

Mise en œuvre d'une Goniométrie spatio-fréquentielle large bande

Anne FERREOL

THONSON-CSF COMMUNICATIONS
66 rue du Fossé Blanc, 92231 Gennevilliers, France
anne.ferreol@tcc.thomson-csf.com

Résumé – Depuis plusieurs années un grand nombre de méthodes de goniométrie bande étroite ont été développées pour mesurer les directions des sources incidentes. Dans un contexte de radiocommunication on reçoit des signaux ayant des caractéristiques spectrales très différentes qui peuvent être bande étroite avec une canalisation en fréquence normalisée ou bien large bande comme les émissions à étalement de spectre de type PN (Pseudo Noise). Pour prendre en compte simultanément les caractéristiques spectrales et large bande des signaux incidents il est nécessaire de réadapter les techniques bande étroite en appliquant une méthode [1][7] exploitant la structure spatio-fréquentielle des sources incidentes. Comme cette dernière méthode est très coûteuse en temps de calcul, l'objectif de ce papier est de réduire ce coût en déduisant un spectre dépendant uniquement de l'incidence des sources.

Abstract – Since several years a great number of narrow band direction finding methods have been developed in order to estimate the DOA's (Direction Of Arrival's) of impinging sources. In radiocommunication context we received emitters with various spectrum characterisations that is either narrow band with normalized frequency channels or wide band such as spread spectrum signals as PN (Pseudo Noise). In order to take into account at the same time the spectrum and wide band characterisations of impinging signals, it is necessary to remove the narrow band direction finding methods by using technics [1][7] that exploit the space-frequency structure of sources. As this last method is high cost, the purpose of this paper is the reduce this cost by a simplification of the direction finding function.

1. Introduction

Les diverses méthodes de goniométrie permettent de mesurer les incidences en azimut ou bien azimut-site des émetteurs reçus sur un réseau d'antennes. Pour ce faire, il existe en hypothèse bande étroite des méthodes à haute résolution tel que MUSIC[4]. Dans un contexte de radiocommunication les signaux peuvent être d'une part bande étroite avec une canalisation en fréquence normalisée et d'autre part large bande comme les émissions à étalement de spectre de type PN (Pseudo Noise). On reçoit donc des signaux ayant des caractéristiques spectrales très différentes. Classiquement, la goniométrie est réalisée systématiquement canal par canal après découpage régulier de la bande fréquentielle en canaux. Cette technique ne tient pas compte d'une part de l'occupation fréquentielle des émetteurs et d'autre part est inadaptée aux signaux large bande s'étalant sur plusieurs longueurs d'ondes : En effet les performances dépendent du produit BT (Bande de traitement x Temps d'intégration).

Lorsque la bande de traitement des signaux est large, elle peut s'étaler sur plusieurs longueurs d'onde et les techniques de goniométrie bande étroite ne sont plus applicables. Pour cela on peut soit appliquer une technique de focalisation [5][6] permettant de se ramener à un modèle bande étroite équivalent soit appliquer une méthode large bande [1][7] exploitant la structure spatio-fréquentielle des sources incidentes. Ces méthodes spatio-fréquentielles ont tout d'abord l'avantage d'être directes (non itérative) par rapport aux techniques de focalisation et ensuite de réaliser une

analyse spectrale conjointe à la goniométrie. En conséquence on réalise une goniométrie adaptée à l'occupation fréquentielle des signaux. Toutefois ces méthodes ont l'inconvénient d'être coûteuses en temps de calcul car nécessitent l'optimisation d'un spectre multi - dimensionnel dépendant des paramètres fréquence et direction d'arrivée des sources.

L'objectif de ce papier est de réduire ce coût de calcul en déduisant de ces méthodes spatio-fréquentielles un spectre dépendant uniquement des directions d'arrivées des sources. Après avoir décrit la structure du signal nous rappelons le principe de la goniométrie spatio-fréquentielle et proposons une version optimisée de cet algorithme. Pour terminer nous illustrons ces traitements par des simulations.

