Estimation Multi-canal Aveugle par Egalisation MMSE ZF avec Détection Conjointe de l'Etalement Temporel

Jaouhar Ayadı et Dirk T.M. Slock

Institut EURECOM, B.P. 193, 06904 Sophia Antipolis Cedex, FRANCE {ayadi, slock}@eurecom.fr

Résumé – Dans [1], nous avons présenté une nouvelle méthode d'estimation multi-canal basée sur l'égalisation aveugle MMSE ZF (Minimum Mean Square Error Zero Forcing). Notre approche est liée à la méthode proposée par Tsatsanis *et al.* [5] qui correspond à une égalisation MMSE non biaisée. Nous interprétons cette approche en termes de prédiction linéaire bidirectionnelle, appelée "smoothing" par Tong [8]. Nous établissons les liens existants entre les approches MMSE, MOE (Minimum Output Energy) et MMSE ZF, et nous prouvons l'équivalence entre eux sous la contrainte du non biais dans le cas sans bruit. Notre analyse indique comment appliquer de façon correcte le principe de Capon [4] pour la formation de voies LCMV (Linearly Constrained Minimum Variance) à l'égalisation multi-canal. Nous démontrons aussi que l'application du principe de Capon dans la méthode de Tsatsanis et l'estimation du canal dans l'approche de Tong deviennent non biaisées uniquement à des hauts SNRs. Alors que le but est de faire MMSE ZF, il est plus facile mais équivalent d'aborder le problème par UMMSE (Unbiased MMSE) appliqué sur la composante signal du signal reçu. Donc la matrice de covariance du signal reçu doit être "débruitée" avant son utilisation dans la méthode d'estimation aveugle. Nous proposons une approche sans décomposition propre de la matrice de covariance qui présente des performances excellentes. En plus nous présentons une manière simple et efficace pour y incorporer la détection de l'ordre du canal. Les résultats de simulation sont présentés pour démontrer les performances des approches discutées.

Abstract $- \ln [1]$, we presented a new multichannel estimation method based on blind MMSE ZF Equalization. The recently proposed method by Tsatsanis *et al.* [5] corresponds to unbiased MMSE Equalization. We interpret this approach in terms of Two-Sided Linear Prediction (TSLP), also called smoothing by Tong [8]. We establish the links between MMSE, Minimum Output Energy (MOE) and MMSE ZF and we prove equivalence under the unbiasedness constraint in the noiseless case. Our analysis shows how to properly apply Capon's principle [4] for Linearly Constrained Minimum Variance (LCMV) beamforming to blind multichannel equalization. Furthermore, we show that Tsatsanis's application of Capon's principle becomes only correct, and Tong's channel estimate becomes only unbiased, at high SNR. Whereas the goal is to do MMSE ZF, it is easier but equivalent to approach the problem via Unbiased MMSE (UMMSE) on noiseless data. Hence, the covariance matrix of the received signal has to be "denoised" before using it in the blind estimation method. We provide an approach without eigen decomposition that gives excellent performance. Furthermore, we present a simple and efficient procedure to simultaneously detect the channel order. Simulation results are presented to support our claims.

1 Introduction

Les techniques d'identification aveugle multi-canal monoutilisateur exploitent une formulation multi-canal monoentrée/multi-sorties. Le suréchantillonnage du signal reçu permet d'obtenir une représentation vectorielle polyphase mono-entrée/multi-sorties du canal. Les canaux à réponse impulsionnelle finie (RIF) obtenus dans cette représentation par suréchantillonnage peuvent être aussi obtenus à partir des signaux reçus au niveau d'un réseau d'antennes (dans le cas des communications mobiles [2],[3]) ou à partir d'une combinaison des deux. Pour m canaux, la relation entrée/sortie qui régit le système peut s'écrire comme suit:

$$\boldsymbol{y}(k) = \sum_{i=0}^{N-1} \boldsymbol{h}(i) \boldsymbol{a}(k \Leftrightarrow i) + \boldsymbol{v}(k) = \boldsymbol{H} \boldsymbol{A}_N(k) + \boldsymbol{v}(k) \quad (1)$$

