

# Egalisation Aveugle : Identification directe du canal

Fabien HOLIN, Geneviève JOURDAIN

LIS-ENSIEG UPRESA 5083, BP 46  
38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France  
tel:0476826426

Fabien.Holin@lis.inpg.fr

**Résumé** – Une nouvelle technique d'identification et d'égalisation aveugle à l'ordre deux pour des canaux de communication à phase non minimale est présentée au travers de ce papier. En exploitant la diversité spatiale, on se propose d'identifier les réponses impulsionnelles des canaux de propagation. La plupart des algorithmes d'égalisation aveugle basés sur l'exploitation de la cyclostationnarité à l'ordre deux ou de la diversité spatiale [?][?] font appel à des décompositions en valeurs singulières dont les inconvénients sont multiples (lourd en calcul, sensible à l'estimation de l'ordre). Au contraire, la méthode proposée s'affranchit de cette étape et préfère un chemin plus direct pour estimer les coefficients des réponses impulsionnelles des canaux de propagation. Il en découle que cette technique ne nécessite pas de connaissance a priori sur la dimension de l'espace signal.

**Abstract** – A new blind identification and equalization technique of non-minimum phase communication channels is presented in this paper. In the context of channel diversity, this contribution proposes to identify multichannel FIR. Most of algorithms based on the exploitation of second-order statistics (Tong and Gesbe for example) use eigenvector decomposition. On the contrary, our method need not EVD but use an original way to estimate directly channels impulse responses. As it argue in this paper, this technique does not need a priori knowledge about the order of the signal subspace. Finally numerical simulations study the behaviour of the proposed method in a digital communication context.

## 1 Introduction

Nous proposons de présenter dans ce papier une technique d'égalisation aveugle à l'ordre deux qui s'affranchit de toutes décompositions en valeurs singulières. On montrera que (dans le cas deux récepteurs) l'exploitation des deux fonctions d'auto-correlation et de la fonction d'inter-correlation des deux signaux reçus suffit pour identifier les canaux de propagations. On remarquera que toutes ces informations sont contenues dans un nombre restreint de colonnes de la matrice de corrélation (deux dans le cas deux capteurs). Ce papier est organisé ainsi: dans la deuxième partie, nous rappelons très brièvement le formalisme multi-capteur. Dans la troisième partie, nous exposons les fondements théoriques de notre travail tout en faisant le rapprochement avec les méthodes sous-espace [?]. Dans la quatrième partie, nous présentons l'algorithme proprement dit. Enfin, dans la dernière partie, cette méthode est validée et évaluée par des simulations dans un contexte de propagation multi-trajets.

## 2 Formulation Multi-capteurs

On utilisera le formalisme vectoriel classiquement utilisé en égalisation aveugle multi-capteurs (cf. [?] par exemple).

$$\underline{Y}_n = \underline{H} \cdot \underline{S}_n + \underline{B}_n \quad (1)$$

- $\underline{Y}_n$  est la représentation vectorielle des sorties reçues sur  $L$  capteurs durant  $NT$  secondes,
- $\underline{H}$  est la matrice toeplitz des canaux,
- $\underline{S}_n$  contient l'ensemble des symboles émis impliqués pendant la durée d'observation  $NT$  secondes,

- $\underline{B}_n$  correspond au vecteur bruit,
- $d = Lh + N - 1$  correspond à la dimension de l'espace signal.
- Pour satisfaire à la condition d'identifiabilité bien connue [?], nous supposons que  $\underline{H}$  est de rang plein  $d$ .
- Notons que  $\underline{Y}_n$  est un processus vectoriel stationnaire. La matrice de corrélation de retard nul est notée :  $\underline{R}_y(0) = E[\underline{Y}_n \cdot \underline{Y}_n^H]$

## 3 Présentation théorique

Les auteurs de [?] ont montré que la matrice du canal  $\underline{H}$  était identifiable uniquement à partir de la matrice de corrélation de retard nul  $\underline{R}_y(0)$  (et de la connaissance de la structure Toeplitz de la matrice du canal  $\underline{H}$ ). Dans cette section, on se propose de montrer que seule la connaissance de  $L$  colonnes de la matrice de corrélation de retard nul  $\underline{R}_y(0)$  est nécessaire et suffisant pour identifier totalement la matrice du canal  $\underline{H}$ . On rappelle que  $L$  correspond au nombre de capteurs sur lequel le signal est reçu. Afin de simplifier les notations nous considérons uniquement le cas deux capteurs à la réception. Bien évidemment les résultats seront tout à fait généralisables pour un nombre plus important de récepteurs.

