

# Caractérisation et traitement d'images astronomiques à réponse impulsionnelle variable dans le champ

Thierry FUSCO<sup>1</sup>, Jean-Marc CONAN<sup>1</sup>, Laurent M. MUGNIER<sup>1</sup>, Vincent MICHAU<sup>1</sup>, Jean-Pierre VÉRAN<sup>2</sup>

<sup>1</sup>O.N.E.R.A.,

B.P. 72, 92322 Châtillon Cedex

<sup>2</sup>Herzberg Institute of Astrophysics,

Dominion Astrophysical Observatory, 5071 west Saanich Road, Victoria, B.C. V8X 4M6, Canada

fusco@onera.fr, conan@onera.fr, mugnier@onera.fr, michau@onera.fr, Jean-Pierre.Veran@hia.nrc.ca

**Résumé** – La fonction d'étalement de point (FEP) d'un système d'optique adaptative évolue en fonction de la position dans le champ. Cette variation devient rapidement le facteur limitant des techniques classiques de déconvolution. Nous proposons ici une expression théorique de la dégradation de cette FEP. Cette expression est ensuite utilisée dans une procédure de traitement numérique de champs d'étoiles. L'incorporation d'*a priori* fort sur l'objet (points sources) et sur la réponse impulsionnelle (connaissance de l'évolution dans le champ) permet ainsi d'atteindre des précisions importantes tant sur les positions (précisions au delà de la résolution théorique donnée par la diffraction) que sur les intensités de chacune des étoiles.

**Abstract** – The point spread function (PSF) of an adaptive optics system evolves in the field of view. This variation is one of the most important limitations of classical deconvolution methods. A theoretical expression of this PSF degradation is presented here. This theoretical expression is used in an *a posteriori* processing of stellar fields. Using the available information about the object (point-like object), this technique allows the restoration of star parameters (positions and intensities) with a precision much better than the diffraction.

## 1 Introduction

La turbulence atmosphérique est le principal facteur limitant la résolution des grands télescopes aux longueurs d'ondes optiques. Pour un télescope de 8 mètres de diamètre, le facteur de perte en résolution peut être de plusieurs dizaines selon la force de la turbulence et la longueur d'onde considérée.

L'Optique Adaptative (OA) [1] est une méthode puissante pour résoudre ce problème et atteindre la résolution théorique des grands télescopes. Les fronts d'ondes perturbés par la turbulence atmosphérique sont mesurés par un analyseur de surface d'onde (ASO) puis corrigés par déformation d'un miroir auxiliaire. L'évolution très rapide de la turbulence (quelques millisecondes) nécessite un système temps réel en boucle fermée. Aujourd'hui, la plupart des grands télescopes en activité ou en projet sont pourvus d'OA.

Malheureusement, l'OA comporte des limitations fondamentales. La mesure du front d'onde perturbé est limitée par le bruit de photons. La correction de la turbulence n'est donc que partielle. Cette turbulence résiduelle après correction par OA introduit un flou dans l'image qu'il est nécessaire d'éliminer par des traitements numériques.

Une autre limitation importante de l'OA est son domaine isoplanétique [2]. La turbulence atmosphérique évolue spatialement. Les fronts d'onde issus de sources séparées angulairement ne traversent pas les mêmes portions de l'atmosphère et ne sont donc pas dégradés de la même façon. Le domaine isoplanétique est défini comme la zone

du champ où ces dégradations peuvent être considérées comme identiques. Dans ce cas, la réponse impulsionnelle obtenue après correction par OA, aussi appelée Fonction d'Étalement de Point (FEP), est spatialement invariante par translation. Ce domaine est de quelques arcsecondes aux longueurs d'ondes optiques. Si le champ considéré est plus important que le domaine isoplanétique, la correction par OA, qui est optimale sur l'axe optique (là où est effectuée l'analyse de front d'onde) se dégrade en fonction de l'angle. Cela se répercute sur les FEP qui varient lentement dans le champ.

Les algorithmes classiques de déconvolution utilisés en astronomie [3, 4, 5] se basent tous sur l'hypothèse d'invariance par translation. Or, certains objets scientifiques observés nécessitent un champ de vue plus important que le domaine isoplanétique. Les méthodes de traitements deviennent alors inapplicables en l'état.

