# Diagnostic vibratoire embarqué

Laurent MEVEL<sup>1</sup>, Michèle BASSEVILLE<sup>1</sup>\*, Luc HERMANS<sup>2</sup>

 $$^{1}\mathrm{IRISA}$$  Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, France

<sup>2</sup>LMS International, Interleuvenlaan 68, B-3001, Leuven, Belgique lmevel@irisa.fr, basseville@irisa.fr, luc.hermans@lms.be

 $\mathbf{R}$ ésumé – L'intérêt accordé à la surveillance vibratoire des structures de génie civil s'est accru au cours des dernières années, en raison de l'instrumentation relativement aisée de ces structures et du développement de techniques d'identification de systèmes performantes. Dans cet article, nous discutons de l'application d'une méthode permettant de déterminer qu'un endommagement s'est produit, ainsi que sa localisation. Cette méthode repose sur l'approche statistique locale et les algorithmes d'identification stochastique par sous-espaces. Elle est appliquée à des signaux vibratoires mesurés sur le pont Z24, en Suisse, pour la détection et la localisation d'endommagements résultant d'un scénario connu.

 $\mathbf{Abstract}$  – Vibration monitoring of civil engineering structures has gained a lot of interest over the past few years due to relative ease of instrumentation and the development of powerful system identification techniques. This paper discusses the application of an approach to determine that damage is present as well as the geometric localization. Hereto, a statistical local approach based on covariance driven stochastic subspace identification is proposed. The approach is applied to vibration data measured on the bridge Z24 in Switzerland.

## 1 Introduction

Actuellement, l'industrie fait preuve d'un intérêt certain pour la mise au point de techniques automatiques permettant la détection, la localisation et la quantification des dégâts subis par les structures mécaniques soumises aux vibrations. L'idée principale est de remplacer les inspections visuelles systématiques par une surveillance automatisée qui analyse les données fournies par des capteurs et détecte de manière précoce les usures ou les endommagements. Plusieurs techniques sont présentées dans [5]. D'un point de vue général, on peut, suivant la classification introduite en [9], diviser le problème en 4 parties distinctes :

- la surveillance et la détection des dégâts dans la structure;
- la localisation du dommage sur la structure;
- la quantification de l'importance des dommages;
- la prédiction du temps de fonctionnement restant à la structure mécanique endommagée.

Dans cet article, on se focalise sur les deux premiers niveaux d'identification des dégâts. En ce qui concerne le premier niveau, l'objectif est de détecter s'il y a eu dégât ou non, à partir simplement des données mesurées par un ensemble de capteurs placés directement sur la structure en condition réelle d'utilisation. Notre méthode, basée uniquement sur l'étude des sorties du système, offre l'avantage prépondérant, tant pratique qu'économique, de ne pas avoir à interrompre ni à exciter artificiellement le système surveillé. Une approche possible du problème

consisterait à comparer une signature modale de référence avec la signature obtenue sur les nouvelles données enregistrées. Cependant, en cas de petites déviations du système, il est très difficile de décider si les variations sont dues aux bruits sur les mesures, à la précision de la modélisation, à un changement dans l'excitation, ou à une variation des paramètres du modèle. De plus, le processus d'extraction des signatures modales requiert l'intervention de l'opérateur, et des connaissances techniques de sa part. Par conséquent, une telle approche ne peut être automatisée. Pour ces deux raisons, nous proposons une nouvelle approche statistique pour décider si la signature modale de la structure a changé. Le calcul d'un test statistique du  $\chi^2$  permet d'obtenir une valeur de test à partir du modèle de référence et des données nouvelles enregistrées sur la structure en fonctionnement usuel. L'ensemble des petites variations du modèle sont synthétisées dans cette valeur globale qui reflète l'état du système mécanique. Selon la valeur du test, on peut décider s'il y a eu dommages ou pas. Dans ce cas, la méthode permet aussi de suggérer quels modes sont les plus probablement affectés par le changement de modèle.

Dans le cas d'une réaction positive du test de surveillance, cette technique peut aussi être utilisée pour prédire la localisation la plus probable du dommage. Dans ce cas, on calcule les sensibilités entre les paramètres modaux et les paramètres physiques du modèle aux éléments finis. Il est possible alors de calculer le test du  $\chi^2$  pour chaque paramètre physique. Les paramètres physiques correspondant aux plus grandes valeurs du test indiquent les localisations les plus probables des dommages.

