

Estimation conjointe de champs de vitesse denses et paramétriques pour des écoulements fluides

Etienne MÉMIN, Patrick PÉREZ

IRISA/INRIA-Rennes Campus de Beaulieu, F-35042 Rennes cedex, France.
memin@irisa.fr, perez@irisa.fr

Résumé – Dans ce travail nous proposons une approche d'estimation dense couplée avec un modèle paramétrique non-linéaire. Ce modèle permet de décrire la forme du champ des vitesses apparentes de l'écoulement à l'aide d'entités cinématiques particulières telles que les vortex, puits ou sources. Il permet de rendre compte des composantes solénoïdale et irrotationnel du champ des vitesses tandis que le champ dense permet de décrire la composante laminaire de l'écoulement. L'estimation du champ dense et l'extraction des entités dynamiques sont effectuées de façon conjointe et coopérative.

Abstract – In this work we propose an approach for dense estimation of motion coupled with a non linear parametric model. This model allows to describe the shape of the apparent velocity field of the flow by the way of particular kinematics cues like vortices, sources, or sinks. It allows to capture the solenoidal and the irrotational part of the velocity field whereas the dense field allows to describe the laminar component of the flow. The estimation of the dense field and the extraction of the dynamical entities are done in a joint and cooperative way.

1 Analyse du mouvement pour des écoulements fluides

Dans un certain nombre de domaines, des séquences d'images représentatives de phénomènes fluides doivent être analysées. Dans le cas des sciences environnementales (océanographie, météorologie, climatologie), l'évolution en terme de courant ou de température des océans ou de l'atmosphère est étudiée à l'aide d'images satellitales [3, 5]; en imagerie médicale, l'écoulement du sang peut être mesuré et suivi à l'aide de techniques angiographiques [9]; en mécanique des fluides expérimentale un grand nombre de techniques d'imagerie permettent de rendre compte des phénomènes aéro- ou hydrodynamiques observés [4, 6, 10].

Dans tous ces domaines, à l'opposé de techniques de mesures *in situ* complexes et la plupart du temps éparées, la vidéo offre de façon non-intrusive et versatile un moyen d'obtenir une très grande variété d'informations spatio-temporelles continues. Par contre, dans le premier cas, des sondes fournissent généralement directement les quantités recherchées alors que dans le cas de séquences d'images cette information doit être extraite des données de luminosité.

L'analyse du mouvement dans ces séquences relatives à des phénomènes fluides est particulièrement délicate. La difficulté réside dans les grandes distortions spatiales et temporelles de la fonction de luminosité pour de telles séquences. Dans ce contexte, les techniques standard issues de la communauté de vision par ordinateur, basées sur des caractéristiques image stables et un mouvement rigide, sont mal adaptées. La conception de méthodes alternatives dédiées au mouvement fluide constitue un champ d'investigation de premier ordre relativement peu abordé. Le travail que nous décrivons ici, vise, dans ce contexte, à

proposer un estimateur de mouvement dédié aux phénomènes fluides.

En analyse du mouvement fluide, deux types d'informations de mouvement d'intérêts majeurs sont recherchés. En premier lieu, le champ dense des vitesses [3, 5] constitue une source d'information précieuse. Il permet soit de valider, soit d'initier un modèle numérique. Le champ des vitesses est également utilisé à des fins de visualisation ou pour extraire la *vorticité* de l'écoulement [10]. En second lieu, des caractéristiques génériques de la forme globale du champ des vitesses peuvent être également recherchées. Les *vortex* [9, 11], ou plus généralement les points singuliers du flot [3, 4, 6] sont d'un intérêt particulier en imagerie fluide. Ces entités cinématiques procurent en effet une représentation compacte et pertinente du phénomène observé (centres dépressionnaires en imagerie météorologique par exemple); elles sont parfois même la seule source d'information fiable dont on peut disposer pour expliquer le phénomène sous-jacent (vortex dans les écoulements turbulents) et constituent des marqueurs de choix pour un suivi temporel [6]. Les points singuliers peuvent être extraits du champ des vitesses [3, 4, 9, 11] ou directement à partir des images [4, 6].