2. Hypothèses et formulation du problème

Considérons un réseau avec N antennes et appelons $\underline{x}(f)$ le vecteur des signaux présents en sortie des capteurs à la fréquence f. Chaque capteur est supposé recevoir un mélange instantané de M sources décorréliées et bruitées. Sous ces hypothèses, le vecteur $\underline{x}(f)$ s'écrit :

$$\underline{x}(f) = \sum_{m=1}^M \underline{a}(\theta_m, f) s_m(f) + \underline{b}(f) \quad (1)$$

où $\underline{b}(f)$ est le vecteur bruit, $\underline{a}(\theta, f)$ est la réponse du réseau de capteur à une source de fréquence f et d'azimut θ , $s_m(f)$ correspond à l'amplitude complexe de la m^{ème} source à la

fréquence f . Sachant que le signal temporel $\underline{x}(t)$ en sortie des capteurs est reçu à travers un récepteur de largeur de bande B centré autour de la fréquence f_0 , on en déduit que la relation entre $\underline{x}(t)$ et $\underline{x}(f)$ est la suivante :

$$\underline{x}(t) = \int_{f_0-B/2}^{f_0+B/2} \underline{x}(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2)$$

Dans un contexte de radiocommunication les sources reçues dans cette bande B ont des caractéristiques spectrales variées, c'est à dire des bandes passantes et des fréquences centrales distinctes. Sachant que B_m et f_m sont respectivement la bande et la fréquence centrale de la $m^{\text{ième}}$ source, l'expression du signal $\underline{x}(t)$ d'après (2) et (1) devient :

$$\underline{x}(t) = \sum_{m=1}^M \int_{f_m-B_m/2}^{f_m+B_m/2} \underline{a}(\theta_m, f) s_m(f) e^{j2\pi ft} df + \underline{b}(t) \quad (3)$$

Contrairement à l'expression (1) où le vecteur $\underline{x}(f)$ est la résultante de M termes dépendant des vecteurs directeurs $\underline{a}(\theta_m, f)$ de chaque source, on s'aperçoit que le vecteur signal $\underline{x}(t)$ est la résultante d'un plus grand nombre de termes. Ainsi une source large bande se décompose non seulement suivant sa direction θ_m mais aussi suivant les fréquences de sa bande de largeur B_m . C'est pourquoi sous l'hypothèse large bande il est possible d'appliquer une méthode de goniométrie spatio-fréquentielle qui détermine conjointement des couples incidence-fréquence (θ_m, f) où les sources sont associées à plusieurs couples tel que $f_m-B_m/2 < f < f_m+B_m/2$. Toutefois une méthode de goniométrie utilisant les statistiques d'ordre 2[4] s'applique lorsque le nombre de termes composant le vecteur $\underline{x}(t)$ est strictement inférieur à la longueur N de ce vecteur.

C'est pourquoi les méthodes spatio-fréquentielles des références [1][7][2] craient un vecteur observation $\underline{y}(t) = [\underline{x}(t)^T \underline{x}(t-T_s)^T \dots \underline{x}(t-(L-1)T_s)^T]^T$ plus grand composé de L observations $\underline{x}(t-kT_s)$ décalées dans le temps. D'après (3) le vecteur $\underline{x}(t-kT_s)$ s'écrit :

$$\underline{x}(t-kT_s) = \sum_{m=1}^M \int_{f_m-B_m/2}^{f_m+B_m/2} \underline{a}(\theta_m, f) e^{-j2\pi f k T_s} s_m(f) e^{j2\pi ft} df + \underline{b}(t)$$