où $\boldsymbol{y}(k) = [y_1(k) \cdots y_m(k)]^T, \boldsymbol{h}(i) = [h_1(i) \cdots h_m(i)]^T,$ $\boldsymbol{v}(k) = [v_1(k) \cdots v_m(k)]^T, \boldsymbol{H} = [\boldsymbol{h}(N \Leftrightarrow 1) \cdots \boldsymbol{h}(0)], A_N(k) =$ $[a(k \Leftrightarrow N+1) \cdots a(k)]^T$ et T désigne l'opérateur de transposition. Soit $\mathbf{H}(z) = \sum_{i=0}^{N-1} \boldsymbol{h}(i) z^{-i} = [\mathbf{H}_1(z) \cdots \mathbf{H}_m(z)]^T$ la fonction de transfert mono-entrée/multi-sorties du canal et $\boldsymbol{h} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}^T(0) \cdots \boldsymbol{h}^T(N \Leftrightarrow 1) \end{bmatrix}^T$ le vecteur des cœfficients du canal. Considérons un bruit temporellement et spatialement blanc, additif, gaussion et circulaire $\boldsymbol{n}(\boldsymbol{h})$:

tialement blanc, additif, gaussien et circulaire $\boldsymbol{v}(k)$: $r_{\boldsymbol{v}\boldsymbol{v}}(k \Leftrightarrow i) = \mathbb{E} \boldsymbol{v}(k) \boldsymbol{v}(i)^H = \sigma_v^2 I_m \,\delta_{ki}$. Si M échantillons sont reçus, la relation vectorielle qui régit le système est la suivante:

$$\boldsymbol{Y}_{M}(k) = \mathcal{T}_{M}(\boldsymbol{h}) A_{M+N-1}(k) + \boldsymbol{V}_{M}(k)$$
(2)

où $\mathbf{Y}_M(k) = [\mathbf{y}^T(k \Leftrightarrow M+1) \cdots \mathbf{y}^T(k)]^T$ et $\mathbf{V}_M(k)$ est défini de façon similaire. $\mathcal{T}_M(\mathbf{h})$ est une matrice bloc Toeplitz remplie avec les cœfficients du canal. La notation dans (2) peut être simplifiée en prenant $k = M \Leftrightarrow 1$

$$\boldsymbol{Y} = \mathcal{T} \boldsymbol{A} + \boldsymbol{V} \,. \tag{3}$$

Nous supposons que $mM > M+N \Leftrightarrow 1$, dans quel cas la matrice de convolution du canal \mathcal{T} possède plus de lignes que de colonnes. Le canal est dit irréductible si $H_i(z)$, $i = 1, \ldots, m$ n'ont pas de zéros communs, et réductible sinon.

Pour des raisons évidentes, l'espace colonne de \mathcal{T} est appellé l'espace signal et son complément orthogonal l'espace bruit.

2 La Méthode de Capon

Un principe bien connu en traitement d'antennes lorsque la direction d'arrivée et la réponse du réseau d'antennes sont connues, est le formateur de voies MVDR (Minimum Variance Distortionless Response). Ce dernier minimise les signaux des intérfereurs sans apporter de distortion au signal de l'utilisateur d'intérêt. La méthode de Capon [4] part du principe MVDR pour dériver des solutions aveugles (sans avoir à connaître la direction). Considérons le cas d'une seule source dans la direction de θ_0 plus un bruit blanc spatialement :

$$\mathbf{Y}(k) = S(\theta_0)a(k) + \mathbf{V}(k).$$

La sortie du formateur de voies est donnée par $\hat{a}(k) = F^H \mathbf{Y}(k)$. La contrainte de distorsion nulle du signal étant $F^H S(\theta_0) = 1$, le formateur de voies LCMV satisfait le critère de minimisation suivant:

$$\begin{split} \min_{F:F^HS(\theta_0)=1} E\|\widehat{a}(k)\|^2 &\Leftrightarrow \min_{F:F^HS(\theta_0)=1} F^HR_{YY}F\\ \Rightarrow F &= \frac{1}{S^H(\theta_0)R_{YY}^{-1}S(\theta_0)}R_{YY}^{-1}S(\theta_0), \end{split}$$