Après avoir modélisé le problème direct et notamment l'absence de relation de convolution liant l'objet et l'image dans le cas des observations à grand champ, nous proposerons une expression théorique pour tout le champ de la FEP. Cette expression analytique nous permettra ainsi de nous affranchir en partie de la limitation du domaine isoplanétique et de traiter des images à grand champ avec une précision nettement accrue sur l'estimation des paramètres. Une application au traitement de champs d'étoiles est proposée.

## 2 La modélisation du problème direct

On considère un objet observé  $o(\boldsymbol{\alpha})$ , son image après passage dans l'atmosphère et correction par OA est donnée par

$$i(\boldsymbol{\alpha}) = \int o(\boldsymbol{\alpha}') h(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha}') d\boldsymbol{\alpha}' + b(\boldsymbol{\alpha}) \quad (1)$$

où  $\alpha$  est l'angle dans le champ,  $h(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\alpha}')$  la réponse impulsionnelle (FEP) du système et  $b$  un bruit additif.

Notons que dans le domaine isoplanétique, l'équation (1) se simplifie pour devenir une relation de convolution liant l'objet à la FEP. Pour des angles importants, les réponses impulsionnelles varient lentement dans le champ. Pour pouvoir résoudre le problème inverse suivant : "estimer au mieux  $o(\boldsymbol{\alpha})$  à partir de données bruitées  $i(\boldsymbol{\alpha})$ ", il faut avoir une connaissance précise de  $h$  dans tout le champ.

## 3 L'estimation de la FEP dans le champ

La connaissance de la FEP dans tout le champ suppose la connaissance du moment du 2<sup>ième</sup> ordre de la phase résiduelle après correction par optique adaptative. La FEP devient dans le domaine de Fourier la Fonction de Transfert Optique (FTO). En faisant une hypothèse de stationnarité de la phase sur la pupille [6, 7], on obtient :

$$\text{FTO}_\alpha(\mathbf{f}) = T_0(\mathbf{f}) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \mathbf{D}_\alpha(\lambda \mathbf{f}) \right\} \quad (2)$$

avec  $T_0(\mathbf{f})$  la fonction de transfert du télescope en l'absence de turbulence atmosphérique et  $\mathbf{D}_\alpha(\lambda \mathbf{f})$  la "fonction de structure de la phase résiduelle", c'est à dire un moment du second ordre du residu de phase non corrigé par l'OA. Pour une direction  $\alpha$  et une longueur d'onde  $\lambda$ ,  $\mathbf{D}_\alpha(\lambda \mathbf{f})$  s'écrit :

$$\mathbf{D}_\alpha(\lambda \mathbf{f}) = \left\langle [\Phi_{\text{res},\alpha}(\boldsymbol{\rho}) - \Phi_{\text{res},\alpha}(\boldsymbol{\rho} + \lambda \mathbf{f})]^2 \right\rangle \quad (3)$$

On peut exprimer  $\mathbf{D}_\alpha$  en fonction de sa valeur au centre du champ ( $\alpha = 0$ ):

$$\mathbf{D}_\alpha(\lambda \mathbf{f}) = \mathbf{D}_0(\lambda \mathbf{f}) + \mathbf{D}_{\text{ani}}(\lambda \mathbf{f}, \alpha). \quad (4)$$

Dans ce cas, la fonction de transfert pour une direction  $\alpha$  s'exprime comme le produit de la fonction de transfert au centre du champ par une fonction de transfert que nous appellerons "fonction de transfert anisoplanétique" dépendante de  $\alpha$ . Cette dernière représente la dégradation de la FEP/FTO en fonction de  $\alpha$ . Soit :

$$\text{FTO}_\alpha(\mathbf{f}) = \text{FTO}_0(\mathbf{f}) \text{FTO}_{\text{ani}}(\mathbf{f}, \alpha) \quad (5)$$

avec

$$\text{FTO}_{\text{ani}}(\mathbf{f}, \alpha) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \mathbf{D}_{\text{ani}}(\lambda \mathbf{f}, \alpha) \right\} \quad (6)$$

L'estimation  $\text{FTO}_0$  a déjà été développée par J.-P. Véran [7, 8] et mise en œuvre sur des données expérimentales

avec de très bons résultats. Il s'agit à présent d'estimer  $\text{FTO}_{\text{ani}}$ .