### 3.1 le cas deux capteurs :

Dans le cadre bruit nul on peut écrire que

$$\underline{\underline{R_y}}(0) = \underline{\underline{H}} \cdot \overbrace{\underline{\underline{H}}^H}^{2*N}$$

$$\begin{pmatrix} T_{h^1 h^1}(0) & \cdots & | & T_{h^1 h^2}(0) & \cdots \\ T_{h^1 h^1}(1) & \ddots & | & T_{h^1 h^2}(1) & \ddots \\ \vdots & \ddots & | & \vdots & \ddots \\ T_{h^2 h^1}(0) & \cdots & | & T_{h^2 h^2}(0) & \cdots \\ T_{h^2 h^1}(1) & \ddots & | & T_{h^2 h^2}(1) & \ddots \\ \vdots & \ddots & | & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

$T_{h^i h^j}(\tau)$  est la fonction de corrélation échantillonnée associée à la réponse impulsionnelle du  $i^{ieme}$  canal.  $T_{h^i h^j}(\tau)$  représente la fonction d'inter-corrélation échantillonnée entre le  $i^{ieme}$  et le  $j^{ieme}$  canal de propagation.

On constate donc que la matrice de corrélation  $\underline{\underline{R_y}}(0)$  se déduit de la connaissance des fonctions de corrélation et d'inter-corrélation des deux canaux prises aux différents retards multiples de la durée symbole. La structure particulière, exhibée ci-dessus, de la matrice de corrélation de retard nul  $\underline{\underline{R_y}}(0)$  met en évidence le fait que toute son information est contenue uniquement dans une paire de colonnes ( la première et la  $N+1$  ième par exemple). Nous noterons donc, par la suite, la matrice  $\underline{\underline{R_{y_c}}}(0)$  comme la matrice constituée de la première et de la  $N+1$  ième colonne de la matrice de corrélation de retard nul  $\underline{\underline{R_y}}(0)$ . La matrice  $\underline{\underline{R_y}}(0)$  est totalement définie à partir des coefficients de la matrice de corrélation de retard nul simplifiée  $\underline{\underline{R_{y_c}}}(0)$ . On en déduit donc aisément que la connaissance de cette matrice  $\underline{\underline{R_{y_c}}}(0)$  (que l'on appellera matrice de corrélation de retard nul simplifiée) nous permet d'identifier de façon aveugle la matrice du canal  $\underline{\underline{H}}$ .

On a vu que l'on pouvait identifier la matrice du canal uniquement à partir des fonctions de corrélation et d'inter-corrélation échantillonnées à la durée symbole. Nous nous proposons de retrouver ce résultat par une démarche totalement différente de celle déjà considérée. Pour cela nous allons utiliser des résultats bien connus sur les transformées en  $Z$  des fonctions de corrélation et d'inter-corrélation de deux canaux échantillonnés à la période  $T$ . Soit un système échantillonné de réponse impulsionnelle  $h(n)$  avec  $s(n)$  en entrée et  $y(n)$  en sortie :

$$y(n) = h(n) * s(n)$$

Il est facile de montrer que :

$$Y(z) = H(z) \cdot S(z)$$

avec  $H(z) = TZ[h(n)]$  et  $S(z) = TZ[s(z)]$

Soit  $Tyy(k)$  la fonction de corrélation à temps discret du signal échantillonné  $y(n)$  définie par :

$$Tyy(k) = \sum_k y(n) \cdot y(n-k)$$

La transformée en  $Z$  de cette fonction de corrélation vérifie :

$$TY(z) = TZ[Tyy(k)] = Y(z) \cdot Y^*(1/z^*)$$

Ces résultats rappelés, revenons plus particulièrement à notre problème. Le but est de montrer que la simple connaissance de deux fonctions de corrélation et d'une inter-corrélation est suffisant pour identifier la fonction de transfert des canaux de propagation. Soit un système échantillonné de réponse impulsionnelle  $h_1(n)$  avec  $s(n)$  en entrée et  $y_1(n)$  en sortie:

$$y_1(n) = h_1(n) * s(n)$$

Soit un système échantillonné de réponse impulsionnelle  $h_2(n)$  avec  $s(n)$  en entrée et  $y_2(n)$  en sortie:

$$y_2(n) = h_2(n) * s(n)$$

On sait ?? que

$$TY_1(z) = [H_1(z) \cdot S(z)] \cdot [H_1(1/z^*) \cdot S(1/z^*)]^*$$

$$TY_1(z) = H_1(z) \cdot S(z) \cdot S^*(1/z^*) \cdot H_1^*(1/z^*)$$

Or on peut montrer que sous les hypothèses faites sur le signal émis dans la partie II, on a :

$$S(z) \cdot S^*(1/z^*) = 1(z)$$

Il reste donc :

$$TY_1(z) = H_1(z) \cdot H_1^*(1/z^*)$$

Il faut garder à l'esprit que nous disposons uniquement de la fonction de corrélation et que nous cherchons à identifier la fonction de transfert  $H_1(z)$ . La relation ?? seule ne nous permet pas de conclure. En effet, identifier la fonction de transfert  $H_1(z)$  est équivalent à déterminer ses pôles et ses zéros. Puisque l'on a supposé que le canal est un filtre MA, la fonction de transfert associée  $H_1(z)$  ne possède que des zéros. Nous sommes donc amenés à déterminer les zéros de  $H_1(z)$  pour identifier totalement  $H_1$ . Pour cela on dispose uniquement des zéros de la fonction de corrélation en  $Z$ ; la relation ?? montre de façon évidente, que les zéros de  $TY_1(z)$  correspondent à la réunion des zéros de  $H_1(z)$  et de  $H_1(1/z^*)$ . Or si  $z_0$  est un zéro de  $H_1(z)$  ( $H_1(z_0) = 0$ ) alors  $1/z_0^*$  est un zéro de  $H_1(1/z^*)$ .  $1/z_0^*$  et  $z_0$  sont deux complexes symétriques par rapport au cercle unité. On en déduit que les zéros de  $TY_1(z)$  forment un ensemble de paires d'éléments distribués de part et d'autre du cercle unité. Pour illustrer ce résultat, on a représenté le cas simple pour lequel  $TY_1(z)$  possède quatre zéros (Cf dessin).

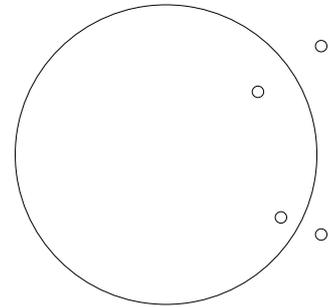


FIG. 1: Représentation des zéros de  $TY_1(z)$  et du cercle unité dans le plan complexe en  $z$

Il est bien clair que la connaissance des zéros de  $TY_1(z)$  ne nous permet pas de déduire les zéros de  $H_1(z)$ . En effet

il existe une ambiguïté sur le positionnement des zéros de  $H_1(z)$  par rapport au cercle unité.

**Remarque :** en fait, pour conclure, il faut une information supplémentaire sur la phase. L'exemple classique du canal à phase minimal positionne tous les zéros de  $H_1(z)$  à l'intérieur du cercle unité.

Nous allons donc maintenant introduire l'information supplémentaire disponible sur le deuxième capteur. On a de même

$$TY_2(z) = H_2(z).H_2^*(1/z^*)$$

Ce qui va nous permettre de conclure s'est l'inter-corrélation entre les deux capteurs, on montre que (Cf annexe) :

$$TY_1Y_2(z) = H_1(z).H_2^*(1/z^*)$$

Il est maintenant clair que (sous réserve que les deux fonctions de transfert  $H_1(z)$  et  $H_2(z)$  n'aient pas de zéros communs) l'intersection des ensembles de zéros de  $TY_1(z)$  et  $TY_1Y_2(z)$  correspond aux zéros de  $H_1(z)$ . De façon identique, on obtient les zéros de  $H_2(z)$  en considérant l'intersection des ensembles de zéros de  $TY_2(z)$  et  $TY_1Y_2(z)$ . Les dessins suivant illustrent ceci dans le cas simple de deux fonctions de transfert à deux zéros chacune.

