cdot \rho(\epsilon/\sigma) + a \cdot \sigma$. En dérivant en t, on obtient :

$$\dot{q}(t) = \dot{\sigma}\ \rho(\epsilon/\sigma) + \rho'(\epsilon/\sigma)\left(\dot{\epsilon} - \frac{\epsilon\,\dot{\sigma}}{\sigma}\right) + a\ \dot{\sigma}$$
$$\ddot{q}(t) = \ddot{\epsilon}\ \rho'(\epsilon/\sigma) + \rho''(\epsilon/\sigma)\ \left(\dot{\epsilon} - \frac{\epsilon\,\dot{\sigma}}{\sigma}\right)^2$$

On réécrit ϵ comme:
$$\epsilon = \left\{(e^R - f^R(c))^2 + (e^G - f^G(c))^2 + (e^B - f^B(c))^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$
où f_R, f_G et f_B sont linéaires en $c_j \forall j$. Il vient :

$$\dot{\epsilon} = \frac{-1}{\epsilon}\left\{\dot{f}^R(c)(e^R - f^R(c)) + \dot{f}^G(c)(e^G - f^G(c)) + \dot{f}^B(c)(e^B - f^B(c))\right\}$$

et $\ddot{\epsilon}$ peut s'exprimer comme la somme des carrés :

$$\begin{aligned}\ddot{\epsilon} &= \tfrac{1}{\epsilon^3}\Big\{\left(\dot{f}^R(c)(e^G - f^G(c)) - \dot{f}^G(c)(e^R - f^R(c))\right)^2 \\ &+ \left(\dot{f}^B(c)(e^G - f^G(c)) - \dot{f}^G(c)(e^B - f^B(c))\right)^2 \\ &+ \left(\dot{f}^R(c)(e^B - f^B(c)) - \dot{f}^B(c)(e^R - f^R(c))\right)^2\Big\}\end{aligned}$$

Donc $\ddot{q} > 0$, et J_3 est convexe en $(\mathbf{c}, \sigma)$. Ce résultat reste valable pour des images de plus de trois bandes.

Références

[1] M. J. Black and P. Anandan, "A Framework for the robust estimation of optical flow", Proc. 4th ICCV, pp. 231-236, Berlin, May 1993.

[2] M. J. Black and A. D. Jepson, "EigenTracking: Robust Matching and Tracking of Articulated Objects Using a View-Based Representation", Int. J. Computer Vision, vol. 26, n1, pp. 63-84,1996.

[3] P. Charbonnier, L. Blanc-Féraud, G. Aubert and M. Barlaud, "Deterministic Edge-Preserving Regularization in Computed Imaging", IEEE Transaction Image Processing, vol. 6, n 2, pp. 298-311, February 1997.

[4] D. Geman and C. Yang, "Nonlinear image recovery with half-quadratic regularization and FFT's", IEEE Trans. Image Processing, vol. 4, pp.932-946, July 1995.

[5] P.J. Huber, Robust Statistics, John Wiley & Sons, New York, 1981.

[6] P. Meer, D. Mintz, A. Rosenfeld and D.Y. Kim, "Robust Regression Methods for Computer Vision: A Review", International Journal of Computer Vision, vol. 6, n 1, pp. 59-70, 1991.

[7] B. Moghaddam and A. Pentland, "Probabilistic Visual Learning for Object Recognition", IEEE Transaction on Pattern Analysis an Machine Intelligence, vol. 19, n 7, pp. 696-710, July 1997.

[8] H. Murase and S. K. Nayar, "Visual Learning and Recognition of 3D Objects from Appearance", International Journal of Computer Vision, vol.14, pp. 5-24,1995.

[9] A. Papoulis, Probability, Random Variables, and Stochastic Processes, 3rd Edition McGraw-Hill.

[10] W. H. Press, W. T. Vetterling, S. A. Teukolsky and B. P. Flannery, Numerical Recipes in C. The art of scientific computing, 2nd edition Cambridge University Press.

[11] P. J. Rousseuw, "Least Median of Squares Regression", Journal of the American Statistical Association, vol. 79, n 388, pp. 871-880, Theory and Methods Section, December 1984.

[12] C. V. Stewart, "MINPRAN: A New Robust Estimator for Computer Vision", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 17, n 10, pp. 925-938, October 1995.

[13] C. V. Stewart, "Bias in Robust Estimation Caused by Discontinuities and Multiple Structures", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 19, n 8, pp.818-833, August 1997.

TAB. 1: Fonctions robustes

	$\rho(x)$	$\rho'(x)$	convexité
HS	$2\sqrt{1+x^2} - 2$	monotone	convexe
HL	$\log(1+x^2)$	*soft redescender*	non convexe
GM	$\frac{x^2}{1+x^2}$	*hard redescender*	non convexe

m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6
(blanc)	*(blanc)*	*(jaune)*	*(jaune)*	*(blanc)*	*(blanc)*

FIG. 1: Quelques images d'apprentissage en couleurs (avec indication de la couleur de fond des modèles)

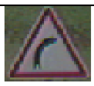
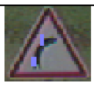
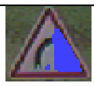
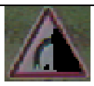
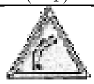
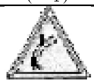
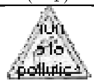
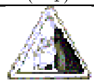
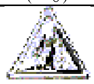
	 p_1	 p_2	 p_3	 p_4	 p_5
Q	$C = 92$ $d_1 = 0.02$ (m_1)	$C = 1.5$ $d_1 = 0.12$ (m_2)	$C = 24$ $d_1 = 0.15$ (m_4)	$C = 36$ $d_1 = 0.21$ (m_1)	$C = 63$ $d_1 = 0.24$ (m_6)
HS	$C = 94$ $d_1 = 0.02$ (m_1)	$C = 64$ $d_1 = 0.06$ (m_1)	$C = 47$ $d_1 = 0.12$ (m_1)	$C = 44$ $d_1 = 0.16$ (m_1)	$C = 70$ $d_1 = 0.21$ (m_6)
HL	$C = 94$ $d_1 = 0.02$ (m_1)	$C = 81$ $d_1 = 0.04$ (m_1)	$C = 62$ $d_1 = 0.09$ (m_1)	$C = 49$ $d_1 = 0.14$ (m_1)	$C = 75$ $d_1 = 0.19$ (m_6)
GM	 $C = 94$ $d_1 = 0.02$ (m_1)	 $C = 86$ $d_1 = 0.03$ (m_1)	 $C = 66$ $d_1 = 0.08$ (m_1)	 $C = 53$ $d_1 = 0.13$ (m_1)	 $C = 79$ $d_1 = 0.17$ (m_6)

FIG. 2: Résultats de la chaîne de reconnaissance robuste sur les images couleurs p_1 à p_5