<sup>\*</sup>L.M. est ingénieur-expert INRIA, M.B. est chercheur CNRS.

La méthode de détection proposée s'appuie sur les méthodes d'identification sous-espaces et l'approche statistique locale. Dans la section 2, nous rappelons brièvement ces méthodes, puis nous décrivons la conception des méthodes de détection et de localisation. Dans la section 3, nous démontrons l'intérêt d'une telle technique en l'appliquant à la détection et à la localisation des dégâts provoqués artificiellement sur le pont Z24 situé en Suisse.

### 2 Théorie

#### 2.1 Identification sous-espaces

On considère le modèle d'état à temps discret suivant

$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k + w_k \\ Y_k = CX_k + v_k \end{cases}$$
(1)

où  $X_k$  représente le vecteur d'état de dimension m,  $Y_k$ est le vecteur des sorties du système de dimension r, et  $w_k$ ,  $v_k$  sont des suites de bruits blancs, représentant le bruit sur l'état et sur les mesures. Les matrices A et Csont respectivement la matrice de transition d'état et la matrice d'observation. La dynamique du système est complètement caractérisée par les valeurs propres de A et les parties observées des vecteurs propres de la matrice A. Les méthodes stochastiques sous-espaces permettent de retrouver ces paramètres à partir des observations  $Y_k$ . On renvoie le lecteur à [10] pour une présentation de ces méthodes. L'étape principale est le calcul d'une matrice de Hankel  $H_{p+1,q}$  remplie à partir de la suite des covariances  $R_k$  et pondérée:

$$W_1 H_{p+1,q} W_2^T = \begin{bmatrix} R_1 & \cdots & R_q \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{p+1} & \cdots & R_{p+q} \end{bmatrix}$$
(2)

où  $W_1$  et  $W_2$  sont deux matrices inversibles de tailles respectives (p+1)r et qr. La suite des matrices de covariance  $R_k$  est définie par

$$R_k = E\left(Y_{k+i}Y_i^T\right) \tag{3}$$

où E(.) est l'espérance mathématique. En pratique, on utilise les matrices de covariance empiriques définies par :

$$\widehat{R}_{k} = \frac{1}{n-k} \sum_{i=0}^{n-k-1} Y_{k+i} Y_{i}^{T}$$
(4)

où n est le nombre d'observations.

Un calcul direct des  $R_k$  à partir des équations du modèle (1) permet d'obtenir la formule de factorisation suivante

$$H_{p+1,q} = O_{p+1} C_q (5)$$

où  $O_p$  est la matrice d'observabilité d'ordre p et  $C_q$  est la matrice de contrôlabilité d'ordre q. Les valeurs minimales de p et q sont explicitées dans [2]. Par une procédure de décomposition par SVD sur la matrice de Hankel pondérée (2), on peut estimer la matrice  $O_p$ , à partir de laquelle on obtient une estimation des valeurs propres de A, puis des matrices A et C.

#### 2.2 La méthode de détection proposée

Étant donné le modèle modal de la structure saine décrit par l'ensemble des pôles discrets  $\Lambda$  et les vecteurs propres observés correspondants  $\Psi$ , le paramètre à surveiller est le vecteur  $\theta$  de taille m(r + 1). Dans cette base de vecteurs propres, une représentation de la matrice d'observabilité est donnée par

$$O_{p+1}(\theta_0) = \begin{pmatrix} \Psi \\ \vdots \\ \Psi \Lambda^p \end{pmatrix}$$

Lorsque les nouvelles données sont mesurées par le système de surveillance, on estime la suite des covariances  $R_k$  par (4). En vertu de la factorisation (5), il est clair que le modèle nominal  $\theta_0$  concordera avec la suite  $R_k$  si  $O_{p+1}(\theta_0)$  a le même noyau à gauche que la nouvelle matrice de Hankel  $H_{p+1,q}$  construite avec la suite  $R_k$ . Cette propriété peut être vérifiée en appliquant la méthode suivante:

- Choisir une base orthonormale du noyau à gauche de la matrice  $W_1 O_{p+1}(\theta_0)$ , en terme des colonnes d'une matrice S de co-rang m telle que:

$$S(\theta_0)^T S(\theta_0) = I_s \text{ et } S(\theta_0)^T W_1 O_{p+1}(\theta_0) = 0$$
 (6)

La matrice S est de dimensions  $(p+1)r \times s$ , avec s = (p+1)r - m, et dépend de  $\theta_0$ .