On en déduit donc l'expression suivante du vecteur $\underline{y}(t)$:

$$\underline{y}(t) = \sum_{m=1}^M \int_{f_m-B_m/2}^{f_m+B_m/2} \underline{a}(\theta_m, f) \otimes \underline{z}(f) s_m(f) e^{j2\pi ft} df + \underline{b}_L(t) \quad (4)$$

où \otimes désigne le produit de kronecker, le vecteur $\underline{z}(f) = [1 e^{-j2\pi f T_s} \dots e^{-j2\pi f (L-1)T_s}]^T$ et le vecteur bruit $\underline{b}_L(t) = [\underline{b}(t)^T \underline{b}(t-T_s)^T \dots \underline{b}(t-(L-1)T_s)^T]^T$. Le vecteur $\underline{y}(t)$ est ici la combinaison linéaire de termes dépendant des vecteurs directeurs $\underline{a}(\theta_m, f) \otimes \underline{z}(f)$. Avec ce nouveau vecteur observation de longueur NL on peut identifier au maximum $NL-1$ termes spatio-fréquentiels paramétrés par (θ_m, f) . Ainsi avec $\underline{y}(t)$ on peut goniométrer un plus grand nombre de sources large bande qu'avec $\underline{x}(t)$.

Il est montré dans [7] que chaque source peut être vu comme D_m sources ponctuelles. L'entier D_m dépend à la fois

de la bande B_m ainsi que du nombre de décalages temporels L . Dans ces conditions l'expression (4) devient :

$$\underline{y}(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^{D_m} \underline{a}(\theta_m, f_{pm}) \otimes \underline{z}(f_{pm}) s_m(f_{pm}, t) e^{j2\pi f_{pm} t} + \underline{b}_L(t) \quad (5)$$

Où le signal temporel $s_m(f_{pm}, t)$ peut être considéré comme la sortie d'un filtre de bande passante B/L et d'entrée $s_m(t)$. Ainsi, une source bande étroite telle qu'une porteuse se décomposant sur une fréquence aura un poids de $D_m=1$ tandis qu'une source s'étalant sur toute la bande B d'acquisition se décomposera sur au moins $D_m=L$ sources ponctuelles lorsque $T_s=1/B$.

L'objectif de ce papier est d'appliquer une méthode à haute résolution, spatio-fréquentielle et optimisée à l'ordre 2 [4] sur le vecteur observation $\underline{y}(t)$ pour traiter le cas de sources large bande ayant des caractéristiques spectrales variées avec un coût de calcul réduit.

3. Hypothèses des méthodes à haute résolution

Les méthodes à hautes résolution ont pour objectif de chercher les paramètres \underline{p}_k des K composantes d'une observation vectorielle $\underline{u}(t)$ de longueur J bruitées par $\underline{n}(t)$ tel que :

$$\underline{u}(t) = \sum_{k=1}^K \underline{d}(\underline{p}_k) \alpha_k(t) + \underline{n}(t) \quad (6)$$

Où \underline{p}_k est un vecteur de paramètres associé à la $k^{\text{ième}}$ composante de $\underline{u}(t)$ et $\underline{d}(\underline{p})$ est un vecteur dont on connaît l'expression analytique en fonction du vecteur \underline{p} . Les méthodes utilisant les statistiques d'ordre 2 calculent la matrice de covariance suivante :

$$\mathbf{R}_u = E[\underline{u}(t) \underline{u}(t)^\dagger] \quad (7)$$

Où $E[\cdot]$ désigne l'espérance mathématique. En supposant que les variables aléatoires $\alpha_k(t)$ soient décorréliées du bruit $\underline{n}(t)$ spatialement blanc, la méthode MUSIC [4] extrait de la matrice \mathbf{R}_u de rang K un projecteur bruit Π_b orthogonal à tous les vecteurs $\underline{d}(\underline{p}_k)$ ($1 \leq k \leq K$). Ainsi les K paramètres \underline{p}_k recherchés minimisent la fonction suivante :

$$F_{\text{spectre}}(\underline{p}) = \frac{\underline{d}(\underline{p})^\dagger \Pi_b \underline{d}(\underline{p})}{\underline{d}(\underline{p})^\dagger \underline{d}(\underline{p})} \quad (8)$$

L'estimation des paramètres \underline{p}_k ($1 \leq k \leq K$) sera possible lorsque le rang K de la matrice de covariance \mathbf{R}_u , correspondant au nombre de combinaisons linéaires du vecteur observation $\underline{u}(t)$, est strictement inférieur à J .