Ces deux types d'informations devraient pouvoir être extraits de façon simultanée et coopérative. A cette fin, nous proposons une approche couplée mêlant une technique de mesure du champ des vitesses proposée dans [8] avec une paramétrisation non linéaire du flot s'appuyant sur les vortex, puits et sources de l'écoulement.

2 Modélisation robuste dense et paramétrique

Soit $\mathbf{w} \triangleq \{w(s) = [u(s), v(s)]^T, s \in S\}$ le champ des vitesses apparentes à estimer en chaque point de la grille image S à partir de la luminance $I(t) = \{I(s, t), s \in S\}$ à deux instants consécutifs t et $t + 1$. Les estimateurs de mouvement denses s'appuient usuellement l'équation dite de *contrainte du mouvement apparent* (ECMA) :

$$\nabla I(s) \cdot \mathbf{w}(s) + I_t(s) = 0.$$

Cette équation issue d'une linéarisation de l'hypothèse de conservation de la luminance ($I(s + \mathbf{w}_s, t + 1) - I(s, t) = 0$) et reliant les gradients spatiaux et temporel de la fonction de luminance au vecteur vitesse inconnu est en générale prise en défaut dans un certain nombre de situations. En particulier, les grands déplacements et les zones d'occlusion sont sources de problèmes. Afin de pallier ces limitations, une extension robuste et incrémentale de la fonctionnelle proposée par Horn et Schunck [1, 7] est considérée. Cette formulation, usuellement associée à un cadre multirésolution consiste à supposer connu un estimé grossier du champ $\mathbf{w} = \{w_s, s \in S\}$. Le problème est alors formulé comme l'estimation d'un incrément, $d\mathbf{w} = \{dw_s, s \in S\}$, minimisant une fonction d'énergie non quadratique de la forme $H \triangleq H_1 + \alpha H_2$ avec :

$$H_1 \triangleq \sum_{s \in S} \rho[\nabla I(s + \mathbf{w}_s, t + 1) \cdot d\mathbf{w}_s + I_t(s, \mathbf{w}_s)], \quad (1)$$

$$H_2 \triangleq \sum_{\langle s, r \rangle \in \mathcal{C}} \rho[\|(\mathbf{w}_s + d\mathbf{w}_s) - (\mathbf{w}_r + d\mathbf{w}_r)\|], \quad (2)$$

où $\alpha > 0$ est un paramètre équilibrant le lissage spatial du champ des vitesses, \mathcal{C} est l'ensemble des points mutuellement voisins au sens d'un système de voisinage ν , $I_t(s, \mathbf{w}_s) \triangleq I(s + \mathbf{w}_s, t + 1) - I(s, t)$ est la différence inter image déplacée et ρ est un M -estimateur du type $1 - \exp(-x^2)$ [8]. Ce type de fonction permet d'atténuer l'influence des résiduels importants.

Ce modèle ne s'appuie que sur une hypothèse de conservation de la luminance au cours du temps (premier terme) et sur un lissage au premier ordre du champ (deuxième terme). Même s'il a été utilisé avec succès dans des situations comportant des mouvements fluides [3, 8], cet estimateur ne repose sur aucun *a priori* relatif aux écoulements fluides.

Dans la plupart des situations de ce type, il est souhaitable de décomposer le champ en trois composantes : une composante lisse laminaire, une composante à divergence nulle (solenoidale) issue de vortex et une composante à rotationnel nul (irrotationnelle) produite par des puits ou des sources. Les vortex correspondent à des concentrations locales de vorticité $\text{rot } \mathbf{w} = v_x - u_y$, tandis que les puits et sources sont associés à des concentrations de divergence $\text{div } \mathbf{w} = u_x + v_y$.