- Si le nouveau jeu de données concorde avec le modèle nominal  $\theta_0$ , alors on a

$$S(\theta_0)^T W_1 H_{p+1,q} W_2^T = 0 . (7)$$

En pratique, l'ordre du vrai système est infini, et par conséquent, une réduction de modèle par troncature du nombre de modes est appliquée. De plus, on utilise une matrice de Hankel empirique.

Il est toujours possible de trouver une base orthonormale S qui satisfait l'équation (6), mais l'équation (7) n'est plus exacte. Pour décider si les nouvelles données obéissent toujours au modèle de référence, on calcule un vecteur « résidu » de taille qrs, d'après (7):

$$\zeta_n(\theta_0) = \sqrt{n} \ vec(S(\theta_0)^T \ W_1 \ \widehat{H}_{p+1,q} \ W_2^T) \tag{8}$$

où vec est l'opérateur de rangement en colonne. Dans (8), la matrice de Hankel est calculée à partir des nouvelles données, les autres termes sont calculés à partir des données saines. Si la structure en fonctionnement est toujours caractérisée par la valeur  $\theta_0$  du paramètre, le vecteur résidu  $\zeta_n(\theta_0)$  doit être de moyenne nulle, d'après (7). Tester si cette hypothèse est valide nécessite la connaissance des propriétés statistiques du vecteur résidu. Malheureusement, en général cette distribution est inconnue pour  $\theta \neq \theta_0$  quelconque. On contourne la difficulté en adoptant l'approche statistique locale développée dans [2]. Celle-ci correspond à faire un test entre des hypothèses proches,  $H_0$  et  $H_1$ , correspondant respectivement aux structures saine et endommagée:

$$H_0: \theta = \theta_0$$
, et  $H_1: \theta = \theta_0 + \gamma/\sqrt{n}$  (9)

où  $\gamma$  est un vecteur inconnu, mais fixe. De plus, on définit les sensibilités du vecteur résidu par rapport aux paramètres modaux, par

$$M_{mod} = -\left. \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\partial}{\partial \theta} E_{\theta_0}(\zeta_n(\theta_0)) \right|_{\theta=\theta_0} \tag{10}$$

et la matrice de covariance asymptotique du résidu par

$$\Sigma = \lim_{n \to \infty} E_{\theta_0}(\zeta_n(\theta_0)\zeta_n(\theta_0)^T)$$
(11)

Soient  $\widehat{M}$  et  $\widehat{\Sigma}$  des estimateurs de  $M_{mod}$  et  $\Sigma$ . Supposons que la matrice  $M_{mod}$  soit de rang plein. On peut alors montrer que le test du rapport de vraisemblance généralisé entre les hypothèses (9) est calculé suivant l'expression

$$\chi_n^2 = \zeta_n^T \widehat{\Sigma}^{-1} \widehat{M} \left( \widehat{M}^T \widehat{\Sigma}^{-1} \widehat{M} \right)^{-1} \widehat{M}^T \widehat{\Sigma}^{-1} \zeta_n \qquad (12)$$

où la dépendance en  $\theta_0$  a été oubliée par souci de simplicité. Le test  $\chi_n^2$  (12) est asymptotiquement distribué selon une loi du  $\chi^2$  à *l* degrés de liberté (*l* étant le rang de la matrice  $M_{mod}$ ) et de paramètre de non-centralité sous  $H_1$ :  $\gamma^T M_{mod}^T \Sigma^{-1} M_{mod} \gamma$ . Par conséquent, si la valeur normalisée (par le nombre de degrés de liberté) du test du  $\chi^2$  est significativement plus grande que 1, la probabilité que la structure soit endommagée est très grande.

#### 2.3 Mise en œuvre de la méthode

En pratique, la méthode de surveillance se décompose en trois étapes. Une quatrième étape est possible si on dispose d'un ensemble de jeux de données saines témoins pour calibrer le test.

- 1. Identification du modèle nominal  $\theta_0$ . N'importe quelle méthode d'identification peut être utilisée à cet effet.
- 2. Estimation des matrices  $\Sigma$  et  $M_{mod}$ .
- 3. Sur un jeu de données saines, estimation des moyennes et covariances du test pour la structure saine, pour obtenir un seuil pour le test du  $\chi^2$ .
- 4. Calcul du test du  $\chi^2$  grâce aux données collectées sur la structure en fonctionnement.