4. Application aux méthodes spatio-fréquentielles[1][7][2]

Ces méthodes consistent à appliquer une méthode à haute résolution à l'ordre 2 sur le vecteur observation $\underline{y}(t)$ pour estimer en priorité les directions θ_m des sources incidentes. En comparant les équations (5) et (6) on constate que le

vecteur des paramètres à déterminer est composé du couple incidence-fréquence tel que $\underline{p}=[\theta \ f]^T$, d'où le nom de méthode spatio-fréquentielle. De plus, le nombre de combinaisons linéaires constituant $\underline{y}(t)$ vaut $K=\sum D_m$ et un algorithme de type MUSIC est applicable sur $R_y=E[\underline{y}(t)\underline{y}(t)^\dagger]$ avec le vecteur directeur spatio-fréquentiel $\underline{b}(\theta, \mathbf{f})=\underline{a}(\theta, \mathbf{f})\otimes\underline{z}(\mathbf{f})$. D'après l'équation (8), on estime les K couples (θ_m, f_{mp}) en minimisant le pseudo-spectre suivant :

$$S_L(\theta, \mathbf{f}) = \frac{\underline{b}(\theta, \mathbf{f})^\dagger \Pi_{by} \underline{b}(\theta, \mathbf{f})}{\underline{b}(\theta, \mathbf{f})^\dagger \underline{b}(\theta, \mathbf{f})} \quad (9)$$

Où Π_{by} est le projecteur bruit déduit de R_y . Cette méthode permet l'estimation conjointe des angles θ_m et des fréquences appartenant à la bande des sources : On réalise donc simultanément une goniométrie et une analyse spectrale évaluant la largeur de bande B_m et la fréquence centrale f_m de chaque source. Sachant que la longueur du vecteur observation $\underline{y}(t)$ vaut NL on peut au maximum goniométrer $NL-1$ porteuses. Ainsi en présence de signaux à bande limitée on peut localiser plus de sources que de capteurs.

5. Optimisation des méthodes spatio-fréquentielles

On constate que pour mettre en œuvre directement une méthode spatio-fréquentielle il faut calculer un spectre multi-dimensionnel $S_L(\theta, \mathbf{f})$ dépendant de l'incidence θ et de la fréquence f . La méthode est alors très coûteuse en temps de calcul. C'est pourquoi nous proposons d'utiliser la structure particulière du vecteur directeur $\underline{b}(\theta, \mathbf{f})$ pour réaliser une recherche séparée de l'azimut θ et de la fréquence f . On estime tout d'abord les incidences θ_m des sources pour en déduire dans un second temps les fréquences f_{pm} ($1 \leq p \leq D_m$) associées.

5.1 Estimation des angles d'incidence

La première étape de l'algorithme d'estimation des angles consiste à séparer la contribution de l'azimut et de la fréquence en écrivant le vecteur directeur sous la forme $\underline{b}(\theta, \mathbf{f})=U(\theta) \underline{k}(\mathbf{f})$ et la seconde à appliquer un algorithme de type Ferrara-Parks [8] pour en déduire un spectre dépendant uniquement de la direction θ .

1^{ère} étape : Transformation de $\underline{b}(\theta, \mathbf{f})$ en $U(\theta) \underline{k}(\mathbf{f})$: Sachant que d'après (2) les signaux incidents sont dans une bande de traitement B autour d'une fréquence centrale f_0 , il est possible de réaliser une interpolation polynomiale du vecteur directeur $\underline{a}(\theta, \mathbf{f})$ en fonction de $f-f_0$ tel que :

$$\underline{a}(\theta, \mathbf{f}) = \sum_{i=0}^{I-1} \underline{v}_i(\theta) (f-f_0)^i = V_I(\theta) \underline{d}_I(\mathbf{f}) \quad (10)$$

