

# Décodage de codes correcteurs d'erreurs avec information a priori de la source

A. ELBAZ\*, R. PYNDIAH\*, B. SOLAIMAN\*\*, O. AITSAB\*

ENST-Bretagne

\* : Dépt. Signal & Communications, \*\* : Dépt Image et Traitement de l'Information

Technopôle Brest-Iroise, BP 832, 29285 Brest Cedex, France

E-mail : Abdessamad.Elbaz@enst-bretagne.fr, Ramesh.Pyndiah@enst-bretagne.fr, Basel.Solaiman@enst-bretagne.fr, Omar.Aitsab@enst-bretagne.fr

**Résumé** - Dans cet article, nous proposons un système complet de transmission d'images fixes. Ce système comprend un quantificateur vectorielle (QV) avec un taux de compression de 9. Les informations en sortie du QV sont codées par un code en blocs BCH avant d'être associées aux points de la constellation d'une MAQ-16. Les paramètres du dictionnaire et du code correcteur d'erreur sont optimisés pour la MAQ-16. Nous utilisons un nouvel algorithme de décodage conjoint source-canal pour les codes en blocs. Comparé aux algorithmes de décodage classiques, l'algorithme proposé permet une amélioration, en terme de gain de codage, de 1dB sur le canal de Gauss et de 3 dB sur le canal de Rayleigh pour un taux d'erreur binaire de  $10^{-5}$ .

Le PSNR de l'image décodée présente une amélioration de 3 dB comparé aux systèmes classiques sans décodage conjoint.

**Abstract** - In this paper we propose a complete transmission system for still images. This system comprises a VQ source encoder with a compression rate of 9. The data is encoded using a BCH block code and mapped on a 16-QAM constellation. The parameters of the code book and channel encoder have been optimized for 16-QAM. We use a new joint source-channel decoding algorithm for block code. As compared to classical channel decoding algorithms, we obtain an improvement of 1dB over Gaussian channel and 3dB over Rayleigh channel, in terms of coding gain for a BER of  $10^{-5}$ . The PSNR of the received image exhibits an improvement of 3dB as compared to a conventional system without joint source-channel decoding at low SNRs

## 1. Introduction

L'optimisation d'un système de transmission numérique est souvent réalisée en considérant le codage de source et le codage de canal comme deux tâches indépendantes. Ceci est justifié en s'appuyant sur les travaux de Shannon [1].

Cette façon d'optimiser séparément le codeur de source et le codeur de canal est très attrayante étant donnée la simplification qu'elle introduit. Néanmoins, elle ne peut aboutir à une optimisation globale du système de transmission à cause de la contrainte imposée par la complexité et le retard introduit.

Cet article traite de la transmission des images fixes sur des canaux bruités. Dans la section 2, la quantification vectorielle est brièvement introduite. Dans la section 3, l'algorithme de décodage des codes en blocs est décrit. L'algorithme de décodage conjoint source-canal est présenté dans la section 4, la section 5 donne les résultats de simulation. Quelques conclusions sont formulées dans la section 6.

## 2. Codage de source

L'utilisation de réseaux à bas débits pour la transmission d'images, nécessitent la mise en oeuvre des techniques de compression d'images efficaces en terme de compromis : Taux de compression / Qualité des images reconstruites. Plusieurs techniques de compression ont déjà été proposées, certaines normalisées.

Les techniques basées sur la quantification vectorielle [2] sont parmi les plus intéressantes pour la compression à bas débit. Elles sont fondées sur l'utilisation d'un dictionnaire  $\Omega = \{V_1, V_2, \dots, V_M\}$  de mots de code. L'image à transmettre est découpée en blocs de  $n \times n$  pixels, et l'indice du vecteur le plus proche en terme de distance euclidienne est transmis au lieu de la totalité du bloc. A la réception d'un indice, le décodeur lui substitue le vecteur correspondant en utilisant une copie du dictionnaire.

Le dictionnaire est construit à partir d'une base d'apprentissage constituée d'un ensemble d'images issues d'images typiques possédant des propriétés et un contenu similaires aux images à transmettre.

Le dictionnaire dans notre cas est construit en utilisant les cartes topologiques de Kohonen [3] ( la SOFM : Self Organizing Feature Map ) dont une des propriétés les plus importantes est l'auto organisation.