En l'absence de plusieurs jeux de données saines, l'étape 2 est suivie directement de l'étape 4, à charge pour l'opérateur d'estimer un seuil raisonnable pour le test.

#### 2.4 Localisation des dommages

La matrice  $M_{mod}$  définie en (10) correspond aux sensibilités du vecteur résidu par rapport aux paramètres modaux. Le test du  $\chi^2$  peut aussi être effectué pour chacune des colonnes de la matrice  $M_{mod}$ , ce qui fournit un test pour chacun des paramètres modaux (diagnostic modal). Supposons maintenant que l'opérateur dispose d'un modèle aux éléments finis de la structure à surveiller et que la matrice de sensibilité  $M_{FE}$  entre les paramètres modaux et les paramètres physiques a pu être calculée. À partir de cette matrice  $M_{FE}$ , on peut obtenir les sensibilités du vecteur résidu par rapport aux paramètres physiques par

$$\widehat{M} = \widehat{M}_{mod} \ M_{FE} \tag{13}$$

En utilisant la matrice  $\widehat{M}$  obtenue par (13) au lieu de  $\widehat{M}_{mod}$  dans (12), on peut alors surveiller l'évolution de chaque paramètre physique en faisant un diagnostic physique sur chacune des colonnes de la matrice  $\widehat{M}$  calculée par (13). Les valeurs les plus élevées du test correspondent aux paramètres physiques du modèle aux éléments finis les plus à même d'avoir changé. On en déduit la localisation la plus probable du dommage.

## 3 Application: le pont Z24

L'approche décrite ci-dessus a été appliquée à l'étude du pont Z24 situé en Suisse. Plusieurs scénarios de dégradation ont été testés sur ce pont. Avant et après chaque altération de la structure, des capteurs ont mesuré la réponse du pont à l'excitation, provenant principalement du trafic routier sous le pont. Le nombre total de capteurs s'élevait à 135, positionnés selon les directions horizontales et verticales. Comme les sessions de mesures étaient limitées à 24 canaux simultanés, la campagne de mesures a été menée en 9 sessions, chacune mesurant 19 degrés de liberté différents. Cependant 4 degrés de liberté particuliers demeurent fixes dans toutes les configurations différentes de capteurs au cours de la campagne de mesures. La fréquence d'échantillonnage des données est de 80 Hz. Les tests ont été menés par l'EMPA, les laboratoires fédéraux suisses pour la recherche et les tests sur les matériaux, dans le cadre du projet BRITE/EURAM SIMCES, traitant de l'identification des systèmes pour la surveillance des ouvrages de génie civil. La Figure 1 montre la géométrie du pont ainsi que la localisation des capteurs.

#### 3.1 Détection des dommages

Le test global a été calculé sur les données provenant des 4 capteurs fixes pour plusieurs sessions de mesures différentes. Ceci permet d'obtenir plusieurs jeux de données tant pour la structure saine que pour les structures endommagées. Nous présentons les résultats pour deux exemples de scénarios: un soulèvement de pilier de 20mm puis de 80mm, appelés respectivement DS1 et DS2. Tout d'abord, les paramètres modaux correspondant à la structure saine ont été identifiés. Ceci constitue le modèle nominal de référence pour le test du  $\chi^2$ . Les 4 premiers modes ont pu être correctement identifiés; leurs fréquences propres sont données dans le tableau 1, tant pour la structure saine (Réf.) que pour les structures DS1 et DS2. Il apparaît clairement que la variation des fréquences est très faible.

Avant d'appliquer le test, il est bon de vérifier les valeurs RMS des différents jeux de données pour la bande de fréquence surveillée. En pratique, si ces valeurs diffèrent trop, le test n'est pas calculé (pour éviter les risques de fausse alarme). De tels comportements peuvent être dus à une variation importante dans l'excitation, notamment liée au trafic routier. Pour éviter ces problèmes, il est recommandé de moyenner sur une longue période de temps (i.e. une heure, par exemple). Dans le cas où les valeurs RMS sont proches, on calcule le test. Le tableau 2 montre les valeurs normalisées du test pour les 4 sessions de test. La première colonne correspond à la structure saine et présente des valeurs de l'ordre de quelques dizaines. Pour les scénarios DS1 et DS2, le dommage est bien détecté. Les valeurs obtenues sont clairement supérieures aux valeurs de référence. Les matrices M et  $\Sigma$ , ainsi que  $\theta_0$  ont été estimées sur les données saines de la première session. La valeur 8 du tableau 2 est donc la valeur de référence (auto-calibrage).