Nous introduisons maintenant un modèle unifié de ces entités en étendant le modèle de vortex de Rankine [9]. Considérons un vortex, puits ou source localisé en $s_i = (x_i, y_i)$. Dans un certain voisinage autour de s_i , le champ des vitesses est approché par un modèle linéaire. Au-delà

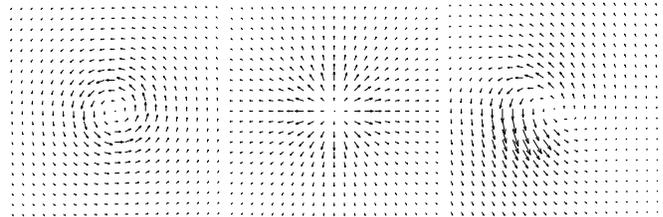


FIG. 1: *Exemple de vortex ($\text{rot}_i > 0$), source ($\text{div}_i > 0$), et de spirales avec cisaillement et translation ($a_i, b_i, \text{rot}_i, \text{div}_i$ et $\text{cis}_i \triangleq \sqrt{(c_i - f_i)^2 + (e_i + d_i)^2} > 0$).*

de ce voisinage, ce même modèle linéaire est pondéré par l'inverse du carré de la distance au point s_i . En faisant l'hypothèse d'un voisinage circulaire de rayon r_i , on obtient le modèle paramétrique suivant :

$$\mathbf{w}_i(s) \triangleq \min\left(1, \frac{r_i^2}{\|s - s_i\|^2}\right) \cdot \left(\begin{bmatrix} a_i \\ b_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_i & d_i \\ e_i & f_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_i \\ y - y_i \end{bmatrix} \right),$$

pour $s = (x, y) \in S$.

Il est possible de vérifier que la divergence et la vorticité de ce champ décroissent en $\|s - s_i\|^{-2}$ au-delà du disque de rayon r_i centré en s_i , et que l'une et l'autre ont pour expression $\text{div}_i \triangleq c_i + f_i$ et $\text{rot}_i \triangleq e_i - d_i$ à l'intérieur du disque. Les vortex correspondent à des valeurs significativement non-nulles du rotationnel tandis que les amas de divergence significativement positive (resp. négative) sont associés à des sources (resp. des puits). Ces deux situations étant mêlées dans le cas des spirales (figure 1).

Dans le cas où l'on est en présence de K vortex, puits ou sources le champ total résulte alors de la composition de tous les champs \mathbf{w}_i . Ce modèle paramétrique non-linéaire interagit alors avec le champ dense par le biais d'un potentiel robuste de "ressemblance" :

$$H_3(\mathbf{w}, d\mathbf{w}, \theta_1 \cdots \theta_K) \triangleq \beta \sum_s \rho[\|\mathbf{w}_s + d\mathbf{w}_s - \sum_{i=1}^K \mathbf{w}_i(s)\|]$$

où β est un paramètre positif et $(s_i, r_i, a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i)^T$ regroupe les paramètres du modèle relatif au i   me vortex/puits/sources.

3 Estimation conjointe

En raison de la non convexité des fonctions robustes usuellement employées la minimisation de la fonction globale peut être délicate. Un résultat de reformulation des M -estimateurs [2] permet néanmoins de l'effectuer de façon souple. L'estimation des différentes variables $d\mathbf{w}$, K et $\theta_1 \cdots \theta_K$ est conduite de manière alternée par moindres carrés pondérés itérés. Pour K et l'ensemble des θ_i figés, \mathbf{w} est obtenu en minimisant $H_1 + H_2 + H_3$. A cette fin, la technique multigrille adaptative et multi-paramétrique introduite dans [8] a été employée. Le champ obtenu est en général assez fiable dans les régions possédant des gradients photométriques non nul. Il peut être compl  tement erroné dans le cas de grandes régions possédant un profil de luminance quasi-uniforme. L'absence de contraste photométrique est malheureusement monnaie courante en imagerie de fluides. Ceci est particulièrement vrai en mécanique des fluides expérimentale où l'absence de traceurs (particules illuminées) se traduit par une luminance uniforme. Pour s'affranchir de ce problème, le premier terme

de la fonction H_1 a été modifié de la façon suivante. Un étiquetage préliminaire $l \triangleq \{l_s \in \{0, 1\}, s \in S\}$ en régions à faible gradient de luminance ($l_s = 0$) et en régions à contraste suffisant ($l_s = 1$) est effectué en considérant un modèle markovien binaire. Dans ce modèle, d'énergie:

