

# Calibrage dynamique furtif des amplificateurs de brillance en reconstruction 3D

Laurent DESBAT, Catherine MENNESSIER, Guillaume CHAMPLEBOUX, Agnès BUREAU

TIMC-IMAG, UMR CNRS 5525,

IAB, Faculté de Médecine, UJF, 38706 La Tronche (Grenoble France)

Laurent.Desbat@imag.fr, Catherine.Menessier@imag.fr, Guillaume.Champleboux@imag.fr,  
Agnès.Bureau@imag.fr

**Résumé** – Les images obtenues sur des amplificateurs de brillance sont distordues par les champs magnétiques. Lorsqu'on souhaite utiliser les amplificateurs de brillance pour faire la reconstruction 3D des coefficients d'atténuation d'un patient à partir de ses projections radiologiques 2D, il faut corriger dynamiquement les images car la distorsion dépend de l'orientation et de la position du détecteur dans l'espace. Nous proposons un nouveau schéma de mire de calibrage exploitant les propriétés spectrales de la transformée en rayons x d'une fonction standard. Cette approche nouvelle permet de laisser la mire de calibrage sur le détecteur sans perdre d'information lors des mesures. La méthode permet alors d'obtenir une reconstruction 3D telle que celle obtenue en l'absence de la mire.

**Abstract** – Image intensifiers suffer from geometric distortions due to the magnetic field surrounding the sensor. The quantitative 3D reconstruction from x ray projections obtained on image intensifiers implies the dynamic calibration of the data. In this paper we show that spectrum properties of the x-ray transform can be exploited in order to design markers calibration schemes that avoid the loss of information. The great advantage of this approach is that the calibration markers can stay on the detector without any loss of information: they are invisible in the reconstruction field.

## 1 Introduction

Les amplificateurs de brillance sont couramment employés dans des systèmes d'imagerie X médicale. En angiographie, des systèmes rotationnels dynamiques permettent d'acquérir une multitude de radiographies des vaisseaux sanguins (avec des produits de contraste) sous des angles différents, ce qui permet une reconstruction tridimensionnelle de l'arbre vasculaire cérébrale [6, 2]. En salle d'opération, les amplificateurs de brillance sont utilisés dans des systèmes d'imagerie interventionnels. Ils permettent de localiser des organes (en général des structures osseuses), des outils ou des éléments de prothèses. Afin d'obtenir des informations quantitatives à partir des amplificateurs de brillance, il faut calibrer le système source-détecteur. Une des principales difficultés dans l'utilisation des amplificateurs de brillance vient des distorsions induites par les champs magnétiques. Le calibrage et la correction de distorsion peuvent être effectués grâce à l'utilisation d'une mire contenant des marqueurs radio-opaques (en général des billes d'acier), voir [1]. Une fois le système calibré, la mire est supprimée de la scène et une radiographie peut être faite. Cette approche est réaliste pour une utilisation statique du système d'imagerie ou pour un faible nombre de projections. Cependant, si le système est utilisé pour de l'imagerie 3D, c'est à dire pour une reconstruction des densités volumiques à partir d'un grand nombre de radiographies, une correction dynamique de cette distorsion magnétique doit être envisagée. En effet, le système décrit une trajectoire autour du patient. Or, la distorsion diffère selon la position et l'orientation de l'amplificateur

de brillance dans le champ magnétique présent lors de la mesure.

Dans cet article, nous proposons la conception d'une mire de calibrage qui, bien que présente dans chaque projection, n'enlève quasiment aucune information au sens de Shannon. Pour cela nous utilisons les propriétés spectrales de la transformée en rayons X : une distribution efficace des marqueurs permet une interpolation quasi-exacte des données masquées. Des techniques de Fourier rapides sont mises en place pour le calcul de l'interpolation.