où $V_I(\theta)=[\underline{v}_0(\theta) \dots \underline{v}_{I-1}(\theta)]$ et $\underline{d}_I(\mathbf{f})=[1 (f-f_0) \dots (f-f_0)^{I-1}]^T$. La longueur de l'interpolation I sera d'autant plus importante que les vecteurs $\underline{a}(\theta, f_0 \pm B/2)$ seront différents du vecteur $\underline{a}(\theta, f_0)$ utilisé en hypothèse bande étroite. Cette hypothèse sera vérifiée lorsque les vecteurs de bout de bande $\underline{a}(\theta, f_0 \pm B/2)$ sont pratiquement égaux à $\underline{a}(\theta, f_0)$. L'ordre I de l'interpolation dépendra alors de la corrélation entre les

vecteurs $\underline{a}(\theta, f_0)$ et $\underline{a}(\theta, \mathbf{f})$ dans la bande B des récepteurs: Avec un vecteur $\underline{a}(\theta, \mathbf{f})$ nécessitant une interpolation linéaire d'ordre I , une source de largeur de bande B se décompose suivant $D_m=I$ sources ponctuelles lorsque $L=1$ (5)(3). De cette interpolation (10) on en déduit l'expression suivante de $\underline{b}(\theta, \mathbf{f})$:

$$\underline{b}(\theta, \mathbf{f}) = \underline{a}(\theta, \mathbf{f}) \otimes \underline{z}(\mathbf{f}) = \begin{bmatrix} \underline{a}(\theta, f) \\ \underline{a}(\theta, f) e^{-j2\pi T_s} \\ \vdots \\ \underline{a}(\theta, f) e^{-j2\pi T_s(L-1)} \end{bmatrix} = U(\theta) \underline{k}(\mathbf{f}) \quad (11)$$

$$\text{Où } U(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_I(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{V}_I(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{V}_I(\theta) \end{bmatrix} \text{ et } \underline{k}(\mathbf{f}) = \begin{bmatrix} \underline{d}_I(f) \\ \underline{d}_I(f) e^{-j2\pi T_s} \\ \vdots \\ \underline{d}_I(f) e^{-j2\pi T_s(L-1)} \end{bmatrix}$$

La matrice $U(\theta)$ est de dimension $NL \times LI$ et $\underline{k}(\mathbf{f})$ est un vecteur de longueur LI .

2^{ème} étape : Déduction d'un spectre dépendant de l'incidence θ : En remplaçant l'expression du vecteur $\underline{b}(\theta, \mathbf{f})$ dans l'équation (9) on obtient :

$$S_L(\theta, \mathbf{f}) = \frac{\underline{k}(\mathbf{f})^\dagger U(\theta)^\dagger \Pi_{by} U(\theta) \underline{k}(\mathbf{f})}{\underline{k}(\mathbf{f})^\dagger U(\theta)^\dagger U(\theta) \underline{k}(\mathbf{f})} \quad (12)$$

En utilisant la technique de [8] on minimise dans chaque direction θ le spectre $S_L(\theta, \mathbf{f})$ en fonction $\underline{k}(\mathbf{f})$ et on obtient un spectre $S_{Lmin}(\theta)$ dépendant uniquement de l'azimut tel que :

$$S_{Lmin}(\theta) = \lambda_{\min} \{ U(\theta)^\dagger \Pi_{by} U(\theta), U(\theta)^\dagger U(\theta) \} \quad (13)$$

$\lambda_{\min} \{ Q_1, Q_2 \}$: valeurs propres généralisées minimales des matrices Q_1 et Q_2 . Ainsi la goniométrie va consister à estimer les incidences θ_m des sources ($1 \leq m \leq M$) qui annulent la fonction $S_{Lmin}(\theta)$. On évite ainsi de faire une recherche multi-dimensionnelle en angle et fréquence.

