

# Filtrage non linéaire pour la conception d'un brouilleur intelligent

Jean-Pierre COSTA<sup>1</sup>, Thierry PITARQUE<sup>1</sup>, Philippe ROSTAING<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire I3S, CNRS-UNSA

Les Algorithmes / Batiment Euclide B, 2000 route des Lucioles BP 121, 06903 Sophia-Antipolis Cedex

<sup>2</sup>Groupe de Traitement du Signal - Ecole Navale

29240 Brest Naval, BP 600, France

costa@i3s.unice.fr, pitarque@i3s.unice.fr, rostaing@ecole-navale.fr

**Résumé** – Cet article traite de la conception d'un brouilleur "intelligent" dans le cas où les signaux émis sont non linéaires. Le terme "intelligent" est employé car le brouilleur doit être capable de suivre l'évolution des caractéristiques du signal à brouiller. En effet, ce brouilleur doit simultanément émettre un signal de brouillage (de fort niveau) et estimer les caractéristiques du signal utile (de faible niveau). La solution originale retenue est basée sur l'utilisation d'une séquence de brouillage à faible pouvoir d'excitation. Cette solution a été validée sur signaux sonar sous-marins par une procédure de traitement non linéaire des données montrant la faisabilité de la conception d'un brouilleur "intelligent".

**Abstract** – This paper deals with a "new concept" of a jammer in which the emitted signals are nonlinear. The term "new concept" is employed to characterize the adaptivity of the jammer, because it must simultaneously send a jamming sequence and estimate the characteristics of the sequence of interest. This original approach uses a jamming sequence which does not satisfy the persistence of excitation (PE) condition. This approach has been validated on real underwater acoustical signals.

## 1 Introduction

Cet article traite de la conception d'un brouilleur sous-marin "intelligent" dans le cas où on est confronté à des problèmes de transmission non linéaires dus essentiellement à la mécanique et à la coque du brouilleur<sup>1</sup>.

La torpille émet un signal. A partir du signal retour la torpille est capable de déterminer la position du bâtiment de surface. Le rôle du brouilleur est donc de perturber au mieux ce signal retour (voir figure 1), pour cela les contraintes essentielles du brouilleur "intelligent" sont les suivantes :

- Le brouilleur émet un signal  $x_k$  de fort niveau et large bande afin de perturber le signal émis  $s_k$ , qui est supposé bande étroite et de faible niveau.
- Le brouilleur n'est pas aveugle, il doit être capable d'estimer simultanément les caractéristiques du signal  $s_k$ , qui peuvent être évolutives au cours de temps (agilité de fréquence), afin d'adapter les paramètres du signal perturbateur  $x_k$ .

Avec ces contraintes, la structure du brouilleur implique des non linéarités dans la propagation des signaux sonar. Un filtrage linéaire du signal d'observation  $y_k = s_k + F[x_k]$  (où  $F$  représente le système inconnu non linéaire), ne peut pas modéliser correctement la dynamique du système. Les modèles non linéaires (Volterra, NARMAX) dépassent les

limitations des modèles linéaires, mais ils sont très gourmands en paramètres. De plus, afin d'identifier les paramètres du système inconnu  $F$ , le signal d'entrée doit être suffisamment riche pour exciter toutes les non linéarités. Le choix du signal d'excitation qui est en même temps le signal perturbateur est crucial pour le filtrage non linéaire du signal capté  $y_k$  par le brouilleur.

Dans cette application, 2 types d'entrée seront comparés : le signal RMS (Random Multilevel Sequence) qui est à excitation persistante et le signal cyclostationnaire BPSK (Binary Phase Shift Keying) qui est à faible pouvoir d'excitation. Les paragraphes 2 et 3 rappellent les principaux résultats théoriques obtenus en [1, 2]. En revanche, le paragraphe 4 décrit la procédure de traitement non linéaire et les résultats obtenus en acoustique sous-marine.

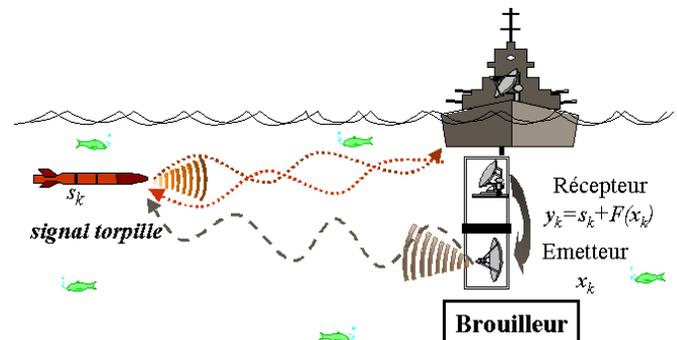


FIG. 1: Le brouilleur sous-marin.