## 2 Spectre des mesures

Soit  $\mathbf{K}$  le support essentiel de la transformée de Fourier d'une fonction multi-dimensionnelle  $g$  à échantillonner (pour simplifier prenons  $g \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ ) ; la condition de non recouvrement de Shannon associée à l'échantillonnage suivant le schéma engendré par la matrice non singulière  $W$ , c'est à dire l'ensemble discret  $\{Wl, l \in \mathbb{Z}^n\}$ , est que les translatées de  $\mathbf{K}$  suivant le schéma réciproque,  $\mathbf{K} + 2\pi W^{-t}l, l \in \mathbb{Z}^n$  sont sans recouvrement. Alors la fonction  $g$  peut-être estimée en tout point par la formule d'interpolation de Fourier

$$(S_W g)(y) = (2\pi)^{-n/2} |\det W| \sum_{k \in \mathbb{Z}^n} g(Wk) \chi_{\mathbf{K}}(Wk - y) \quad (1)$$

avec l'erreur d'interpolation majorée par

$$\|S_W g - g\|_{\infty} \leq 2(2\pi)^{-n/2} \int_{\xi \notin \mathbf{K}} |\hat{g}(\xi)| d\xi.$$

Ainsi, si l'ensemble  $\mathbf{K}$  possède des propriétés géométriques particulières, nous pouvons les exploiter dans le choix de la matrice d'échantillonnage  $W$ . Nous cherchons  $W$  qui satisfait les conditions de Shannon de la manière la plus compacte possible afin de produire un échantillonnage plus efficace. En particulier, si le schéma d'échantillonnage imposé par le détecteur est intrinsèquement redondant, nous pouvons positionner les marqueurs de calibrage dans une partie redondante du schéma. Ainsi, aucune information n'est perdue au sens de Shannon (on perd seulement du rapport signal sur bruit). Or, il est bien connu en tomographie que les opérateurs de Radon 2D ou la transformée en rayons X en 3D restreinte au cercle unité, possèdent des spectres dont la géométrie permet un échantillonnage entrelacé [8, 7]. En effet, en tomographie 2D nous devons échantillonner

$$g(\phi, s) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} f(s\theta + t\zeta) dt \quad (2)$$

où  $\theta = (\cos \phi, \sin \phi)$  et  $\zeta = (-\sin \phi, \cos \phi)$ . La transformée de Fourier de  $g$  est définie par

$$\hat{g}_k(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{g}(\phi, \sigma) e^{-ik\phi} d\phi \quad (3)$$

avec

$$\hat{g}(\phi, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\phi, s) e^{-i\sigma s} ds.$$

On peut montrer [8, 7], que lorsque la fonction  $f$  est essentiellement limitée à la fréquence  $b$ , c'est à dire

$$\int_{|\xi|>b} |\hat{f}(\xi)| d\xi \ll \int_{\mathbb{R}^2} |\hat{f}(\xi)| d\xi$$

alors  $\mathbf{K}_2$  est le support essentiel de  $\hat{g}_k(\sigma)$ , voir la figure 1. Ainsi  $W_I$  la matrice du schéma entrelacé satisfait la condition de Shannon deux fois plus efficacement que la matrice du schéma standard correspondant ( $\det W_I = 2 \det W_S$ ):

$$W_S = \begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix}, W_I = \begin{bmatrix} 2h_1 & -h_1 \\ 0 & h_2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

avec  $h_1 = \frac{\pi}{p}$ ,  $h_2 = 2/q$  où  $p \in \mathbb{N}$  est le nombre de projections sur  $[0, \pi)$  et  $q$  est le nombre de translations sur un diamètre du disque de mesure (dont le rayon est normalisé à 1 ici). Les conditions d'échantillonnage sont vérifiées si  $p$  est légèrement supérieur à  $\pi/2q = b$ , voir [7] et la figure 1.