Pour ce faire, on utilise une décomposition modale de la phase sur la base des polynômes de Zernike [9]:

$$\Phi(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=2}^{\infty} a_i Z_i(\boldsymbol{\rho}) \quad (7)$$

L'intérêt d'une telle décomposition est, qu'en première approximation, la correction par OA peut être vue comme un filtre passe-haut, ne laissant passer que les hauts ordres de la décomposition modale et annulant les autres. Dans ce cas et pour une correction jusqu'au mode  $i_0$ , on peut obtenir une expression théorique de  $\mathbf{D}_{\text{ani}}(\lambda \mathbf{f}, \alpha)$  :

$$\mathbf{D}_{\text{ani}}(\lambda \mathbf{f}, \alpha) = \sum_{i=1}^{i_0} \sum_{j=1}^{\infty} 2 \left[ \sigma_{a_i a_j}^2(0) - \sigma_{a_i a_j}^2(\alpha) \right] U_{ij}(\lambda \mathbf{f}) \quad (8)$$

avec  $\sigma_{a_i a_j}^2(\alpha)$  les inter-corrélations angulaires des différents coefficients de la décomposition et  $U_{ij}$  une base de fonctions définies comme suit :

$$U_{ij}(\lambda \mathbf{f}) = \frac{\int [Z_i(\boldsymbol{\rho}) - Z_i(\boldsymbol{\rho} + \lambda \mathbf{f})] [Z_j(\boldsymbol{\rho}) - Z_j(\boldsymbol{\rho} + \lambda \mathbf{f})] P(\boldsymbol{\rho}) P(\boldsymbol{\rho} + \lambda \mathbf{f}) d\boldsymbol{\rho}}{\int P(\boldsymbol{\rho}) P(\boldsymbol{\rho} + \lambda \mathbf{f}) d\boldsymbol{\rho}} \quad (9)$$

avec  $P(\boldsymbol{\rho})$  la fonction indicatrice de la pupille du télescope.

Les inter-corrélations  $\sigma_{a_i a_j}^2$  peuvent se calculer théoriquement [10] dans le cas d'une décomposition sur la base des polynômes de Zernike sous réserve d'une connaissance du profil de turbulence atmosphérique [11]. Il est aussi possible d'obtenir expérimentalement les décorrélations angulaires à partir de mesures de front d'ondes pour différents angles.

A partir des équations 5, 6 et 8, on peut connaître théoriquement la FEP pour tout point du champ et ainsi avoir tous les éléments pour résoudre le problème inverse mentionné en section 2.

## 4 Application au traitement d'image de sources ponctuelles

### 4.1 La méthode de traitement utilisée

Une des principales applications de l'imagerie astronomique à grand champ est l'observation de champs stellaires. Dans ce cas, nous avons une connaissance *a priori* forte sur l'objet, il s'agit d'un ensemble de sources ponctuelles que l'on peut caractériser par leur positions et leur intensités :  $o(\mathbf{r}) = \sum \gamma_i \delta(\mathbf{r} - \boldsymbol{\alpha}_i)$ . On utilise une approche de type Maximum de Vraisemblance (MV) similaire à celle présenté dans [12] mais à réponse impulsionnelle connue. L'algorithme de résolution est basée sur une approche de type gradient conjugué. Notons que la statistique de bruit est supposée gaussienne uniforme. Il s'agit bien sur d'une approximation assez sévère si l'on considère que le bruit dans l'image provient essentiellement du bruit de photons plutôt que d'un bruit de détecteur. Un bruit gaussien non uniforme serait une meilleure modélisation du phénomène,

toutefois une bonne précision est obtenue avec la statistique uniforme. Dans ce cas, le critère à minimiser peut s'écrire dans le domaine de Fourier en utilisant le théorème de Parseval. Il vient alors :