## 3. Décodage pondéré des codes en blocs

Considérons la transmission de blocs de symboles binaires  $\{-1, +1\}$  utilisant une MDP-4 sur un canal gaussien, le vecteur d'échantillons  $R = (r_1, r_2, \dots, r_n)$  reçu à la sortie d'un démodulateur cohérent conditionnellement à l'émission du mot de code  $E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$  est donné par :  $R = E + N$  où  $N = (n_1, n_2, \dots, n_n)$  est un bruit blanc additif gaussien d'écart type  $\sigma$  et de moyenne nulle. La séquence décodée optimale est donnée par (1):

$$D = C^i \text{ si } \Pr\{E = C^i / R\} > \Pr\{E = C^j / R\} \forall j \neq i; i, j < 2^k$$

où  $C^i$  est le  $i$ ème mot de code du code  $C$  de paramètres  $(n, k, \delta)$  et  $D = (d_1, d_2, \dots, d_n)$  est le mot décidé correspondant au maximum de vraisemblance.

Pour un codeur de source parfait, le mot décidé est donné par:

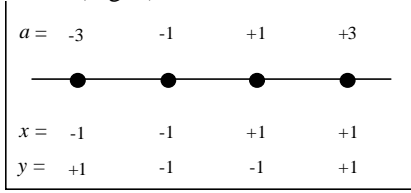
$$D = C^i \text{ si } |R - C^i|^2 < |R - C^j|^2 \forall j \neq i, j = 1..2^k \quad (2)$$

Pour des codes en blocs ayant des rendements élevés, le nombre de mots de codes devient élevé. En 1972, Chase a proposé un algorithme de décodage proche de l'optimum [6]. Cet algorithme réduit le nombre de mots de codes à ceux ayant une distance de Hamming inférieure à  $(\delta - 1)$  autour du mot formé par les échantillons reçus seuillés par rapport à zéro. Pour mieux réduire ce nombre de mots de code, seuls les

plus probables sont considérés en utilisant l'information du canal.

#### Cas de la MAQ-16

Dans le cas de la MAQ-16, chaque symbole de la voie en phase (ou de la voie en quadrature) est associé à deux éléments binaires. (Fig. 1)



**Fig. 1** : Association des éléments binaires aux symboles de la voie en phase de la MAQ-16.

Le symbole quaternaire  $a$  est émis. Pour chaque échantillon  $r$  reçu, nous calculons le logarithme du rapport de vraisemblance (LRV) des deux éléments binaires  $x$  et  $y$  associés au symbole quaternaire  $a$  et défini par :

$$(LRV_i) = \ln \left( \frac{\Pr\{i = +1/r\}}{\Pr\{i = -1/r\}} \right) \text{ pour } i = x, y$$

En utilisant les approximations adéquates [9], nous obtenons les équations simplifiées suivantes :

$$(LRV_x) = \begin{cases} r \text{ si } |r| \leq 2 \\ 2(r-1) \text{ si } r > +2 \\ 2(r+1) \text{ si } r < -2 \end{cases} \quad (LRV_y) = \begin{cases} +(r-2) \text{ si } r \geq 0 \\ -(r+2) \text{ si } r < 0 \end{cases}$$

Le LRV est ensuite appliqué comme entrée pour l'algorithme de Chase.

## 4. Décodage conjoint source-canal

La règle de décision donnée par l'équation (2) suppose que tous les mots de code sont indépendants et identiquement distribués. En pratique, ceci n'est pas vérifié.

Considérons l'équation (1),

$$D = C^i \text{ si } \Pr\{E = C^i / R\} > \Pr\{E = C^j / R\} \forall j \neq i; i, j < 2^k$$

En appliquant le théorème de Bayes:

$$\Pr[E = C^l / R] = \frac{P[R / E = C^l] \Pr[E = C^l]}{P[R]} \quad (3)$$

nous obtenons :

$$D = C^i \text{ si } P[R / E = C^i] \Pr[E = C^i] > P[R / E = C^j] \Pr[E = C^j] \forall j \neq i \quad (4)$$

Dans le cas du canal de Gauss,

$$D = C^i \text{ si } |R - C^i|^2 < |R - C^j|^2 + 2\sigma^2 \ln \frac{\Pr[E = C^i]}{\Pr[E = C^j]} \forall i \neq j \quad (5)$$

Estimation de  $\Pr[E = C^l]$ :