Dans [4], ces résultats sont généralisés en tomographie 3D: nous montrons que le support essentiel de la transformée de Fourier de la transformée en rayons X  $g(\phi, s, t)$  d'une fonction essentiellement  $b$  bande limitée  $f \in C_0^\infty(\Omega)$  est essentiellement limité à  $\mathbf{K}_3$  (voir figure 2) avec

$$g(\phi, s, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s\theta + te_3 + u\zeta) du,$$

restreinte à  $\zeta \in S^1$  (le cercle unité),  $\Omega$  est le cylindre unitaire de  $\mathbb{R}^3$ ,  $\phi \in [0, 2\pi]$ ,  $\zeta = (-\sin \phi, \cos \phi, 0)$ ,  $\theta = (\cos \phi, \sin \phi, 0)$ ,  $e_3 = (0, 0, 1)$ ,  $s \in [-1, 1]$ ,  $t \in [-1, 1]$ . Cette géométrie correspond à un détecteur 2D tournant autour

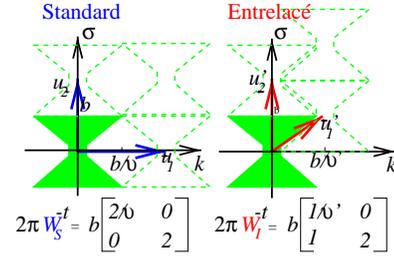


FIG. 1 – [

Échantillonnage de la transformée de Radon en 2D] Échantillonnage de la transformée de Radon en 2D: dans l'espace de Fourier  $\mathbf{K}_2$  est l'ensemble en gris. Le schéma entrelacé réciproque engendré par  $(W_I^{-1})^t$  (droite) est presque deux fois plus efficace que le schéma standard réciproque engendré par  $(W_S^{-1})^t$  (gauche).

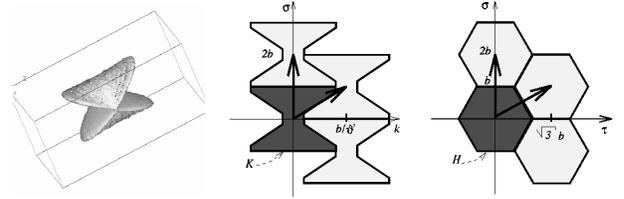


FIG. 2 – Gauche: visualisation 3D de  $\mathbf{K}_3$ : en dehors de cette isosurface,  $|\hat{g}_k(\sigma, \tau)|$  est négligeable. Centre et droite: Non recouvrement hexagonal entrelacé des ensembles  $\mathbf{K}_3 + 2\pi W_{IH}^{-t}l$ :  $\mathbf{K}_3$  est contenu dans l'intersection de deux cylindres perpendiculaires de base respective  $K$  et l'hexagone  $H$ .

de l'objet mesuré avec une source à l'infini. Ici encore les grilles standard sont redondantes: les schémas entrelacés restent 2 fois plus efficace et nous proposons dans [4] un nouveau schéma hexagonal entrelacé  $4/\sqrt{3}$  fois plus efficace qu'une grille standard.

## 3 Application

En général, les schémas d'échantillonnage standard utilisés sont redondants. Notre idée est simplement de poser les marqueurs de calibrage sur des points redondants du schéma.

### 3.1 Interpolation exacte

Les points recouverts peuvent être estimés par interpolation de Fourier à partir des points de mesure dans un schéma efficace. L'intérêt de cette approche est qu'elle permet de réutiliser les codes développés pour les géométries régulières. Nous illustrons cette approche en 2D (généralisable en 3D) dans le cas extrême où la moitié des points du schéma standard sont recouverts par des billes de calibrage (dans une géométrie entrelacée). Nous cherchons à calculer  $g(W_S l)$ ,  $l \in \mathbb{Z}^2$  à partir de  $g(W_I l)$ ,  $l \in \mathbb{Z}^2$ . Considérons la transformée de Fourier de (1) (avec  $W = W_I$ )

$$\hat{g}_{W_I}(\xi) = (2\pi)^{-1} |\det(W_I)| \sum_{k \in \mathbb{Z}^2} g(W_I k) e^{-i\xi \cdot W_I k} \xi_{\mathbf{K}}(\xi). \quad (5)$$