$$J(\gamma_i, \alpha_i) = \sum_{i=0}^n \left\| \gamma_i \exp\left(-\frac{2j\pi}{N_p} \mathbf{f} \cdot \alpha_i\right) \times \text{FTO}_{\alpha_i}(\mathbf{f}) - \tilde{i}(\mathbf{f}) \right\|^2 \quad (10)$$

avec  $\{\alpha_i\}$  et  $\{\gamma_i\}$  les positions et intensités recherchées des  $n$  étoiles et  $\text{FTO}_{\alpha_i}(\mathbf{f})$  la FTO associée à la  $i^{\text{ième}}$  étoile.  $N_p^2$  est le nombre de pixels dans l'image (image carrée) et  $\mathbf{f}$  la fréquence spatiale. De plus, une régularisation sur l'intensité (positivité) est introduite par reparamétrisation (on recherche la magnitude donnée par  $2.5 \log_{10}(\gamma_i)$  plutôt que l'intensité  $\gamma_i$ ).

En utilisant les résultats obtenus dans la section 3, le critère 10 peut se ré-écrire de la façon suivante :

$$J(\gamma_i, \alpha_i) = \sum_{i=0}^n \left\| \gamma_i \exp\left(-\frac{2j\pi}{N_p} \mathbf{f} \cdot \alpha_i\right) \times \text{FTO}_0(\mathbf{f}) \times \text{FTO}_{\alpha_i}(\mathbf{f}, \alpha_i) - \tilde{i}(\mathbf{f}) \right\|^2 \text{Strehl} \quad (11)$$

avec  $\alpha_i$  la position angulaire de la  $i^{\text{ième}}$  étoile. Notons que si  $\text{FTO}_{\alpha_i}(\mathbf{f}, \alpha_i) = 1$ , nous nous retrouvons dans un cas classique de déconvolution.

Nous allons à présent, sur des images simulées, quantifier le gain apporté à la restitution par l'introduction de la dégradation théorique de la FTO en fonction de l'angle.

## 4.2 Validation sur simulations

On valide à présent la méthode de traitement sur des images à grand champ corrigées par OA. Pour ce faire, nous simulons des images corrigées par OA (correction parfaite des 15 premiers polynômes de Zernike). Les écrans de phase turbulents sont créés en utilisant la méthode présentée par N. Roddier [13] qui consiste à simuler une phase à partir de polynômes de Zernike. La décomposition est ici limitée, pour des raisons pratiques, aux 861 premiers polynômes. La correction s'effectue sur l'axe. Elle est ensuite appliquée dans tout le champ (20 arcsecondes). L'objet est constitué de 21 étoiles de même intensité uniformément réparties sur les 20 arcsecondes. On simule une image en l'absence de bruit. Cela va nous permettre de nous affranchir des variations sur l'estimation dues au bruit pour ne considérer que le biais introduit par les problèmes induits par la connaissance incomplète de la FEP. Notons que la méthode fonctionne aussi bien en présence de bruit. La figure 1 montre la dégradation de la FEP en fonction de l'angle. Elle est caractérisée par une perte en rapport de Strehl (RS). Ce dernier est défini comme le rapport du maximum de la FEP corrigée sur le maximum de la FEP théorique du télescope en l'absence de turbulence (tache d'Airy). Dans notre cas, le RS chute de 35 à 8%. Cela se traduit également par empatement de la FEP qui va se caractériser sur l'image par un effet de flou accentué sur les bord de l'image. La prise en compte des spécificités de l'objet d'intérêt permet d'atteindre des précisions importantes sur l'estimation des nouveaux paramètres [12] (précision sub-pixel sur la position des étoiles notamment),