#### 3.2 Localisation des dommages

Après avoir détecté le dommage, on essaie de le localiser. Les résultats portent sur le scénario DS2. Le modèle aux éléments finis du pont a été utilisé pour estimer la matrice des sensibilités  $M_{FE}$ . Le modèle aux éléments finis est divisé en 55 groupes de matrices de raideur. Chaque groupe contient environ 4 éléments. Les sensibilités pour les fréquences ont alors été calculées. Les résultats du test correspondant aux équations (12) et (13) sont, sur la Figure 2, représentés sur le modèle géométrique du pont. On peut clairement voir que le dommage principal est localisé sur la partie centrale, près des piliers. À cause de la symétrie du pont, la méthode n'est pas capable d'indiquer de quel coté le dommage a effectivement eu lieu.

La localisation est confirmée par une inspection visuelle menée par l'équipe chargée des mesures, qui a remarqué que la fissure principale (de taille environ 2mm) a eu lieu à 1.5m du pilier; mais a aussi noté une plus petite fissure dans la première partie, non présente sur la Figure 2.

## 4 Conclusion

Cet article illustre l'utilisation des méthodes de surveillance sous-espaces appliquées à la détection et à la localisation des dommages infligés au pont Z24, situé en Suisse. La détection est probante, ainsi que la localisation, si on tient compte de ce que l'on n'utilise que les fréquences. L'intégration des composantes observées des vecteurs propres dans la procédure de localisation des dommages, ainsi que le traitement d'autres exemples d'application constituent l'étape suivante de notre travail.

#### Références

- M. Basseville (1998). On-board component fault detection and isolation using the statistical local approach. Automatica, 34(11), 1391-1416.
- M. Basseville, M. Abdelghani, A. Benveniste (1999).
   Subspace-based fault detection algorithms for vibration monitoring. *Automatica*, 35(12), à paraître.
- [3] M. Basseville, A. Benveniste, B. Gach-Devauchelle, M. Goursat, D. Bonnecase, P. Dorey, M. Prevosto, M. Olagnon (1993). Damage monitoring in vibration mechanics: issues in diagnostics and predictive maintenance. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 7(5), 401-423.
- [4] A. Benveniste, J.-J. Fuchs (1985). Single sample modal identification of a non-stationary stochastic process. *IEEE Trans. Autom. Control*, AC-30, 66-74.



FIG. 1: Géométrie du pont et emplacement des capteurs.



FIG. 2: Localisation des dommages: les valeurs les plus grandes correspondent aux endroits les plus probablement endommagés.

TAB. 1: Fréquences propres des 4 premiers modes pour la structure saine (Réf.) et les scénarios DS1 et DS2.

Réf.	$3.88~\mathrm{Hz}$	$5.01~\mathrm{Hz}$	9.8 Hz	$10.3~\mathrm{Hz}$
DS1	$3.87~\mathrm{Hz}$	$5.06~\mathrm{Hz}$	9.79 Hz	$10.32~\mathrm{Hz}$
DS2	$3.76~\mathrm{Hz}$	4.93 Hz	9.74 Hz	$10.25~\mathrm{Hz}$

TAB. 2: Valeurs des tests.

Données	Réf.	DS1	DS2
1	8	11500	50200
2	25	40000	80700
3	22	20000	99000
4	32	70000	92000

- [5] S.W.Doebling, C.R.Farrar, M.B.Prime, D.W.Shevitz (1996). Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review. *LANL Report* LA-13070-MS.
- [6] B. Gach-Devauchelle (1991). Diagnostic Mécanique des Fatigues sur les Structures Soumises à des Vibrations en Ambiance de Travail. Thèse, Univ. Paris IX Dauphine.
- [7] L. Hermans, H. Van der Auweraer, L. Mevel (1999). Health monitoring and detection of a fatigue problem of a sports car. *IMAC-XVII*, Kissimmee, FL.
- [8] M.Prevosto, M.Olagnon, A.Benveniste, M.Basseville, G.Le Vey (1991). State-space formulation, a solution to modal parameter estimation. Jal Sound Vibr., 148(2), 329-342.
- [9] A. Rytter (1993). Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures. Ph.D., Aalborg Univ., DK.
- [10] P. Van Overschee, B. De Moor (1996). Subspace Identification for Linear Systems: Theory - Implementation -Applications. Kluwer Academic Publishers.