Afin d'utiliser la transformée de Fourier rapide, nous voulons utiliser (5) pour calculer  $\hat{g}_{W_I}(\xi_l)$  avec

$$\xi_l = 2\pi N^{-1} W_S^{-1} l, l \in \mathbb{Z}^2. \quad (6)$$

Un calcul montre que (5) peut s'écrire

$$\begin{aligned} \hat{g}_{W_I}(\xi_l) &= (2\pi)^{-1} |\det(W_I)| \xi_{\mathbb{K}}(\xi_l) \\ &\left( \sum_{m \in \mathbb{Z}^2} g \left( W_I \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} m \right) e^{-2i\pi \left( \frac{l_1 m_1}{n_1/2} + \frac{l_2 m_2}{n_2/2} \right)} + \right. \\ &\left. \sum_{m \in \mathbb{Z}^2} g \left( W_I \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} m + W_I \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \right. \\ &\left. e^{-2i\pi \left( \frac{l_1 m_1}{n_1/2} + \frac{l_2 m_2}{n_2/2} \right)} e^{-2i\pi \left( \frac{l_2}{n_2/2} - \frac{l_1}{n_1/2} \right)} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Ainsi  $\hat{g}_{W_I}(\xi_l)$  peut-être calculé à partir de deux FFT de dimension  $(n_1/2, n_2/2)$ , chacune respectivement sur les points de grille  $2W_S \mathbb{Z}^2$  et  $2W_S \mathbb{Z}^2 + W_S(-1, 1)^t$ . En effet

$$W_I(m_1 + m_2, 2m_2) = 2W_S(m_1, m_2)$$

et

$$W_I(0, 1) = W_S(-1, 1).$$

Les valeurs de  $g_{W_I}(W_S k)$  sont obtenues par transformée de Fourier inverse sur la grille 2D de points  $\hat{g}_{W_I}(\xi_l)$ .

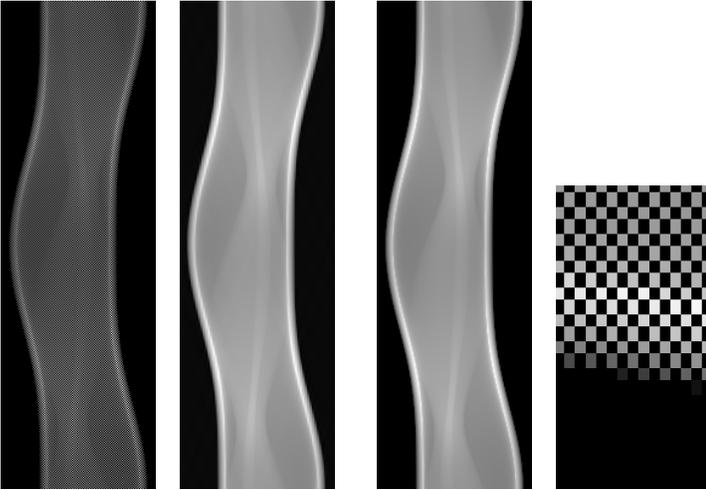


FIG. 3 – De gauche à droite : marqueurs entrelacés (voir le zoom à droite) dans un sinogramme de  $p = 202$  projections sur  $[0, \pi]$  de  $q = 128$  échantillons ; interpolation de Fourier à partir des données entrelacées ; sinogramme standard correspondant ; zoom d'une partie du sinogramme de gauche. Nous pouvons constater que l'interpolation de Fourier procure d'excellentes estimations des données manquantes.

Dans la Figure 3 nous montrons un exemple numérique de l'interpolation de Fourier basée sur (7). Cette approche peut-être généralisée en 3D.