 $MV = (S^H(\theta_0)R_{YY}^{-1}S(\theta_0))^{-1}$. La méthode de Capon stipule que si θ_0 est, maitenant, inconnu, de prendre alors $\hat{\theta} = \arg\max_{\theta} MV$ et donc

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \left(S^{H}(\theta) R_{YY}^{-1} S(\theta) \right)^{-1} = \arg \min_{\theta} S^{H}(\theta) R_{YY}^{-1} S(\theta)$$
$$= S^{-1} \left(V_{max}(R_{YY}) \right) = \theta_{0}$$

où $V_{max}(A)$ désigne le vecteur propre correspondant à la valeur propre maximale de A. Dans le cas de l'estimation multi-canal, le formateur de voies devient un égaliseur, $\hat{a}(k \Leftrightarrow d) F^H \mathbf{Y}(k)$ et le paramètre inconnu devient le canal. Pour appliquer le principe de capon, la question essentielle est maintenant : quelle est la bonne contrainte de distorsion nulle ? Pour Tsatsanis [5], c'est l'absence du biais, ce qui est exprimé par

$$F^{H}\mathcal{T}_{M,1}e_{d} = F^{H}\begin{bmatrix} 0\\ \mathbf{h}\\ 0 \end{bmatrix} = F^{H}\tilde{\mathbf{h}} = 1.$$
(4)

Dans ce cas, les interférences entre symboles (IES) faussent l'estimation du canal en présence du bruit. La bonne contrainte pour exprimer la distorsion nulle est au fait le forçage à zéro des IES :

$$F^H \mathcal{T}_{M,1} = [\underbrace{0 \cdots 0}_d 10 \cdots 0] = e_d^H.$$

3 Relations entre Critères

Le critère MMSE non biaisé est équivalent au critère MOE non biaisé. En effet,

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \sigma_{\tilde{a}}^{2} = E|a_{k-d} \Leftrightarrow \hat{a}|^{2} = E|a_{k-d} \Leftrightarrow F^{H} \mathbf{Y}|^{2} \\ &= \sigma_{a}^{2} \Leftrightarrow F^{H} R_{Ya} \Leftrightarrow R_{aY}F + F^{H} R_{YY}F \\ &= \sigma_{a}^{2} \Leftrightarrow \sigma_{a}^{2}F^{H} \tilde{\mathbf{h}} \Leftrightarrow \sigma_{a}^{2} \tilde{\mathbf{h}}^{H}F + \underbrace{F^{H} R_{YY}F}_{\text{OE}} \\ &= \text{OE} \Leftrightarrow \sigma_{a}^{2} \text{ si non biase} \end{aligned}$$

 $\Rightarrow \arg\min_{F:F^{H}\tilde{\boldsymbol{h}}=1} \text{MSE} = \arg\min_{F:F^{H}\tilde{\boldsymbol{h}}=1} \text{OE}, F_{UMMSE} = F_{UMOE}.$ Dans le cas où les symboles sont non correlés, nous avons

$$SINR = \frac{\sigma_a^2 F^H \tilde{h} \tilde{h}^H F}{F^H \left(R_{YY} \Leftrightarrow \sigma_a^2 \tilde{h} \tilde{h}^H \right) F}$$
$$\Rightarrow SINR^{-1} = \frac{\sigma_a^2 F^H \tilde{h} \tilde{h}^H F}{\sigma_a^2 |F^H \tilde{h}|^2} \Leftrightarrow 1,$$

$$\max_{F} \text{SINR} \Leftrightarrow \min_{F} \text{SINR}^{-1} \Leftrightarrow \min_{F} \frac{\sigma_{a}^{2} F^{H} R_{YY} F}{\sigma_{a}^{2} |F^{H} \tilde{h}|^{2}}$$
$$\Leftrightarrow \min_{F:F^{H} \tilde{h}=1} F^{H} R_{YY} F.$$