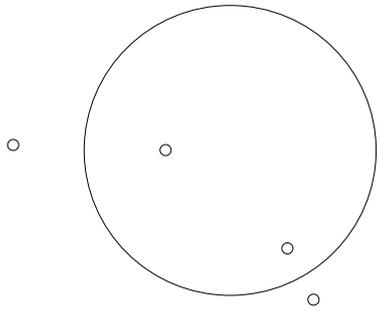


FIG. 2: Représentation des zéros de  $TY_2(z)$  et du cercle unité dans le plan complexe  $z$

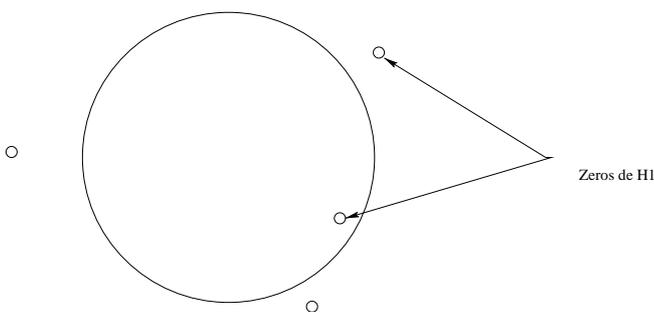


FIG. 3: Représentation des zéros de  $TY_1Y_2(z)$  et du cercle unité dans le plan complexe  $z$

## 4 Implantation de l'algorithme

Dans cette partie nous nous attacherons à décrire l'algorithme qui va permettre de tirer avantage de ce résultat. Soit le vecteur de dimension  $N$  formé des coefficients de la réponse impulsionnelle du  $i^{ieme}$  canal de propagation et de  $N - L_h$  zéros :  $\underline{h}^i = [h_0^i, \dots, h_{L_h-1}^i, 0, \dots, 0]$

## 4.1 Cas deux capteurs

Soit la matrice de dimension  $N * 2$ , que l'on nommera matrice de canal simplifiée, notée et définie par :  $\underline{H}^c = [(\underline{h}^1)^T, (\underline{h}^2)^T]$

On peut écrire, d'après la partie précédente, que la matrice de corrélation de retard nul simplifiée est reliée à la matrice du canal et à la matrice du canal simplifiée par la relation suivante :  $\underline{R}_y^c(0) = \underline{H}.[\underline{H}^c]^H$

Nous sommes face à un système matriciel non linéaire. La méthode choisie afin de résoudre ce système s'inspire cependant de la résolution de système linéaire matriciel. En fait, il s'agit d'un algorithme récursif qui :

- Dans un premier temps initialise les coefficients de la matrice du canal simplifiée de façon arbitraire.
- Forme la matrice de canal à partir des coefficients de la matrice de canal simplifiée.

Ces deux phases d'initialisations terminées l'algorithme boucle ainsi : - on détermine la matrice de canal simplifiée à partir de  $\underline{H}^c = [\underline{H}^\dagger, \hat{\underline{R}}_y^c(0)]^H$ ,

- on en déduit une nouvelle matrice de canal  $\underline{H}$ ,
- on procède à un test d'arrêt qui peut être plus ou moins évolué : (choix arbitraire d'un nombre d'itérations ou mieux par un test sur la constellation de sortie obtenue à partir de la pseudo inverse de la matrice de canal elle-même estimée par l'algorithme).

## 5 simulation

Le signal émis est une séquence MAQ16. La réception se fait sur deux capteurs. Les deux canaux de propagations sont supposés complexes. Chaque réponse impulsionnelle dure cinq symboles. Les coefficients des réponses impulsionnelles correspondent à ceux des canaux 1 et 4 issus de [?].

La fenêtre d'observation est choisie à  $N = 10$  durées symbole ( $2 * L_h$ ). On a ajouté du bruit blanc gaussien sur chaque capteur; la valeur du rapport signal sur bruit sur chaque capteur est égale à 30dB. L'estimation de la matrice de corrélation de retard nul est effectuée sur mille symboles.

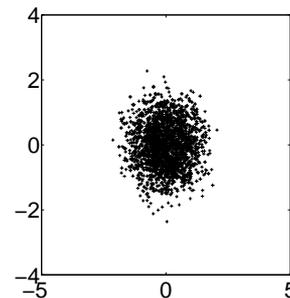


FIG. 4: Constellation de sortie non égalisée,  $RSB=30dB$

Dans la suite des simulations, la séquence émise est une MAQ4, les canaux de propagations reste inchangés. Des simulation Monte carlo de 100 tirages ont été effectuées dans le but d'examiner le comportement de l'algorithme proposé face à des algorithmes classiques issues de [?] et [?]