## 3.2 Reconstruction 3D

### 3.2.1 Idée et expérimentation numérique

Nous pouvons, encore plus simplement, reconstruire la fonction mesurée  $f$  à partir des points de mesures moins

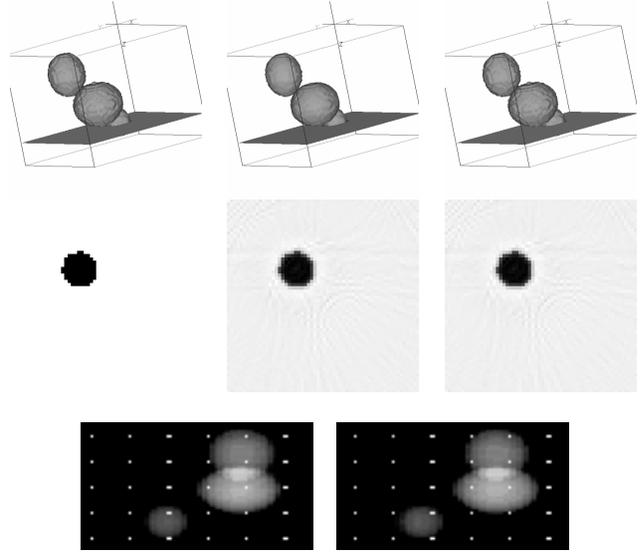


FIG. 4 – En haut de gauche à droite : objet à reconstruire ; reconstruction à partir de 90 projections avec des marqueurs entrelacés ( $60 \times 50$ ) sur  $[0, \pi]$  ; reconstruction à partir de 90 projections sans marqueurs de calibrage. Seconde ligne : coupes correspondantes. Dernière ligne à gauche : projection paire avec des marqueurs de calibrage. Dernière ligne à droite : projection impaire avec des marqueurs de calibrage translaté. Les reconstructions avec ou sans marqueurs de calibrage ont la même qualité.

les points de mire (se trouvant dans une partie redondante du schéma). Nous illustrons ceci dans la figure 4 en proposant une reconstruction par une méthode algébrique : discrétisation de  $f$  en voxels et résolution du système linéaire associé aux moindres carrés régularisés (par l'énergie du Laplacien) par un gradient conjugué (le paramètre de régularisation est choisi automatiquement par validation croisée stochastique, voir[5]). Le résultat théorique du spectre de la transformée en 3D n'est établi que pour une géométrie parallèle, mais on constate numériquement que l'entrelacement de spectre reste possible en conique dès que le rayon du cercle de source est suffisamment grand (en pratique, au delà de 2 fois celui du domaine reconstruit semble suffire).

## 3.3 Expérimentation sur des données réelles

Dans la figure 5 nous présentons la reconstruction d'une vertèbre installé dans un système d'angiographie rotationnel. Les acquisitions ont été obtenues dans un système Neurostar de SIEMENS installé au service de neuroradiologie du CHU de Grenoble (Professeur Lebas) avec l'amicale collaboration du docteur Bessou. Pour faire cette expérimentation, nous disposons d'une mire de calibrage composée d'une grille 2D de billes. La géométrie de mesure était conique mais la distance de la source à l'objet mesuré était de l'ordre de 7 fois son diamètre (à partir d'expérimentation numériques, nous avons considéré que les conditions d'échantillonnage parallèle s'appliquent en pratique dans ce contexte). Le plan de rotation de la source était horizontal. Le faible nombre de projections retenu pour l'expérience (60 projections) était compatible avec

la taille des billes sur l'image. Plus précisément, la résolution retenue dans chaque projection fut de 113 pixels dans la direction horizontale et de 51 pixel dans la direction perpendiculaire. La taille du pixel était légèrement supérieure à celle de la bille. Dans un premier temps les projections suivants des angles pairs ont été mesurées avec la mire de calibrage fixées de telle sorte que les billes de calibrage soient dans des positions paires suivant l'échantillonnage dans la direction horizontale. La mire a été ensuite déplacée de telle sorte que les billes ont occupé une position impaire. Puis les projections impaires ont été acquises. Nous présentons dans 5 une reconstruction à partir des toutes les données non recouvertes par une bille. Le schéma de points de mesure restant est toujours redondant et conduit à une reconstruction homogène ne contenant pas d'artefacts. On remarquera que les 113 points de mesures suivant la direction horizontale nous auraient permis de considérer plus de 60 projections en géométrie parallèle (en pratique de l'ordre de 180).