La détermination de la valeur propre minimale λ_{\min} nécessite une non dégénérescence de la matrice $U(\theta)^\dagger \Pi_{by} U(\theta)$, c'est pourquoi le rang du projecteur bruit Π_{by} doit être supérieur à celui de $U(\theta)^\dagger U(\theta)$. Comme la matrice $U(\theta)$ est formée de vecteurs non colinéaires, le rang de $U(\theta)^\dagger U(\theta)$ vaut LI . En conséquence il faut que Π_{by} ait un rang supérieur à LI et le nombre maximale de composantes spatio-fréquentielles (θ_m, f_{mp}) identifiables vaut $K=N \times L - (LI)$ ou encore $(N-I) \times L$.

5.2 Estimation des fréquences

L'objectif est de déduire de l'incidence θ_m de la $m^{\text{ème}}$ source les fréquences f_{pm} ($1 \leq p \leq D_m$) associées. Dans ces conditions les matrices $U(\theta_m)^\dagger \Pi_{by} U(\theta_m)$ et $U(\theta_m)^\dagger U(\theta_m)$ ont D_m valeurs propres généralisées proches de zéro associées aux vecteurs propres généralisés $\underline{e}_m(i)$ qui sont alors des combinaisons linéaires des vecteurs $\underline{k}(f_{pm})$ tel que:

$$\underline{e}_m(i) = \sum_{p=1}^{D_m} \gamma_{ip} \underline{k}(f_{pm}) \quad \text{pour} \quad 1 \leq i \leq D_m \quad (14)$$

Comme cette dernière expression est du même type que (6), on peut appliquer sur les observations $\underline{e}_m(i)$ un algorithme de type MUSIC pour identifier les fréquences f_{pm} de la $m^{\text{ième}}$ source en utilisant $\underline{k}(f)$ comme vecteur directeur.

6. Simulations

Dans les simulations suivantes nous utilisons un réseau composé de $N=5$ capteurs. Le signal reçu est centré autour de $f_0=100\text{MHz}$ dans une bande passante de $B=20\text{MHz}$. La longueur de l'interpolation en fréquence des vecteurs directeurs vaut $I=2$ et le nombre de décalages temporels vaut $L=3$. Le temps d'intégration des matrices de covariance est de 3000 échantillons indépendants et les sources sont à 10dB de rapport signal sur bruit. Comme nous traçons les spectres de goniométrie en $-10\log_{10}()$ les maxima correspondent aux incidences estimées des sources.

Sur les figures FIG.1 et FIG.2 nous simulons 3 sources d'incidences $\theta_1=60^\circ$, $\theta_2=75^\circ$ et $\theta_3=150^\circ$ de largeur de bande $B_1=0\text{MHz}$, $B_2=10\text{MHz}$ et $B_3=0\text{MHz}$ centrées autour de $f_1=104\text{MHz}$, $f_2=100\text{MHz}$ et $f_3=103\text{MHz}$. Comme l'indique le spectre de la méthode spatio-fréquentielle de FIG.1, le signal $\underline{y}(t)$ se décompose suivant $K=5$ termes spatio-fréquentielles dont 3 sont associés à la source large bande d'incidence $\theta_2=75^\circ$ et les 2 suivantes aux sources bande étroite d'incidences $\theta_1=60^\circ$ et $\theta_3=150^\circ$. La figure FIG.2 montre que la méthode spatio-fréquentielle optimisée permet bien de localiser les 3 sources tandis que la méthode bande étroite utilisant les vecteurs à la fréquence f_0 sépare mal les sources d'incidences $\theta_1=60^\circ$ et $\theta_2=75^\circ$.