1. Cette étude a été financée par la Direction des Constructions Navales. Nous remercions particulièrement M. Eric Ruchaud, ingénieur DCN St-Tropez de nous avoir permis d'inclure des signaux sonar sous-marins.

## 2 Condition d'excitation persistante

### 2.1 Modèle de Volterra

Le modèle de Volterra à temps discret d'ordre  $N, M$  (degré de non-linéarité  $N$  et mémoire  $M$ ), est défini par

$$y_k = \sum_{i=1}^N \sum_{j_1, \dots, j_n=0}^{M-1} h_i(j_1, \dots, j_n) x_{k-j_1} \cdots x_{k-j_n} \quad (1)$$

où  $y_k$  est la séquence de sortie observée associée à la séquence d'entrée  $x_k$  et  $h_i(j_1, \dots, j_n)$  correspond au noyau d'ordre  $n$ . Le nombre  $p$  de termes de l'équation (1) est de  $p = \frac{(N+M)!}{N!M!} - 1$ . Si  $N$  et/ou  $M$  sont grands, le nombre  $p$  augmente rapidement [3]. Si on observe le système à l'instant  $k$  et durant une période  $L$ , le vecteur d'observation s'écrit alors,

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{X}_k \theta + \eta_k \quad (2)$$

où  $\eta_k$  est une séquence de bruit,  $\mathbf{X}_k$  est une matrice des données d'entrée de dimension  $L \times p$ . Elle est définie par  $\mathbf{X}_k \triangleq [\mathbf{x}_k, \dots, \mathbf{x}_{k+L-1}]^t$  avec

$$\mathbf{x}_k \triangleq [x_{k-j_1} \ x_{k-j_1} x_{k-j_2} \ \cdots \ x_{k-j_1} x_{k-j_2} \cdots x_{k-j_N}]^t \quad (3)$$

pour  $j_1, j_2, \dots, j_N = 0 \dots M - 1$ . Si  $\mathbf{X}_k^t \mathbf{X}_k$  est de rang plein, alors l'estimé  $\hat{\theta}$  des paramètres du modèle, par les moindres carrés est donné par la relation

$$\hat{\theta} = (\mathbf{X}_k^t \mathbf{X}_k)^{-1} \mathbf{X}_k^t \mathbf{y}_k \quad (4)$$

### 2.2 Condition d'excitation persistante (PE)

La condition d'excitation persistante est définie comme suit [4]

**Définition 1** la séquence stationnaire  $x_k$  est dite PE d'ordre  $(N, M)$  si la matrice d'autocorrélation du modèle

$$R_{\mathbf{x}} \triangleq E[\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^t] \quad (5)$$

existe et est non singulière.

La séquence RMS, définie ci-après, est traditionnellement utilisée comme une séquence PE car elle satisfait la condition PE si  $q \geq N + 1$ .

**Définition 2** Soit  $x_k$  une séquence i.i.d. prenant dans un ensemble fini de valeurs distinctes  $l_1, l_2, \dots, l_q$  avec respectivement  $p_1, p_2, \dots, p_q$  les probabilités de chaque valeur.  $\sum_{i=1}^q p_i = 1$ . Alors  $x_k$  est appelé une séquence RMS  $q$ -niveau.

Cependant, le nombre important de termes de ce modèle rend difficilement exploitable cette méthode. En effet, lorsque  $N$  est grand, la matrice  $R_{\mathbf{x}}$  est mal conditionnée et l'entrée ne stimule pas de façon égale les modes du système. Afin de réduire le nombre de paramètres à estimer, une solution alternative est proposée.

## 3 Construction du modèle de Volterra minimal

On propose l'utilisation d'une séquence de type BPSK (Binary Phase Shift Keying) car cette séquence a pour

caractéristiques de satisfaire les contraintes du brouilleur "intelligent" et de ne pas satisfaire la condition PE. Le modèle de Volterra minimal sera construit à partir du calcul de  $R_{\mathbf{x}}$ . En effet, comme la matrice n'est pas de rang plein, on élimine les termes de modèle de Volterra jusqu'à obtention d'une matrice minimale de rang plein.