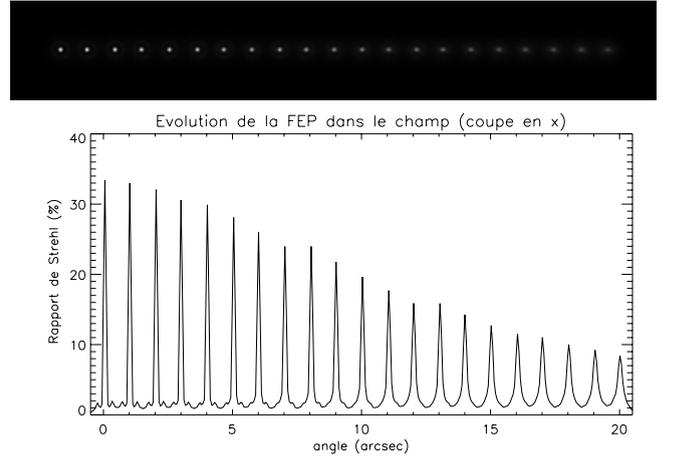


FIG. 1: *dégradation de la FEP en fonction de l'angle. image à 2 dimensions et coupe selon X. Pour la coupe l'axe des ordonnées est gradué pourcentage de rapport de Strehl*

néanmoins le critère à minimiser n'est plus convexe que localement, il faut donc avoir une bonne estimée de la position des étoiles pour éviter les problèmes liés aux minima locaux. On supposera ici que l'on connaît la position des différentes étoiles à  $\pm 1$  pixel. Si le champ d'étoiles est très dense, cette première estimation pourra être effectuée après une déconvolution (à FEP constante dans le champ) de l'image de départ pixel à pixel par exemple (critère convexe). Après avoir estimé les paramètres d'initialisation, on applique l'algorithme défini dans [12] et qui minimise le critère de l'équation 11.

Pour caractériser le gain amené par l'introduction de la fonction théorique de dégradation, on va s'intéresser à l'estimation de la différence de magnitudes entre l'étoile au centre du champ et les différentes étoiles hors axes. Tous les résultats donnés ci-dessous sont obtenus pour une image n'ayant pas de bruit de photon, nous permettant ainsi de caractériser l'erreur due exclusivement à la qualité de l'estimation de la FEP.

Idealement, la différence de magnitude doit être nulle pour toutes les étoiles (même intensité quelque soit la position dans le champ). Or, la non prise en compte de la variabilité de la FEP (hypothèse isoplanétique:  $\tilde{h}_i(\mathbf{f}) = \tilde{h}(\mathbf{f}) \forall i$ ) entraîne très rapidement une erreur importante. Cette dernière, de plus de 0.1 magnitude à 5 arcsecondes, croît très rapidement pour atteindre 0.85 magnitude (soit un facteur proche de 2.5 de perte en intensité) pour 20 arcsecondes (voir figure 2).

L'introduction, dans l'algorithme, de la modélisation de la dégradation angulaire de la FEP réduit considérablement ce facteur d'erreur. Elle améliore l'estimation des paramètres objet dans tout le champ. Il reste néanmoins une erreur résiduelle (voir figure 2) qui a pour origine une erreur sur l'estimation de la fonction théorique de dégradation. Cette dernière peut avoir 2 causes :

- la phase n'est pas parfaitement stationnaire (notamment à cause de la prise en compte d'un nombre fini de Zernike lors de la simulation de la phase), l'hypothèse de base de la section 3 n'est donc pas

complètement vérifiée.

- le temps de pose des FEPs simulées est fini (de l'ordre de 10 secondes), il reste donc un bruit de convergence sur la turbulence (moyenne sur un nombre fini d'échantillons au lieu d'une moyenne d'ensemble), qui peut entraîner une erreur entre la vraie FEP et la FEP calculée théoriquement.

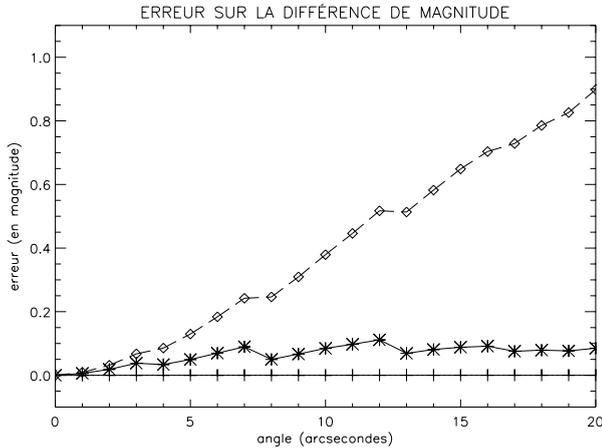


FIG. 2: Différences de magnitudes estimées entre l'étoile au centre du champ et les étoiles hors axes. En [tirets-losanges] dans le cas d'une déconvolution classique. En [trait plein-étoiles] après incorporation de la fonction théorique de dégradation. En [pointillés-croix] dans le cas de l'utilisation des vraies FEPs (pour comparaison).