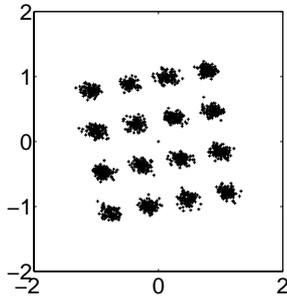


FIG. 5: Constellation estimée en sortie de l'égaliseur, 1000 symboles sont représentés, RSB=30dB

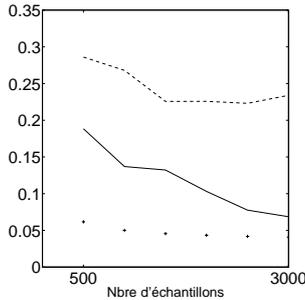


FIG. 6: En trait plein: notre méthode, en pointillé: la méthode de Tong, Xu, Kailath, en croix: la méthode sous espace. EQM sur la constellation de sortie pour différent nombre de symboles utilisés pour l'estimation.

La Fig.8 représente l'erreur quadratique moyenne sur la constellation estimée en sortie de l'égaliseur en fonction du nombre d'échantillons utilisés pour estimer la matrice de corrélation (et ceci avec un RSB de 30dB). Si notre méthode s'avère moins performante que la méthode sous espace proposée par [?], il faut noter que dans ces simulations l'ordre de l'espace signal est supposé connu. Les performances de la méthode sous espace se dégradent rapidement sans cette connaissance au contraire de notre méthode qui n'a pas besoin de cette information.

La Fig.9 représente l'erreur quadratique moyenne sur la constellation estimée en sortie de l'égaliseur en fonction du RSB disponible sur chaque capteur. Cette simulation est effectuée sur un des blocs 1000 symboles. Le comportement de notre méthode est satisfaisante surtout aux "petits"

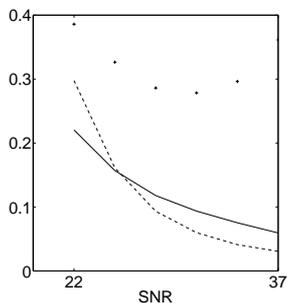


FIG. 7: En trait plein: notre méthode, en croix: la méthode de Tong, Xu, Kailath, en pointillé: la méthode sous espace. EQM sur la constellation de sortie en fonction du RSB disponible sur chaque capteur, avec 1000 symboles estimés

rapport signal sur bruit.

## 6 conclusion

Ce papier présente une approche quelque peu différente des approches traditionnelles [?], [?]. Elle reste cependant basée sur les mêmes points fondamentaux (exploitation de la cyclostationnarité ou de la diversité spatiale). Les équations matricielles intrinsèques à ce problème ont été simplifiées; ce qui nous a permis de proposer un algorithme aisé à mettre en oeuvre. La résolution du système matriciel rencontré dans cette étude ne nécessite aucune étape de décomposition en valeurs singulières (cher en temps de calcul et très sensible à une mauvaise estimation de l'ordre). Enfin, les simulations ont montré des résultats d'estimation satisfaisant et des performances rivalisant avec les méthodes de [?], [?]. D'autres techniques, plus sophistiquées, pour résoudre le nouveau système matriciel mis en place dans ce papier devront certainement être envisager pour rendre l'algorithme encore plus robuste.

## Références

- [1] Ding Z., Kennedy R., Anderson B., and Jonhson C., "Ill convergence of Godard blind equalizers in data communication systems", *IEEE Trans. On Commun.*, pp.1317-1327, Sept.91.
- [2] Gesbert D., Mayrargue S., Duhamel P., "Subspace-Based Adaptive Algorithms for the blind identification of multichannel FIR Filters", *EUSIPCO*, September 1994, pp.712-715.
- [3] Gesbert D., Mayrargue S., Duhamel P., "On-Line Blind Multichannel Equalization Based on Mutually Referenced Filters", *IEEE trans. on signal processing*, September 1997, vol45.
- [4] Y.Hua, "Strict identifiability of multiple FIR channels driven by an unknown arbitrary sequence," *IEEE Trans.Signal Processing*, vol44, Mar.1996
- [5] Li Y., Ding Z., "Blind channel identification based on second order cyclostationary statistics", *ICASSP*, vol4,1993, pp.81-84.
- [6] Moulines E., Duhamel P., Cardoso J.F., MayrargueS., "Subspace Methods for the Blind Identification of Multichannel FIR Filters", *IEEE trans. on signal processing*, vol43, February 1995.
- [7] Tong L., Xu, Kailath, "Blind identification and equalization based on second-order statistics: a time domain approach", *IEEE trans. on information theory*, March 1994.