

Séparation de sources en mélanges convolutifs : une approche hybride applicable aux sources colorées

Frédéric ABRARD, Yannick DEVILLE

Laboratoire d'Acoustique, de Métrologie et d'Instrumentation (LAMI)
 Université Paul Sabatier, 118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex, France.
 Tél : +33 561 558 170, Fax +33 561 558 154
 abrard@cict.fr, ydeville@cict.fr

Résumé – Nous présentons dans ce document une méthode permettant de réaliser la séparation aveugle de sources en mélanges convolutifs pour des sources colorées. Contrairement aux précédentes solutions, notre approche permet d'estimer les contributions des 2 sources colorées sur un capteur en une seule étape. Nous présentons la structure de séparation et l'étude du critère utilisé qui combine une approche classique à l'ordre 4 et une fonction de pénalité d'ordre 2. Cette nouvelle approche est validée pour des mélanges artificiels.

Abstract – In this paper we present a new solution allowing one to solve the blind source separation problem for convolutive mixtures of colored sources. Unlike previous methods, the contributions of both colored sources on one sensor are estimated in only one step. To this end, we present the separating structure and some theoretical elements of the study of the criterion, which combines a classical 4th-order method and a 2nd-order penalty function. Experimental results for artificial mixtures are presented.

1 Introduction

Nous nous intéressons à la séparation aveugle de sources dans le cas de deux observations $x_1(t)$ et $x_2(t)$ constituées de mélanges convolutifs de 2 sources indépendantes colorées $s_1(t)$ et $s_2(t)$ (Figure 1). Les sources disponibles

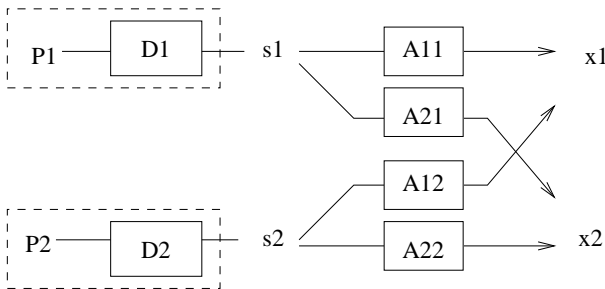


FIG. 1: Génération et mélange des sources.

$s_1(t)$ et $s_2(t)$ ont pour processus d'innovation p_1 et p_2 et s'en déduisent par les filtres ARMA D_1 et D_2 . Pour simplifier les écritures, les canaux de transmission A_{ij} sont modélisés par des filtres MA, les résultats étant valables pour des filtres ARMA en général. Les relations entre les sources et les observations sont :

$$\begin{aligned} x_1(t) &= a_{11}(t) * s_1(t) + a_{12}(t) * s_2(t) \\ x_2(t) &= a_{21}(t) * s_1(t) + a_{22}(t) * s_2(t) \end{aligned} \quad (1)$$

où $*$ est le produit de convolution.

La séparation aveugle de sources a pour objectif d'extraire les sources $s_i(t)$ présentes dans les observations sans aucune information supplémentaire concernant le mélange et les sources.

Le principal problème rencontré dans le cas de mélanges convolutifs est que sans information supplémentaire, les méthodes classiques, telles que la maximisation du kurtosis [2], [3], [5], [4] ne permettent que d'extraire la version blanchie des sources, c-à-d les processus P_i . En effet, avec de telles méthodes qui n'utilisent pas d'information a priori sur la nature des sources, il est impossible de distinguer la contribution des filtres de coloration D_i de celle des filtres de propagation A_{ij} : en écrivant le système (1) en notation matricielle et après transformée en \mathcal{Z} nous obtenons

$$[\underline{X}(z)] = [A(z)][D(z)][\underline{P}(z)] \quad (2)$$

Cette relation prend la forme :

$$[\underline{X}(z)] = [V(z)][\underline{P}(z)] \quad (3)$$

Nous voyons dans la relation (3) que les filtres de coloration $[D(z)]$ et de propagation $[A(z)]$ se réduisent à un seul filtre global $[V(z)]$ appliqué aux processus d'innovation $\underline{P}(z)$. Le processus d'innovation étant la version filtrée la moins gaussienne possible d'un processus ARMA, les méthodes de séparation de sources mentionnées plus haut approximent un filtre inversant $[V(z)]$ dans le but d'extraire ces processus. Face à ce problème, et en remarquant que la seule information disponible concernant la coloration est contenue dans les observations, quelques auteurs ont proposé une deuxième étape de recoloration artificielle des processus d'innovation extraits dans laquelle ils estiment un filtre de coloration par corrélation entre le processus blanc extrait et une observation [5], ou par minimisation de la puissance de l'écart entre la sortie recolorée et une observation [4]. Cette deuxième étape de recoloration du processus blanc permet l'estimation des sources telles

qu'elles apparaissent sur les capteurs, c-à-d de leurs versions propagées.