Chaque mot de code est associé à un certain nombre  $m$  d'indices  $(I_1, I_2, \dots, I_m)$  issus de la quantification vectorielle de l'image.  $\Pr[E = C^l]$  peut donc s'écrire :

$$\Pr[E = C^l] = \Pr[I_1, I_2, \dots, I_m] = \Pr[I_{1:m}]$$

où  $(I_1, I_2, \dots, I_m)$  est remplacé par la notation  $I_{1:m}$

1ère approche :

Les indices sont indépendants mais de distribution non identiques, ceci implique :

$$\Pr[E = C^l] = \prod_{i=1}^m \Pr[I_i]$$

2ème approche :

les indices à la sortie du codeur de source forment une chaîne de Markov d'ordre 1. En considérant les probabilités conditionnelles, nous obtenons :

$$\Pr[I_{l:m}] = \Pr[I_m / I_{1:m-1}] \Pr[I_{1:m-1}] = \Pr[I_m / I_{m-1}] \Pr[I_{1:m-1}] \quad (6)$$

ce qui donne :

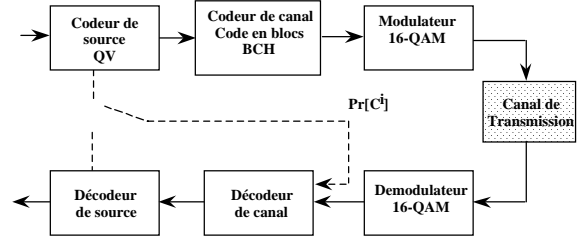
$$\Pr[E = C^l] = \Pr[I_1] \prod_{t=2}^m \Pr[I_t / I_{t-1}] \quad (7)$$

La règle de décision est alors obtenue en remplaçant les différentes probabilités par leurs expressions relatives selon l'approche retenue. On référera la première approche par JSCD-1 et à la deuxième approche par JSCD-2, JSCD pour Joint Source Channel Decoding.

## 5. Résultats de simulation

Le dictionnaire du quantificateur vectoriel est construit en utilisant les cartes auto-organisatrices de Kohonen, il est composé de 256 vecteurs de 3x3 pixels, d'où un taux de compression de 9. Pour une association optimale entre les indices du dictionnaire et les points de la constellation de la MAQ-16, le dictionnaire utilisé est de dimension 4, chaque dimension étant associée à un point de la MA-4 [4-5].

Les codes systématiques BCH(29,24,3) et BCH(54,48,3) sont utilisés comme code correcteur d'erreur. Trois (resp. six) indices sont concaténés pour former les 24 (resp. 48) bits d'information à coder par le code BCH(29,24,3) (resp. BCH(54,48,3)). Les probabilités  $\Pr[E = C^i]$  sont estimées en utilisant l'image codée originale, et l'image reçue après un premier décodage (Fig. 2).



**Fig. 2** Schéma de la chaîne de transmission numérique utilisée

### 5.1 Performances sur le canal de Gauss :

Les performances de la solution proposée sont comparées en terme de Taux d'Erreur Binaire (TEB) et de PSNR, aux performances obtenues avec des algorithmes classiques (décodage ferme et décodage pondéré)

Les figures 3 et 4 donnent le TEB et le PSNR en fonction du Rapport Signal sur Bruit (RSB)

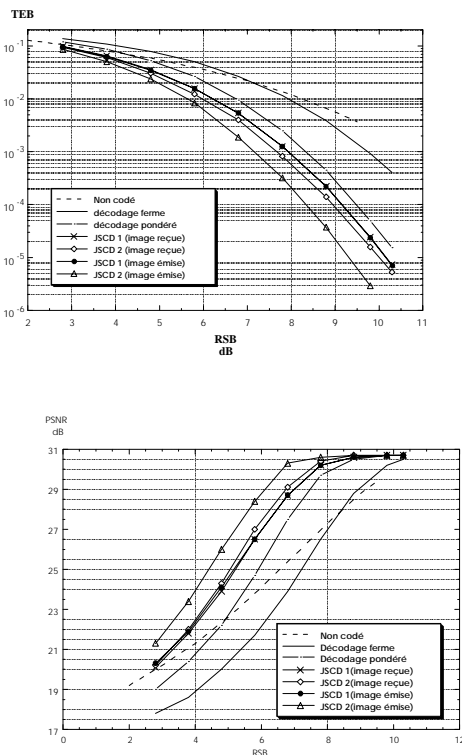


Figure 3. TEB et PSNR obtenus avec le code en blocs BCH(29,24,3) sur un canal de Gauss