$$J(l; \nabla I) \triangleq \sum_s [\|\nabla I(s)\| - \mu_{l_s}]^2 + \gamma \sum_{\langle s,r \rangle} [1 - \delta(l_s, l_r)]$$

le premier terme avec ($\mu_0 = 0, \mu_1 > 0$) agit comme un seuillage tandis que le deuxième favorise la compacité des différentes régions. Le premier terme de H_1 est alors étendu en ajoutant un terme d'amortissement du champ des vitesses dans les zones uniformes $\sum_s l_s \rho[\nabla I(s + \mathbf{w}_s, t + 1) \cdot d\mathbf{w}_s + I_t(s)] + (1 - l_s)\|\mathbf{w}_s + d\mathbf{w}_s\|^2$.

Pour un champ \mathbf{w} donné, les vortex, puits et sources sont extraits comme dans [3] à l'aide des indices d'un champ de vecteur. L'index d'un champ de vecteur le long d'une courbe fermée est défini par $\frac{1}{2\pi} \oint d(\tan^{-1} u/v) \in \mathbb{Z}$. C'est le nombre de "tours" qu'effectue le champ le long de la courbe. Sa valeur est de +1 si la courbe de Jordan entoure un vortex, un puits ou une source. Ces indices sont calculés en chaque pixel en utilisant une courbe fermée de petite taille. Autour de chaque vortex, puits ou sources on obtient un petit amas d'indices de valeur +1. Le nombre d'amas fournit le nombre de points singuliers, k , et leurs barycentres respectifs fournissent les centres s_i des disques.

A ce point, il reste à estimer pour chaque i , les rayons, r_i , et les paramètres, $(a_i \cdots f_i)$. Pour un rayon donné r_i , la minimisation de H_3 selon $(a_i \cdots f_i)$ revient à un problème de moindres carrés non-linéaires pouvant être résolu par moindres carrés pondérés itérés. La minimisation de H_3 vis-à-vis des rayons r_i est plus délicate. Une technique de descente de gradient pourrait être utilisée. Cependant nous avons préféré une technique heuristique plus simple. Cette technique est une extension de celle utilisée dans [6] où il s'agit de trouver un compromis entre une régression linéaire robuste avec le support le plus large possible et la régression linéaire la moins biaisée (en utilisant un voisinage n'excédant pas le domaine de "linéarité" du champ). En partant d'une petite valeur de r_i chaque disque est successivement augmenté. Pour chaque nouvelle valeur de r_i , les paramètres associés $(a_i \cdots f_i)$ sont estimés. Si le point singulier correspondant $\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_i & d_i \\ e_i & f_i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \end{bmatrix}$ reste à l'intérieur de l'amas d'indices de valeur "+1", l'estimation est considérée comme fiable; elle est alors réitérée avec un nouveau rayon. Dans le cas contraire le processus est stoppé et la valeur précédente de r_i est sélectionnée.

4 Résultats expérimentaux

Différents résultats expérimentaux obtenus sur des images des canaux infra-rouge et visible de Meteosat sont ici inclus (Fig. 2 et 3). Exception faite de l'image du canal visible qui a nécessité une valeur plus importante du paramètre de régularisation, le même jeu de paramètres a été systématiquement employé.

Dans les trois cas le champ estimé semble physiquement plausible. Le champ paramétrique, quant à lui, rend bien

compte des mouvements spirales correspondant aux dépressions, ainsi que des contre-vortex et de deux puits (en bas à gauche et en haut à droite de la deuxième image). Le reste de l'écoulement semble quant à lui bien représenté par le champ dense estimé conjointement.

5 Conclusion

Dans cet article nous avons proposé une méthode permettant d'estimer le mouvement dans des séquences d'images impliquant des phénomènes fluides. Cette méthode couplant un modèle dense d'estimation et un modèle paramétrique permet d'être plus robuste aux zones de faibles gradients et autorise l'estimation de mouvement spirales ou divergents de grande amplitude. Elle fournit simultanément, en sus du champ des vitesses, une représentation paramétrique structurée porteuse d'information physique d'importance majeure.