## 5 Conclusion

L'apport de la fonction théorique de dégradation de la FEP au traitement d'image à grand champ est important. Le facteur de gain en précision peut être de plusieurs unités selon la position dans le champ.

Toutefois, l'estimation de la FEP n'est pas parfaite, et une erreur résiduelle reste présente entre l'estimation des paramètres en prenant en compte la fonction théorique de dégradation ( $FTO_{ani}$ ) et l'estimation effectuée en utilisant les vraies FEPs. Ces erreurs sont dues à la non-stationnarité de la phase et au bruit de convergence sur la turbulence. De plus, le calcul de la fonction de dégradation suppose une connaissance du profil de turbulence. Une telle connaissance peut s'avérer difficile à obtenir.

Pour s'affranchir de ces différents problèmes, une estimation conjointe de la fonction de dégradation et des paramètres objet pourrait être envisagée.

De plus une extension de la méthode au cas du traitement d'image pixel à pixel est possible. Dans ce cas, pour éviter un trop grand nombre de calcul (idéalement, une  $FTO_{ani}$  par pixel), il faudrait trouver une méthode pour mener les calculs avec un coût raisonnable.

## Références

- [1] Rousset G., Fontanella J.-C., Kern P., Gigan P., Rigaut F., Léna P., Boyer C., Jagourel P., Gaffard J.-P. et Merkle F. *First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics*. *Astron. Astrophys.*, 230 (1990), pp. 29–32.
- [2] Fried D. L. *Varieties of isoplanatism*. Dans *Imaging through the Atmosphere*, vol. 75, pp. 20–29. *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.* (1976).
- [3] Richardson W. H. *Bayesian-based iterative method of image restoration*. *J. Opt. Soc. Am.*, 62 (1) (1972), pp. 55–59.
- [4] Stetson P. *DAOPHOT - a computer program for crowded-field stellar photometry*. *Publ. Astr. Soc. Pac.*, 99 (1987), pp. 465–470.
- [5] Conan J.-M., Mugnier L. M., Fusco T., Michau V. et Rousset G. *Myopic Deconvolution of Adaptive Optics Images using Object and Point Spread Function Power Spectra*. *Appl. Opt.*, 37 (21) (juillet 1998), pp. 4614–4622.
- [6] Conan J.-M. *Étude de la correction partielle en optique adaptative*. Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay (octobre 1994).
- [7] Véran J.-P. *Estimation de la réponse impulsionnelle et restauration d'image en optique adaptative Application au système d'optique adaptative du Télescope Canada-France-Hawaii*. Thèse de doctorat, Université de PARIS XI (novembre 1997).
- [8] Véran J.-P., Rigaut F., Maître H. et Rouan D. *Estimation of the adaptive optics long exposure point spread function using control loop data*. *J. Opt. Soc. Am. A*, 14 (11) (1997), pp. 3057–3069.
- [9] Noll R. J. *Zernike polynomials and atmospheric turbulence*. *J. Opt. Soc. Am.*, 66 (3) (1976), pp. 207–211.
- [10] Chassat F. *Propagation optique à travers la turbulence atmosphérique. Etude modale de l'anisoplanétisme et application à l'optique adaptative*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud (juin 1992).
- [11] Fuchs A., Tallon M. et Vernin J. *Focusing on a turbulent layer: Principle of the "Generalized SCIDAR"*. *pasp*, 110 (86) (1998).
- [12] Fusco T., Véran J.-P., Conan J.-M. et Mugnier L. *Myopic deconvolution method for adaptive optics images of stellar fields*. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 134 (janvier 1999), pp. 1–10.
- [13] Roddier N. *Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials*. *Opt. Eng.*, 29 (10) (1990), pp. 1174–1180.