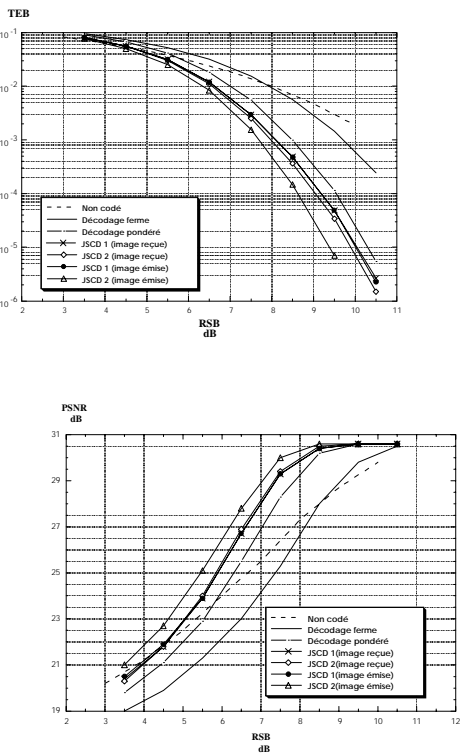


Figure 4. TEB et PSNR obtenus avec le code en blocs BCH(54,48,3) sur un canal de Gauss

Comparé au décodage pondéré classique, l'algorithme proposé offre une amélioration en terme de gain de codage

qui varie entre 0,3 et 1,2 dB pour un TEB de  $10^{-5}$ . En terme de PSNR, nous enregistrons une amélioration qui dépasse les 3 dB pour certain rapport signal sur bruit.

### 5.2 Transmission sur un canal e Rayleigh :

Sur le canal de Rayleigh, le mot de code reçu  $R = (r_1, r_2, \dots, r_n)$  conditionnellement au mot émis  $E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$  s'écrit :  $r_i = \rho_i e_i + n$  où  $n$  est un bruit blanc additif gaussien (BBAG) d'écart type  $\sigma$  et où  $\rho$  est une atténuation qui suit la loi de Rayleigh. Cette expression peut aussi s'écrire :  $r'_i = e'_i + n'$  où  $n' = r_i / \rho_i$  et où  $n'$  est un BBAG d'écart type  $\sigma' = \sigma / \rho$ .

La figure 6 donne les performances en terme de TEB, obtenues avec les deux code BCH considérés. L'amélioration dans le cas du canal de Rayleigh atteint les 3dB en terme de gain de codage pour un taux d'erreur binaire de  $10^{-5}$ .

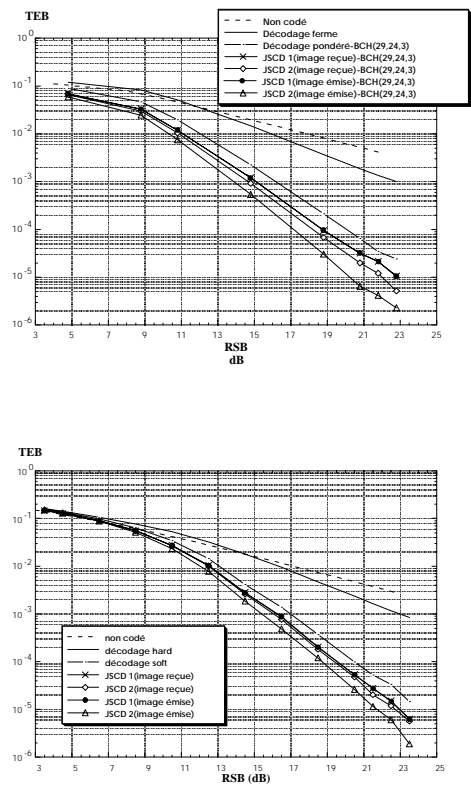


Figure 4. TEB obtenus avec les codes en blocs BCH(29,24,3) et BCH(54,48,3) sur un canal de Rayleigh

La figure 7 illustre les améliorations apportées par les différents algorithmes sur la qualité subjective de l'image décodée.