Références

- [1] M. Black and P. Anandan. The robust estimation of multiple motions: Parametric and piecewise-smooth flow fields. *Computer Vision and Image Understanding*, 63(1):75–104, 1996.
- [2] P. Charbonnier, L. Blanc-Féraud, G. Aubert, and M. Barlaud. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging. *IEEE Trans. Image Processing*, 6(2):298–311, 1997.
- [3] I. Cohen and I. Herlin. Optical flow and phase portrait methods for environmental satellite image sequences. In *Proc. Europ. Conf. Computer Vision*, pages II:141–150, Cambridge, UK, April 1996.
- [4] R. Ford and R. Strickland. Representing and visualizing fluid flow images and velocimetry data by nonlinear dynamical systems. *Graph. Mod. Image Proc.*, 57(6):462–482, 1995.
- [5] R. Larsen, K. Conradsen, and B.K. Ersboll. Estimation of dense image flow fields in fluids. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 36(1):256–264, 1998.
- [6] B. Delyon M. Maurizot, P. Bouthemy. 2d fluid motion analysis from a single image. In *IEEE Int. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR'98*, pages 184–189, Santa Barbara, 1998.
- [7] E. Mémin and P. Pérez. Dense estimation and object-based segmentation of the optical flow with robust techniques. *IEEE Trans. Image Processing*, 7(5):703–719, 1998.
- [8] E. Mémin and P. Pérez. A multigrid approach for hierarchical motion estimation. In *Proc. Int. Conf. Computer Vision*, pages 933–938, Bombay, India, 1998.
- [9] H. Nogawa, Y. Nakajima, and Y. Sato. Acquisition of symbolic description from flow fields: a new approach based on a fluid model. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 19(1), 1997.
- [10] J. Wallace and J. Foss. The measurement of vorticity in turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 27:469–514, 1995.
- [11] J. Zhong, T. Huang, and R. Adrian. Extracting 3D vortices in turbulent flow. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 20(2):193–199, 1998.

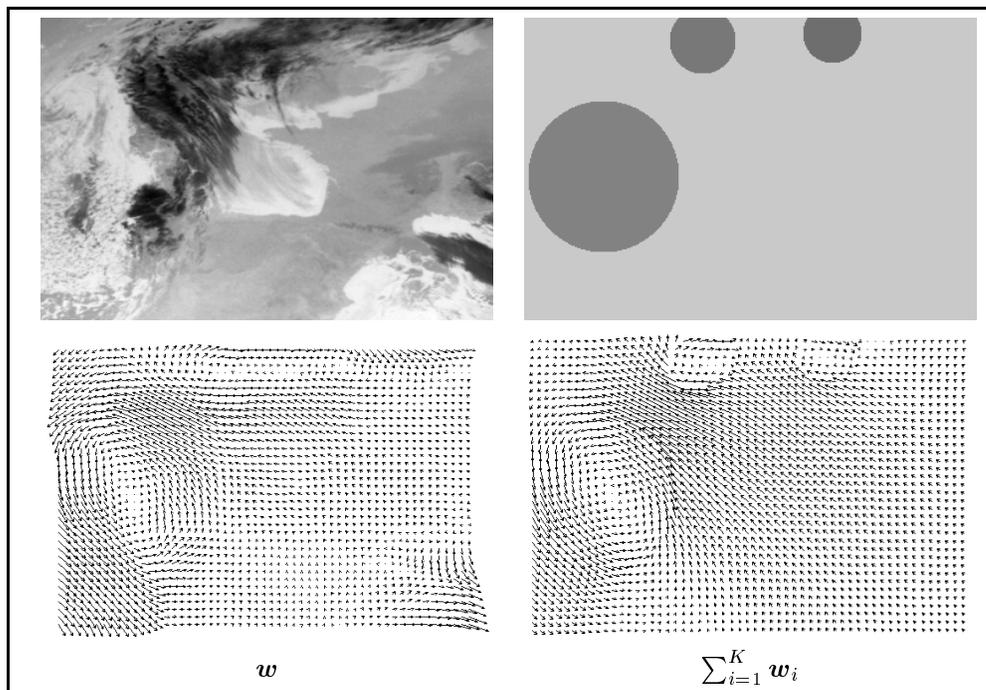


FIG. 2: Résultats sur des images satellitales : images infrarouge; vortex/puits/sources extraits ($\{s_i, r_i\}_{i=1}^K$), avec $K = 3$; champs dense estimés w ; champs paramétrique estimés $\sum_{i=1}^K w_i$.