## Remerciements

Ce travail est soutenu par la région Rhône-Alpes dans le cadre du programme "Santé et HPC". Nous remercions le professeur Coulomb, chef du service de radiologie centrale et d'imagerie médicale, pour l'hébergement de la partie expérimentale de ce projet au sein du CHU de Grenoble et les docteurs Bessou (service de neuroradiologie) et Ferretti (service de radiologie centrale) pour leurs contributions dans la réalisation des expérimentations.

## Références

- [1] G. Champleboux, S. Lavalée, P. Sautot, and P. Cinquin. Accurate calibration of cameras and range imaging sensors, the NPBS method. In *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pages 1552–1558, Nice France, May 1992.
- [2] J.L. Coatrieux, M. Garreau, R. Collorec, and C. Roux. Computer vision approaches for the three-dimensional reconstruction of coronary arteries: Review and prospects. *Crit. Rev. in Biomed Eng.*, 22(1):01–38, 1994.
- [3] L. Desbat. Efficient sampling in 3D tomography: parallel schemes. In P. Grangeat and J.L. Amans, editors, *Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine*, pages 87–100. Kluwer Academic, 1996.
- [4] L. Desbat. Echantillonnage parallèle efficace en tomographie 3D. *C.R. Acad. Sci. Paris, Série I, t. 324*, pages 1193–1199, 1997.
- [5] D.A. Girard. Asymptotic optimality of the fast randomized versions of GCV and  $C_L$  in ridge regression and regularisation. *Ann. of Stat.*, 19(4):1950–1963, 1991.
- [6] P. Grangeat. *Reconstruction d'images tridimensionnelles*. INPG, 1993. Thèse d'habilitation à diriger des recherches.

- [7] F. Natterer. *The Mathematics of Computerized Tomography*. Wiley, 1986.
- [8] P.A. Rattey and A.G. Lindgren. Sampling the 2-D Radon transform. *IEEE Trans. ASSP*, 29:994–1002, 1981.

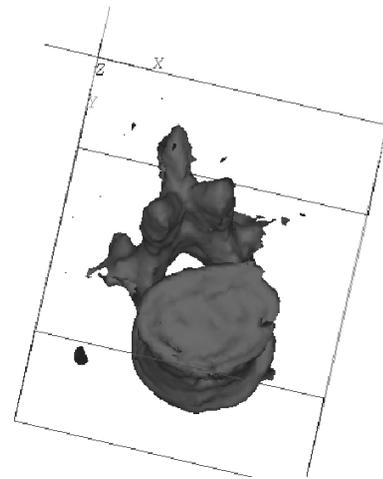
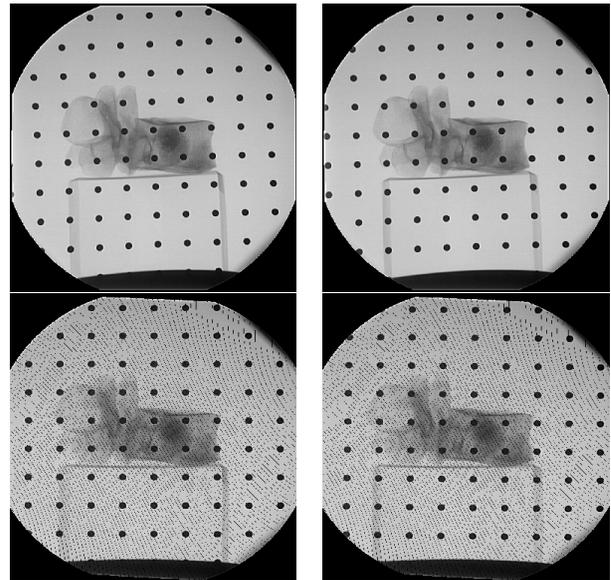


FIG. 5 – En haut à gauche : projection paire avec des billes de calibrage; En haut à droite : projection impaire avec des billes de calibrage translattées; Au centre à gauche et à droite : respectivement après la correction de distorsion; En bas, reconstruction de la vertèbre à partir de 60 projections  $113 \times 61$  sur  $[0, \pi]$  avec des marqueurs de calibrage dans une géométrie entrelacée.