Donc $F_{MSINR} = F_{UMOE}$. Dans le cas sans bruit, en plus, nous obtenons :

$$F_{UMOE} = F_{ZFMOE} = F_{UMMSE} = F_{ZFMMSE} = \mathcal{T} \left(\mathcal{T}^H \mathcal{T} \right)^{-1} e_d.$$

Puisqu'il est plus facile d'appliquer le principe de Capon avec la contrainte de zéro biais plutôt que la contrainte ZF, on applique la contrainte de zéro biais avec des covariances débruitées.

4 Egalisation Aveugle MMSE ZF

La resolution du critère $\min_{F} F^{H} R_{YY} F$ se fait en deux étapes selon l'approche de Capon :

- étape 1 : Le critère d'optimisation min $F^H R_{YY} F$ donne comme solution $F = \frac{1}{\tilde{\boldsymbol{h}}^H R_{YY}^{-1} \tilde{\boldsymbol{h}}} R_{YY}^{-1} \tilde{\boldsymbol{h}}$: égaliseur MMSE non biaisé.

- étape 2 :

$$\max_{\boldsymbol{h}:\|\boldsymbol{h}\|=1} \min_{F:F^{H} \tilde{\boldsymbol{h}}=1} F^{H} R_{YY} F$$

$$= \max_{\boldsymbol{h}:\|\boldsymbol{h}\|=1} \left(\tilde{\boldsymbol{h}}^{H} R_{YY}^{-1} \tilde{\boldsymbol{h}} \right)^{-1} \text{ ou } \min_{\boldsymbol{h}:\|\boldsymbol{h}\|=1} \tilde{\boldsymbol{h}}^{H} R_{YY}^{-1} \tilde{\boldsymbol{h}}$$
(5)

Comme $\tilde{\boldsymbol{h}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{h} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{h} = T_1 \boldsymbol{h}$, le problème d'optimisation donné par (5) devient

$$\min_{\boldsymbol{h}:\|\boldsymbol{h}\|=1} \boldsymbol{h}^{H} \left(T_{1}^{H} R_{YY}^{-1} T_{1} \right) \boldsymbol{h} \Rightarrow \boldsymbol{h} = V_{min} \left(T_{1}^{H} R_{YY}^{-1} T_{1} \right),$$
(6)

où $V_{min}(A)$ désigne le vecteur propre correspondant à la valeur propre minimale de A.

5 Interprétation en Termes de Prédiction Linéaire Bidirectionelle

Considérons la matrice T_2 définie comme $T_2 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$.

 T_2 peut être interprétée comme engendrant le complément orthogonal de T_1 : $T_2 = T_1^{\perp}$, puisque $T_2^H T_1 = 0$ et $P_{T_2} + P_{T_1} = I$ ($P_{T_2} = P_{T_1}^{\perp}$), où $P_X^{\perp} = I \Leftrightarrow P_X = I \Leftrightarrow X(X^H X)^{-1} X^H$. A partir du lemme d'inversion matricielle (LIM), la matrice $T_1^H R_{YY}^{-1} T_1$ qui apparaît dans (6) peut être écrite comme

$$\left(T_1^H R_{YY} T_1 \Leftrightarrow T_1^H R_{YY} T_2 \left(T_2^H R_{YY} T_2\right)^{-1} T_2^H R_{YY} T_1\right)^{-1}.$$
(7)