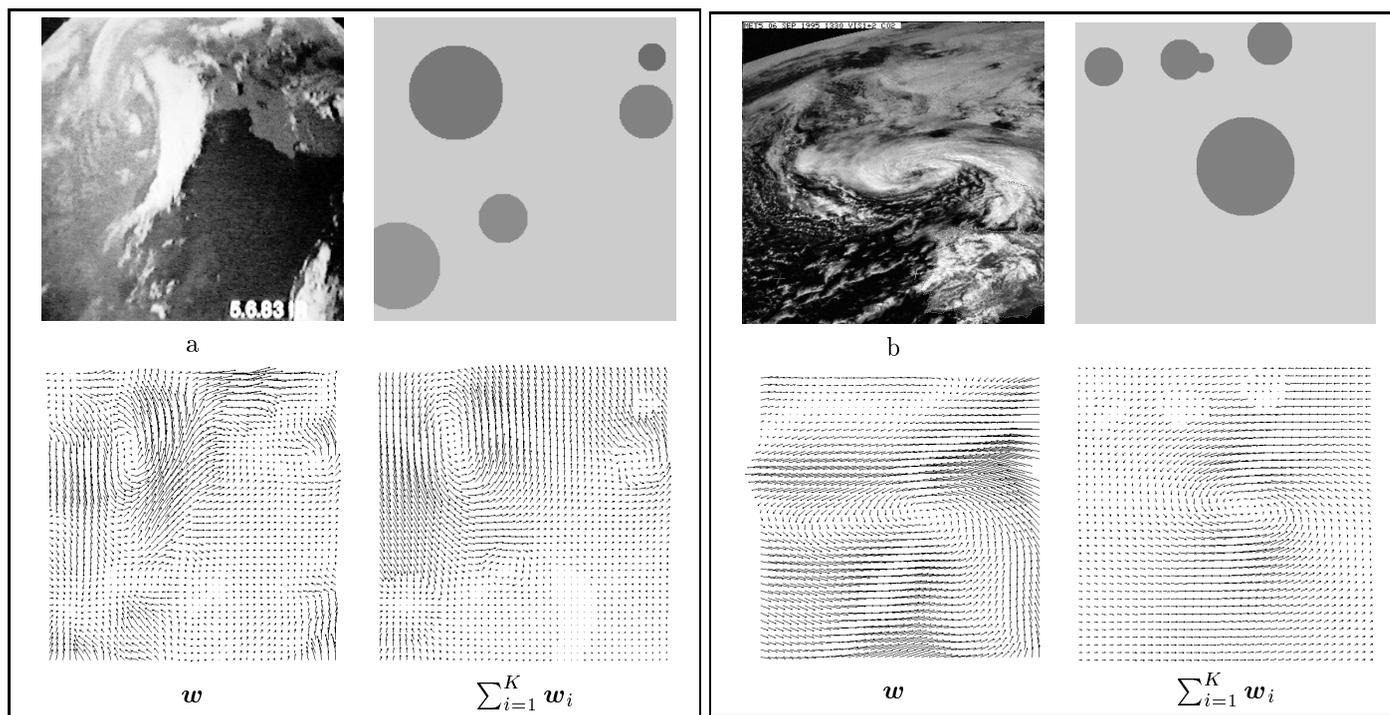


FIG. 3: Résultats sur des images satellitales : (a) images infrarouge; (b) images visibles; vortex/puits/sources extraits ($\{s_i, r_i\}_{i=1}^K$), avec $K = 5$; champs dense estimés w ; champs paramétrique estimés $\sum_{i=1}^K w_i$.