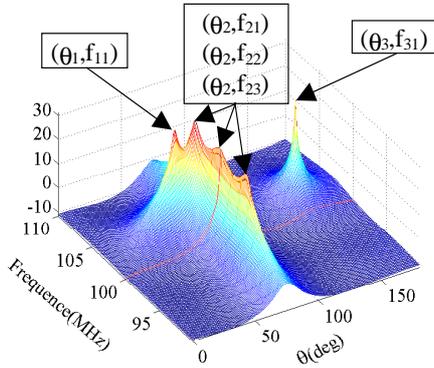


FIG. 1 : Spectre de la méthode spatio-fréquentielle

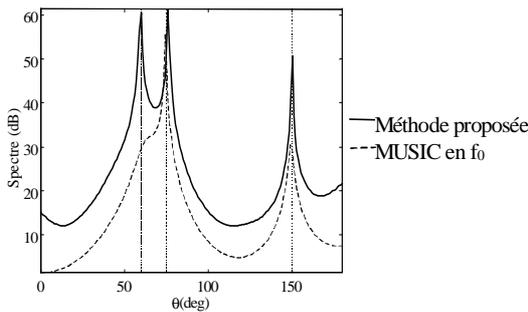


FIG. 2 : Méthode spatio-fréquentielle optimisée

Sur la figure FIG.3 nous simulons 6 porteuses d'incidence $\theta_1=30^\circ$, $\theta_2=56^\circ$, $\theta_3=89^\circ$, $\theta_4=125^\circ$, $\theta_5=44^\circ$, $\theta_6=159^\circ$ et de fréquence $f_1=108.5\text{MHz}$, $f_2=103.3\text{MHz}$, $f_3=97.8\text{MHz}$, $f_4=105.4\text{MHz}$, $f_5=95\text{MHz}$ et $f_6=92.9\text{MHz}$. On peut donc goniométrer plus de sources que de capteurs car dans cet exemple on identifie 6 sources pour 5 capteurs.

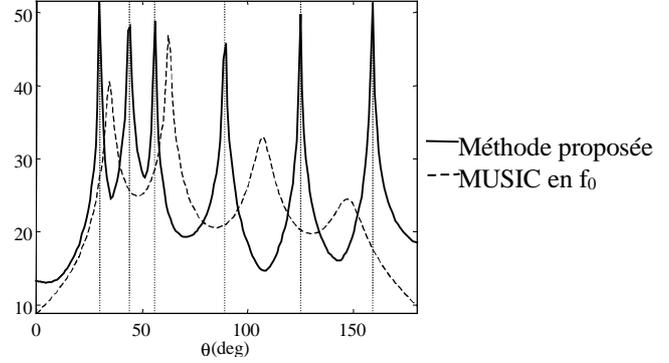


FIG. 3 : Cas avec plus de sources que de capteurs

7. Conclusions

L'algorithme spatio-fréquentielle optimisée permet de goniométrer des sources large bande ayant des caractéristiques spectrales variées avec un coût de calcul réduit. De plus on réalise une analyse spectrale sur les sources incidentes conjointement à la goniométrie. Cette méthode a l'avantage de goniométrer plus de sources que de capteurs en présence de signaux à bande fini B_m strictement inférieure à la bande B de réception.

Références

- [1] Y.Grenier et Ph.Loubaton *Localisation de sources large bande par des méthodes temporelles* 12^{ième} Colloque GRETSI, Juans les Pins, juin 1989.
- [2] G. Bienvenu *Eigensystem properties of the sample space correlation matrix*, ICASSP 83, Boston, pp 332-335.
- [3] B.Senadji et Y.Grenier *Broadband source localization by regularization techniques*, ICASSP 93, pp 321-324.
- [4] R.O Schmidt *A signal subspace approach to multiple emitters location and spectral estimation*, PhD Thesis, Stanford University, CA, Nov 1981.
- [5] H.Wang et M.Kaveh *Coherent Signal Subspace processing for the detection and estimation of multiple wideband sources*, IEEE trans on ASSP, vol 33, n°4, pp823-831, 1985
- [6] H.Wang et M.Kaveh *Wideband adaptive array based on the coherent signal-subspace transformation*, ICASSP 87, Dallas, pp2011-2014.
- [7] KM Buckley, LJ.Griffiths *Eigenstructure Based broadband Source Location Estimation*, ICASSP 86 Tokyo.
- [8] Ferrara, Parks *Direction finding with an array of antennas having diverse polarizations*, IEEE trans on antennas and propagation, mars 1983.