Considérons maintenant $\tilde{\mathbf{Y}} = T_1^H \mathbf{Y} \Leftrightarrow Q T_2^H \mathbf{Y}$ (voir figure 1), où la matrice $Q = (T_1^H R_{YY} T_2) (T_2^H R_{YY} T_2)^{-1}$ est optimisée pour minimiser $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}}$. $\tilde{\mathbf{Y}}$ est l'erreur de prédiction de la partie $T_1^H \mathbf{Y}$ de \mathbf{Y} à partir des parties voisinantes $T_2^H \mathbf{Y}$. Alors la matrice qui apparaît dans (7) est $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}}^{-1}$, ceci démontre aussi que $V_{min} (T_1^H R_{YY}^{-1} T_1)$ donne effectivement \mathbf{h} . Nous avons $\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{h} a_{k-d} \Rightarrow \mathbf{h} = V_{max} (R_{\tilde{Y}\tilde{Y}})$.



FIG. 1: Prédiction linéaire bidirectionelle.

6 Relation avec d'Autres Approches

Dans cette section, nous établissons les liens reliant notre méthode d'égalisation aveugle MMSE ZF avec d'autres approches récemment proposées. Notre formulation constitue l'application correcte du principe de Capon pour la formation de voies LCMV, à l'égalisation multi-canal, alors que la formulation de Tsatsanis devient correcte uniquement à des hauts SNRs. Notre prédiction linéaire bidirectionnelle correspond à une solution en une étape de l'approche multi-étapes de Gesbert et Duhamel [9]. Le "Least-Squares Smoothing" (LSS) introduit par Tong et al. [8] donne des estimées biaisées du canal : la méthode garde uniquement le sous-espace signal (le sous-espace bruit est éliminé par l'opération SVD) mais la contribution du bruit aux valeurs propres signales n'est pas éliminée. Notre prédiction linéaire bidirectionnelle correspond à une version de la méthode de Tong, où le biais a été éliminé, et qui évite le calcul de la SVD de la matrice de covariance du signal reçu. En fait, la présence de biais dans la méthode de Tong montre que le point de vu déterministe sur lequel sa dérivation est basée est inapproprié.

7 Détection de l'Ordre du Canal

La méthode proposée permet de trouver le canal comme étant le vecteur propre maximal d'une matrice de covariance d'erreurs de prédiction $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}}$. Avec les statistiques ex-actes, $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}} = \sigma_a^2 h h^H$ ce qui implique que le rang de $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}}$ est un. Quand la longueur de h est surestimée de p, le rang de $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}}$ devient p+1. Par contre, quand cette longueur est sous estimée, $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}}$ est idéalement zéro (et donc n'a pas, en pratique, de structure particulière). Par conséquent, une méthode efficace pour détecter l'ordre du canal consiste à trouver l'ordre pour lequel $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}}$ s'approche le plus d'une matrice de rang un. Dans le cas des statistiques exactes, en considérant les valeurs propres de $R_{\tilde{V}\tilde{V}}$ ordonnées dans un ordre décroissant : $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_{mN}$ et en calculant le rapport $r = \lambda_1/\lambda_2$, comme $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}}$ est de rang 1, $r \to \infty$. Lorsque le bruit est présent et lorsque l'ordre du canal est sousestimé (ou surestimé), la valeur de r sera plus petite que sa valeur à l'ordre correct du canal. Donc la variation de r en fonction des différentes valeurs de l'ordre du canal est une fonction qui présente un maximum à l'ordre correct du canal. En effet, la matrice $R_{\tilde{V}\tilde{V}}$ peut être écrite comme la somme de sa meilleure approximation de rang un $(R_{\tilde{Y}\tilde{Y}})$ et de l'erreur d'approximation $(\widetilde{R}_{\tilde{Y}\tilde{Y}}): R_{\tilde{Y}\tilde{Y}} = \lambda_1 V_1 V_1^H + \sum_{i>1} \lambda_i V_i V_i^H = \widehat{R}_{\tilde{Y}\tilde{Y}} + \widetilde{R}_{\tilde{Y}\tilde{Y}}$ et $r = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\|\lambda_1 V_1 V_1^H\|_2}{\|\sum_{i>1} \lambda_i V_i V_i^H\|_2} = \frac{\|\widehat{R}_{\tilde{Y}\tilde{Y}}\|_2}{\|\widetilde{R}_{\tilde{Y}\tilde{Y}}\|_2}.$