Présentant un grand intérêt pratique, leurs approches en deux étapes combinent toutefois deux approximations: la première estimation des filtres permettant d'extraire les processus blancs puis la deuxième étape de recoloration artificielle.

Nous allons présenter dans la section suivante une méthode hybride permettant d'extraire deux sources colorées en une seule étape.

2 Version préliminaire

La séparation des sources est obtenue par filtrage et recombinaison des observations données par la relation (1). Nous souhaitons extraire chaque source en utilisant une structure de séparation directe à deux filtres telle que présentée sur la figure (2).

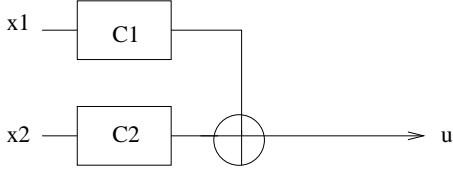


FIG. 2: *Système de séparation préliminaire.*

Le critère de séparation préliminaire que nous considérons est l'approche classique [5] de maximisation de la valeur absolue du kurtosis normalisé du signal de sortie u en fonction des coefficients des filtres C_1 et C_2 .

$$|k(u)| = \frac{|\text{cum}_4(u)|}{|\text{cum}_2(u)|^2} \quad (4)$$

Dans ce cas nous obtenons [5]

$$u(z) = \alpha_i z^{-p_i} P_i(z) \quad (5)$$

avec α_i constante, z^{-p_i} opérateur de retard et i indice de la source extraite. La sortie estimée dans ce cas correspond au processus d'innovation d'une source.

Notre idée repose sur la constatation suivante: la maximisation du kurtosis a deux effets

- l'extraction d'un des deux signaux non gaussiens statistiquement indépendants à l'ordre 4
- le blanchiment à l'ordre 4 du signal de sortie

L'objectif est clairement d'éviter l'effet de blanchiment afin de restaurer les sources émises (ou les versions observées, c-à-d propagées) et non pas leurs processus d'innovation. Pour cela nous ajoutons un filtre de fonction de transfert notée B (Fig. 3) qui va fournir une version blanchie du signal de sortie $u(t)$. Nous adaptons alors les filtres C_1 et C_2 par maximisation de la valeur absolue du kurtosis du signal artificiellement blanchi $o(t) = b(t) * u(t)$ dans le but d'obtenir $o(t) = p_1(t)$ ou $o(t) = p_2(t)$. Dans ce cas le signal $u(t)$ peut conserver une coloration donnant un signal proche de $s_1(t)$ ou $s_2(t)$. De la même manière que les filtres C_1 et C_2 , le filtre de blanchiment B est adapté par la maximisation de $|k(o)|$.

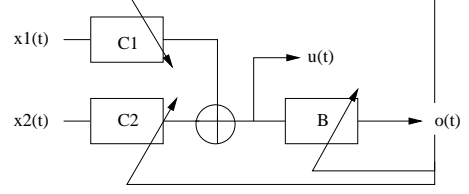


FIG. 3: *Système de séparation avec blanchiment.*

Ce dispositif de séparation n'est toutefois pas suffisamment contraint pour garantir la convergence vers des filtres permettant d'obtenir sur la sortie u l'extraction d'une source ou de sa version propagée.

Nous pouvons mettre en évidence le problème en écrivant dans le domaine en \mathcal{Z} :

$$U(z) = (C_1(z).A_{11}(z) + C_2(z).A_{21}(z)).S_1(z) + (C_1(z).A_{12}(z) + C_2(z).A_{22}(z)).S_2(z) \quad (6)$$

En supposant que $U(z)$ ne contient que la source $S_1(z)$, c-à-d que la maximisation du kurtosis a permis d'éliminer la contribution de la source $S_2(z)$ alors:

$$C_1(z).A_{12}(z) + C_2(z).A_{22}(z) = 0 \quad (7)$$

ce qui donne immédiatement:

$$C_2(z) = -\frac{C_1(z).A_{12}(z)}{A_{22}(z)} \quad (8)$$

En combinant cette dernière expression avec la relation (6), nous obtenons:

$$U(z) = \left(C_1(z). \left(A_{11}(z) - \frac{A_{12}(z).A_{21}(z)}{A_{22}(z)} \right) \right) . S_1(z) \quad (9)$$

Comme le blanchiment du signal de sortie $U(z)$ est réalisé par le filtre B , aucune contrainte ne permet de fixer la valeur du filtre $C_1(z)$. Le signal de sortie $U(z)$ est donc une version de la source $S_1(z)$ passée à travers un filtre inconnu, qui peut créer ainsi une forte distortion fréquentielle. Cette solution n'étant pas acceptable, nous allons proposer une version modifiée de cette approche permettant de fixer la valeur de ce filtre de façon à obtenir la version propagée de la source.