### 3.1 Signal BPSK

Le signal BPSK est un signal cyclostationnaire. Si l'on échantillonne ce signal à un multiple entier  $R$  de la période de blocage  $T_c$  du signal BPSK continu (i.e.  $F_e = R/T_c$ ), on obtient la séquence  $x_k$  suivante

$$x_k = b_k z_k \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

$$b_k = \sum_{m=0}^{\infty} a_m p(k + mR) \quad (7)$$

$$z_k = A \cos(\omega_0 k) \quad (8)$$

où  $R$  correspond au nombre d'échantillons bloqués,  $\omega_0 = 2\pi f_0$  la pulsation réduite de la porteuse,  $a_m$  une séquence équiprobable i.i.d. prenant les valeurs  $\pm 1$  et  $p(k)$  un pulse tel que

$$p(k) = \begin{cases} 1 & \text{pour } k = 0, \dots, R-1 \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (9)$$

La largeur de bande du signal est inversement proportionnelle à  $R$  (pour  $R = 1$  le signal est blanc). On note que pour  $f_0 = 0$  et  $R = 1$  on obtient une séquence i.i.d. binaire équirépartie.

### 3.2 Sélection des termes du modèle de Volterra

La sélection des termes du modèle de Volterra se détermine par le calcul de  $R_{\mathbf{x}}$ . Il faut pour cela définir  $R_{\mathbf{x}}$  dans le cas d'une séquence cyclostationnaire, celle-ci correspond alors à l'autocorrélation du modèle pour une séquence asymptotiquement stationnaire (cf [5]).

**Définition 3** la séquence cyclostationnaire  $x_k$  est dite PE d'ordre  $(N, M)$  si la matrice d'autocorrélation du modèle

$$R_{\mathbf{x}} \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{l=0}^{T-1} E[\mathbf{x}_{l+k} \mathbf{x}_{l+k}^t] \quad (10)$$

existe et est non singulière.

Le rang de cette matrice permet de déterminer le vecteur  $\mathbf{x}'_k$  ne comprenant que les  $p'$  termes de  $\mathbf{x}_k$  associés aux valeurs propres non nulles.  $R_{\mathbf{x}'}$  est alors de rang plein. On sélectionne alors ces  $p'$  termes (cf [6] et [1] pour plus de détails).

## 4 Signaux sonar sous-marins

On ne présentera que les résultats obtenus à partir des séquences d'entrée RMS à 5-niveaux et BPSK de caractéristiques (nombre d'échantillons bloqués  $R = 5$ , fréquence de la porteuse  $f_0 = 0.105$ ). Le modèle non linéaire NARMAX (Nonlinear Autoregressive Moving Average with exogenous inputs) a été retenu pour l'identification du système.

En effet, en [2] et [7], on montre que l'étude effectuée sur le modèle de Volterra peut-être étendue au modèle NARMAX. De plus, afin de réduire le nombre de paramètres du modèle, l'algorithme OLS (Orthogonal Least Squares) a été employé [8].

#### 4.1 Procédure de traitement non linéaire

L'acquisition des données a été réalisée dans les locaux de la DCN St-Tropez. Le signal utile dont on doit estimer les caractéristiques est une fréquence pure inconnue ( $21kHz < f_{SOI} < 29kHz$ ), échantillonnée à une fréquence  $f_s = 200kHz$ . Le rapport signal utile sur signal perturbateur est de

$$SNR = 10 \log(A^2/2P_x) = -20dB$$

où  $P_x$  correspond à la puissance du signal d'entrée. Dans une première étape, l'identification du système inconnu est réalisée. Le modèle NARMAX choisi est de degré de polynôme égal à 3 et de mémoire en  $x$  de 25 et en  $y$  de 10. Les paramètres sont estimés à partir d'une séquence d'apprentissage ne contenant pas le signal utile. Le nombre de paramètres initial est de 8435. Après la phase d'identification par OLS on ne conserve que les 30 paramètres de plus forte contribution. La seconde étape consiste à filtrer la séquence d'observation contenant (ou pas) le signal utile. La dernière étape consiste à estimer la fréquence du signal utile sur le résidu du filtrage  $r_k$  ( $r_k = \hat{s}_k$  ou 0) lorsque celui-ci a été détecté.