8 Débruitage de la Matrice de Covariance

En présence de bruit, la matrice de covariance du signal reçu doit être débruitée et donc les égaliseurs MMSE ZF sont dérivés via le critère MMSE utilisant la matrice de covariance débruitée R_{YY}^d (^d désigne la matrice obtenue après l'opération de débruitage). Nous considérons deux opérations alternatives de débruitage de la matrice de covariance. Dans la première opération, nous éliminons la contribution du bruit estimée comme étant la valeur propre minimale de R_{YY} . Nous constatons que la valeur propre minimale de R_{YY} sous-estime la puissance du bruit et par conséquent, la partie du bruit que nous éliminons de \widehat{R}_{YY} n'est pas suffisante. Nous proposons, donc, dans une opération alternative de débruitage d'estimer la puissance du bruit par la méthode SRM [6] : $\hat{\sigma}_v^2 = \lambda_{min}(SRM)$. Avec un nombre fini de données cette méthode va aussi sous-estimer la puissance du bruit mais l'estimée qu'elle donne est proche de la vraie valeur. Le débruitage avec un $\hat{\sigma}_v^2 > \lambda_{min}(R_{YY})$ rend la matrice débruitée $R_{YY} \Leftrightarrow \hat{\sigma}_v^2 I$ indéfinie. Puisqu'une matrice de covariance est nécessairement positive semi-définie, on ne garde que la partie semidéfinie positive de la matrice débruitée : $|\hat{R}_{YY} \Leftrightarrow \hat{\sigma}_v^2 > I|_+$ (cette opération peut être effectuée par une décomposition LDU). Au fait, pour bien débruiter \widehat{R}_{YY} , on introduit un facteur d'ajustement α : $\hat{\sigma}_v^2 = \alpha \lambda_{min}(SRM)$. Le facteur α est idéalement choisi tel que $\sigma_v^2\lessapprox \widehat{\sigma_v^2}<\lambda_{min}^{SS},$ où

 λ_{min}^{SS} désigne la plus petite valeur propre de l'ensemble des valeurs propres de R_{YY} correspondantes au sous-espace signal. On peut remarquer que si $\hat{\sigma}_v^2$ satisfait ces contraintes, le sous-espace signal n'est pas affecté.

9 Resultats des Simulations

Nous considérons une longueur de la trame des données M = 200, un canal complex **H** généré de facon aléatoire de longueur N = 3 avec m = 2 sous-canaux. Les symboles sont i.i.d. QPSK. Le SNR est défini comme $(||\boldsymbol{h}||^2 \sigma_a^2)/(m\sigma_v^2)$. Les méthodes d'estimation aveugle donnent une estimée du canal $\mathbf{\tilde{h}}$ avec $\|\mathbf{\tilde{h}}\| = 1$, nous ajustons le facteur d'echelle α tel que $\boldsymbol{h}_{o}^{H}(\alpha \hat{\boldsymbol{h}}) = \boldsymbol{h}_{o}^{H} \boldsymbol{h}_{o}$ où \boldsymbol{h}_{o} est le vrai canal (voir [7]): l'estimé final est $\hat{h} = \alpha \hat{\bar{h}}$. La mesure de performance est faite par l'intermédiaire de l'erreur quadratique moyenne normalisée (NMSE), moyennée sur 100 réalisations Monte-Carlo et définie comme NMSE = $\|\mathbf{h} \Leftrightarrow \hat{\mathbf{h}}\|^2 / \|\mathbf{h}\|^2$. Dans la figure 2, nous comparons notre approche de prédiction linéaire bidirectionnelle avec d'autres méthodes d'estimation du canal et avec sa borne de Cramer-Rao (CRB). Nous utilisons une matrice empirique \widehat{R}_{YY} de longueur L = 3N. La méthode de Tsatsanis [5] donne la performance la plus mauvaise et une amélioration dans cette même performance peut être constatée au fur et à mesure que le SNR croît (cette constatation est conforme avec le fait que la formulation de Tsatsanis devient correcte uniquement à des hauts SNRs). La méthode LSS de Tong [8] donne des performances comparables à celle de la méthode de Tsatsanis à cause de la présence du biais dans l'estimée du canal. Nous avons tracé les courbes qui correspondent aux différents stratégies proposées pour débruiter la matrice \widehat{R}_{YY} et qui sont expliquées dans la section précédente. Nous estimons la variance du bruit comme la valeur propre minimale de \widehat{R}_{YY} puis par la méthode SRM [6] et nous utilisons deux facteurs d'ajustement $\alpha = 1.5$ et $\alpha = 2$. Il est clair qu'avec $\alpha = 2$ nous atteignons la même performance que celle de la méthode PQML [10] ce qui implique que \overline{R}_{YY} est parfaitement débruitée et en conséquence la performance de la prédiction linéaire bidirectionnelle est optimale. Notons que l'élimination de la contribution du bruit des valeurs propres dans la méthode LSS aboutit aussi à la même performance optimale. Pour le même