### 6. Conclusion

Dans cet article nous avons considéré un algorithme de décodage conjoint source canal dans le cas des codes en blocs BCH. Le codeur de canal exploite la distribution de probabilité des données délivrés par la source dans sa règle de décision. Deux hypothèses ont été considérées dans le cas de la transmission des images fixes : dans la première, on suppose que les indices délivrés par le quantificateur vectoriel sont indépendants mais de probabilités inégales. Dans la deuxième hypothèse, nous modélisons l'image par une chaîne de Markov d'ordre 1.

Les performances obtenues sont : une amélioration du gain de codage atteignant 1dB dans le cas du canal de Gauss et 3 dB dans la cas du canal de Rayleigh pour un TEB de  $10^{-5}$ . L'amélioration du PSNR présentée par l'image reconstruite atteint 3dB pour les faibles rapports signal sur bruit. La qualité subjective de l'image décodée reste bonne même lorsque le TEB est élevé.

L'algorithme proposé peut être appliqué à d'autres types de données. Le code BCH peut être remplacé par d'autres codes plus puissants (turbo codes [7-9]) pourvu qu'un décodage selon le MVP soit utilisé dans le récepteur.

#### Référence :

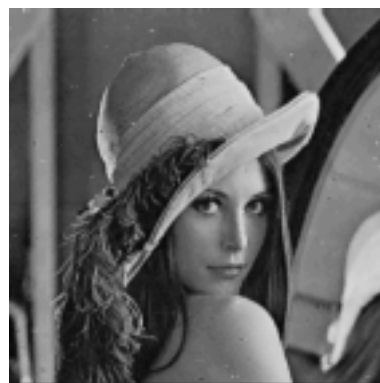
- [1] J. G. Proakis, "Digital Communications," McGraw Hill International editions, 2<sup>e</sup> édition, 1989.
- [2] R. M. Gray, "Vector Quantization," IEEE ASSP Mag., vol. 1, pp. 4-29, Apr. 1984.
- [3] T. Kohonen, "Self organization and associative memory," Springer-Verlag, 1984, New York.
- [4] O. Aitsab, R. Pyndiah and B. Solaiman, "Optimisation conjointe d'un codeur source et d'une modulation codée pour la

transmission numérique d'images sur canal bruité", GRETSI'97, Sept. 97, pp. 1069-72 Vol 2, Grenoble, France.

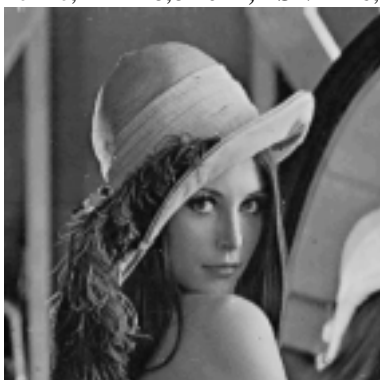
- [5] D. S. Bradburn, "Reducing transmission error effects using self-organizing network," in Proc. IJCNN'89, vol II, 1989, Piscataway, NJ, pp. 531-537.
- [6] D. Chase, "A class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information," IEEE Trans. Inform. Theory, vol IT-18, Jan. 1972.
- [7] C. Berrou, A. Glavieux and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo-codes (1)," IEEE Int. Conf. on Comm. ICC' 93, vol 2/3, May 1993, pp. 1064-1071.
- [8] R. Pyndiah, A. Glavieux, A. Picart and S. Jacq, "Near optimum decoding of products codes," in proc. of IEEE GLOBECOM '94 Conference, vol. 1/3, Nov.- Dec. 1994, San Francisco, pp. 339-343 .
- [9] R. Pyndiah, A. Picart and A. Glavieux, "Performance of block turbo coded 16-QAM and 64-QAM modulations," in proc. of IEEE GLOBECOM '95 Conference, vol. 2/3, Nov. 1995, Singapour, pp. 1039-1044.



Décodage ferme,  $TEB=8,8 \cdot 10^{-3}$ ,  $PSNR=26,44dB$



Décodage pondéré,  $TEB=1,1 \cdot 10^{-3}$ ,  $PSNR=29,87dB$



JSCD-1,  $TEB=6,1 \cdot 10^{-4}$ ,  $PSNR=30,27dB$



JSCD-2,  $TEB=3,7 \cdot 10^{-4}$ ,  $PSNR=30,58dB$

**Figure 7 :** Transmisson de Lenna sur un canal de Rayleigh avec un RSB de 15,8 dB