#### 4.2 Détecteur de fréquence pure inconnue

Le détecteur est basé sur le test d'hypothèses suivant [9]:

$$\begin{aligned} H_1: & r_k = A \sin(\omega \frac{k}{f_s} + \phi) + \eta_k, & k = 0, \dots, L-1 \\ H_0: & r_k = \eta_k, & k = 0, \dots, L-1 \end{aligned}$$

où  $L$  est la longueur d'observation,  $\phi$  la phase aléatoire uniformément distribuée et  $\eta$  correspond à un bruit blanc gaussien de variance  $\sigma_\eta^2$ . L'amplitude  $A$  est supposée connue. La fréquence est supposée être une variable aléatoire discrète de densité de probabilité  $P(\omega_i)$ , avec  $\omega_1 < \omega_i < \omega_M$ . Le rapport de vraisemblance est donné par:

$$\lambda(r|\omega) = \exp(A^2 L/4 \sigma_\eta^2) I_0(Aq/\sigma_\eta^2) \quad (11)$$

où  $I_0$  est la fonction de Bessel et  $q$  est donné par

$$q^2 = \left( \sum_{k=0}^{L-1} r_k \sin(\omega k/f_s) \right)^2 + \left( \sum_{k=0}^{L-1} r_k \cos(\omega k/f_s) \right)^2 \quad (12)$$

Le rapport de vraisemblance moyen est

$$\lambda(r) = \sum_{i=1}^M \lambda(r|\omega_i) P(\omega_i) \quad (13)$$

L'hypothèse  $H_1$  est choisie si  $\lambda(r) > \alpha$ , où  $\alpha$  est un seuil qui dépend de la probabilité de fausse alarme fixée

$$P_{fa} = \int_{\alpha}^{\infty} p(\lambda) d\lambda$$

Dans ce cas, l'estimée de la fréquence du signal utile correspond à l'argument qui maximise  $\lambda(r)$ .

#### 4.3 Estimation de la fréquence du signal utile

Le résidu du filtrage  $r_k$  contient 900 échantillons. On découpe cette séquence en trois parties égales (A,B,C). On sait que le signal utile est uniquement présent dans la partie B du résidu et de fréquence  $f_{SOI} = 21kHz$ . La figure 2 montre la densité spectrale de puissance de la séquence d'observation pour la séquence de brouillage de type BPSK de caractéristiques  $R = 5$  et  $f_0 = 21kHz$ .

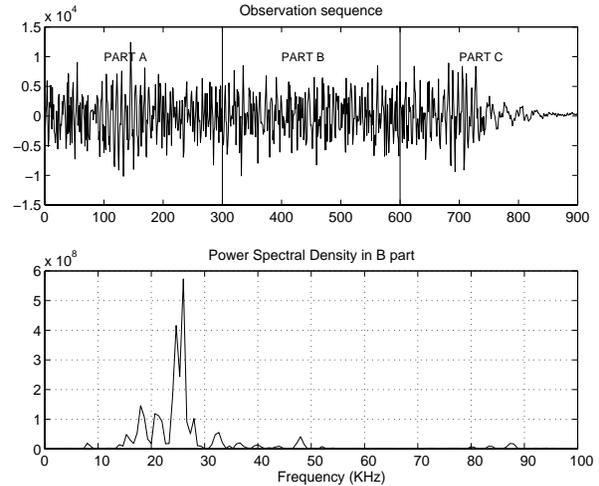


FIG. 2: Densité spectrale de puissance de la séquence d'observation.

En pratique le seuil  $\alpha$  ne peut pas être calculé d'une manière théorique, car l'hypothèse  $r_k$  gaussien n'est pas vérifiée. On estime donc la densité de probabilité  $p(\lambda)$  de  $\lambda(r)$  par simulation de Monte-Carlo en générant  $\frac{10}{P_{fa}}$  réalisations. Une séquence gaussienne  $r_k$  est simulée avec la même largeur de bande que le résidu réel avec  $P_{fa} = 0.01$ ,  $P(\omega_i) = 1/M$  et  $f_1 = 18kHz < f < f_M = 30kHz$ .

Le seuil obtenu pour les séquences de brouillage RMS et BPSK (cf Table 1) est respectivement  $\alpha_{rms} = 1874$  et  $\alpha_{bpsk} = 1151$ . L'utilisation de la séquence RMS induit une

Partie	A	B	C
$\lambda_{rms}(r)$	2370	2478	1560
Détection si $\lambda_{rms} > 1874$	oui	oui	non
Fréquence estimée $kHz$	25	21	/
Partie	A	B	C
$\lambda_{bpsk}(r)$	319	1711	636
Détection si $\lambda_{bpsk} > 1151$	non	oui	non
Fréquence estimée $kHz$	/	21	/

TAB. 1: Résultats expérimentaux.

détection du signal utile dans la partie A et B, alors que celui-ci n'est présent que dans la partie B. Les figures 3 et 4 représentent respectivement la fonction de vraisemblance normalisée obtenue sur les trois parties A,B,C, pour la séquence de brouillage RMS et BPSK.