FIG. 2: Performance des différents algorithmes.

canal, nous avons considéré le problème de la surestima-

tion ou sousestimation de l'ordre du canal (l'ordre correct du canal étant 3). Dans la figure 3, nous avons tracé, à différentes valeurs du SNR, le rapport $r = \lambda_1/\lambda_2$ en fonction des différentes valeurs supposées pour l'ordre du canal. Les courbes sont moyennées sur 100 réalisations Monte-Carlo. Il est clair que la fonction tracée donne un maximum net à l'ordre correct du canal.



Références

J. Ayadi and D.T.M. Slock. "Multichannel Estimation by Blind MMSE ZF Equalization". In Proc. SPAWC 99 Workshop, Annapolis, Maryland, USA, May 1999

- [2] D.Ť.M. Slock. "Blind Fractionally-Spaced Equalization, Perfect-Reconstruction Filter Banks and Multichannel Linear Prediction". In Proc. ICASSP 94 Conf., Adelaide, Australia, April 1994.
- [3] D.T.M. Slock and C.B. Papadias. "Blind Fractionally-Spaced Equalization Based on Cyclostationarity". In Proc. Vehicular Technology Conf., pages 1286-1290, Stockholm, Sweden, June 1994.
- [4] J. Capon. "High-resolution Frequency-wavenumber Spectrum Analysis". In Proc. IEEE, vol 57, no 8, pages 2408-1418, August 1969.
- [5] M.K. Tsatsanis and Z. Xu. "Constrained Optimization Methods for Blind Equalization of Multiple FIR Channels". In Proc. of the 31th Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers, Pacific Grove, CA, Nov. 3 - 5 1997.
- [6] J. Ayadi and D.T.M. Slock. "Cramer-Rao Bounds and Methods for Knowledge Based Estimation of Multiple FIR Channels". In Proc. SPAWC 97, Paris, France, April 1997.
- [7] E. de Carvalho and D.T.M. Slock. "Cramer-Rao Bounds for Semi-blind, Blind and Training Sequence Based Channel Estimation". In *Proc. SPAWC 97*, Paris, France, April 1997.
- [8] L. Tong and Q. Zhao. "Blind Channel Estimation by Least Squares Smoothing". In Proc. ICASSP 98 Conf., Seattle, Washington, USA, May 1998.
- Conf., Seattle, Washington, USA, May 1998.
 [9] D. Gesbert and P. Duhamel. "Robust Blind Identification and Equalization Based on Multi-step Predictors". In Proc. ICASSP 97 Conf., Munich, Germany, April 1997.
- [10] J. Ayadi, E. de Carvalho and D.T.M. Slock. "Blind and Semi-blind Maximum Likelihood Methods for FIR Multichannel Identification". In Proc. ICASSP 98 Conf., Seattle, Washington, USA, May 1998.