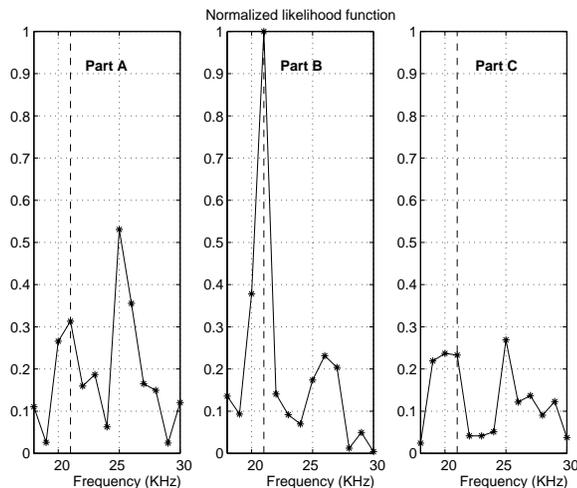


FIG. 3: Fonction de vraisemblance normalisée pour la séquence de brouillage RMS.

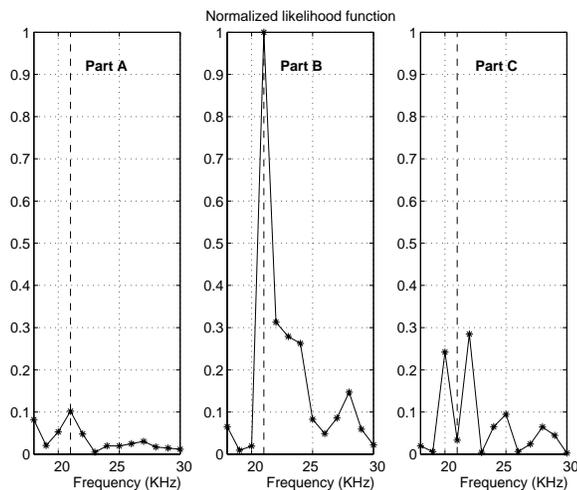


FIG. 4: Fonction de vraisemblance normalisée pour la séquence de brouillage BPSK.

On constate que la fréquence qui maximise la fonction de vraisemblance dans la partie B (partie où le signal a été détecté) pour la fréquence 21 kHz, ce qui est conforme à l'expérimentation réalisée. Cependant, pour la séquence RMS le signal a également été détecté dans la partie A, ce qui ne correspond pas à la réalité de l'expérimentation.

## 5 Conclusion

Cet article présente des résultats de traitements non linéaires dans le cadre de l'application du brouilleur "intelligent" sur des signaux sonar sous-marins. L'expérimentation réalisée valide l'étude théorique proposée en [1, 2], où l'utilisation d'une séquence à faible pouvoir d'excitation (BPSK) était comparée à l'utilisation classique de séquence à excitation persistante. Il resterait cependant, à valider l'ensemble de ces résultats à partir d'une expérimentation en mer.

## Références

- [1] J-P. Costa, P. Rostaing, and T. Pitarque. "Filtrage adaptatif non linéaire utilisant une entrée cyclostationnaire". *Proc. Sixteenth GRETSI symposium on signal and image processing, Grets97, Grenoble, France, 2:1387–1390*, 1997.
- [2] J-P. Costa. "Etude de méthodes en traitement du signal non linéaire pour la conception de brouilleur intelligent". *Thèse de doctorat, Laboratoire I3S*, Nov. 1998.
- [3] S. Chen and S.A. Billings. Representation of nonlinear systems: the NARMAX model. *Int. J. Control*, 49(3):1013–1032, 1989.
- [4] R. D. Nowak and B. D. Van Veen. "Random and Pseudorandom Inputs for Volterra Filter Identification". *IEEE trans. on Signal Processing*, 42(8), august 1994.
- [5] W. A. Gardner. *Introduction to Random Processes with Application to Signal & Systems*. MC Graw-Hill, 1986.
- [6] J-P. Costa and P. Rostaing. "Nonlinear Adaptive Filtering For a Jammer Application". *Proc. 13<sup>th</sup> International conference on Digital Signal Processing, DSP97, Santorini, Greece, 1997*.
- [7] J-P. Costa, T. Pitarque, and E. Thierry. "A non persistent excitation input sequence for Volterra and NARMAX filter representation". *Int. IEEE. Conf. of NSIP'99*, 1999.
- [8] S. Chen, C.F. Cowan, and P.M. Grant. "Orthogonal Least Squares Learning Algorithm for Radial Basis Function Networks". *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2(2):302–309, March 1991.
- [9] A. D. Whalen. Electrical science. In H. G. Booker and N. DeClaris, editors, *Detection of Signal in Noise*, chapter 7.7, page 216. Academic Press, 1971.