3 Approche proposée

3.1 Ajout de la fonction de pénalité

Considérons le cas particulier où le signal u ne comporte que la contribution d'une source: $u(t) = H(t) * s_1(t)$. En combinant cette expression avec (1) nous obtenons:

$$x_1(t) - u(t) = (a_{11}(t) - h(t)) * s_1(t) + a_{12}(t) * s_2(t) \quad (10)$$

$$E [(x_1(t) - u(t))^2] = E [((a_{11}(t) - h(t)) * s_1(t))^2] + E [(a_{12}(t) * s_2(t))^2] \quad (11)$$

La puissance définie par (11) est minimale pour $h(t) = a_{11}(t)$. Dans ce cas nous avons extrait $u(t) = a_{11}(t) * s_1(t)$, ce qui correspond à la contribution de la source s_1 dans l'observation x_1 , objectif que nous nous sommes fixé.

Notre approche finale consiste donc à adapter les filtres C_1 et C_2 afin de maximiser la fonction de coût définie par :

$$\Gamma = |k(o)| - \lambda E [(x_1(t) - u(t))^2] \quad (12)$$

avec $\lambda > 0$. Le filtre de blanchiment B est obtenu de telle sorte qu'il maximise $|k(o)|$. La fonction Γ vise à combiner les deux effets :

- séparation des deux sources grâce au kurtosis
- obtention du signal $u(t) = a_{11}(t) * s_1(t)$ par minimisation de la puissance $E [(x_1(t) - u(t))^2]$. Notons que la deuxième source est alors aussi extraite, car $x_1(t) - u(t) = a_{12}(t) * s_2(t)$.

Cependant nous avons supposé dans cette discussion que la sortie $u(t)$ ne comportait qu'une source et qu'aucune autre source n'apparaîtrait durant l'adaptation des filtres de séparation et de blanchiment, ce qui, bien entendu n'est pas garanti.

Lorsque deux sources sont présentes dans la sortie u , la fonction $E [(x_1(t) - u(t))^2]$ est minimisée lorsque C_1 et C_2 sont tels que $u = x_1$, ce qui n'est pas la solution désirée. Cependant dans ce cas la valeur absolue du kurtosis $|k(o)| = |k(b * x_1)|$ n'est pas maximale car le signal $o(t)$ n'est pas blanc. Nous allons maintenant étudier la position du maximum de la fonction de coût complète (12) et montrer que ses propriétés sont intéressantes.

3.2 Étude théorique

Considérons un point \mathcal{I} défini par des valeurs fixes de (C_1, C_2, B) . Pour tout signal de sortie u , la condition pour que notre fonction de coût ait une valeur plus faible au point \mathcal{I} qu'au point de convergence désiré peut être exprimée par :

$$|k(b * u)| - \lambda E [(x_1 - u)^2] < |k(p_1)| - \lambda E [(a_{12} * s_2)^2] \quad (13)$$

Nous obtenons deux cas :

1. Si $E [(a_{12} * s_2)^2] - E [(x_1 - u)^2] < 0$ alors (13) donne la contrainte suivante sur le paramètre λ :

$$\lambda > \frac{|k(p_1)| - |k(b * u)|}{E [(a_{12} * s_2)^2] - E [(x_1 - u)^2]} \quad (14)$$

Comme le numérateur $|k(p_1)| - |k(b * u)|$ est toujours positif, l'expression (14) est vraie pour tout $\lambda > 0$.

2. Si $E [(a_{12} * s_2)^2] - E [(x_1 - u)^2] > 0$ alors (13) équivaut à :

$$\lambda < \frac{|k(p_1)| - |k(b * u)|}{E [(a_{12} * s_2)^2] - E [(x_1 - u)^2]} \quad (15)$$

La condition (15) signifie que pour certaines valeurs positives de λ il peut exister des points pour lesquels la fonction de coût peut prendre une valeur supérieure à celle du point de convergence désiré. Ce résultat découle de la nature hybride du critère d'adaptation combinant la maximisation de $|k(o)|$ qui converge vers le point séparant et la minimisation de la puissance $\lambda E [(x_1(t) - u(t))^2]$ qui va déplacer le maximum global de la fonction résultante (12). On peut montrer que le paramètre λ détermine la zone

dans laquelle se situe ce maximum et donc la précision de l'extraction des sources. Selon ce paramètre, la convergence peut être obtenue dans un voisinage du point désiré mais pas forcément exactement sur cette solution :

1. Si $\lambda = 0$ le maximum de la fonction de coût se situe exactement sur le point de convergence désiré mais nous nous retrouvons dans le cas précédent où le système n'est pas suffisamment contraint.
2. Pour de très faibles valeurs de λ la précédente indétermination disparaît mais le système est toujours mal conditionné.
3. Pour des valeurs intermédiaires de λ le système devient bien conditionné et le maximum de la nouvelle fonction de coût (12) est proche de la solution recherchée.
4. Si λ est encore augmenté, la position du maximum se déplace de manière significative jusqu'à obtenir la solution $u(t) = x_1(t)$ pour λ très grand.

Ainsi contrairement aux méthodes précédentes qui sont constituées de deux étapes distinctes, notre solution permet de trouver directement en une seule étape les contributions séparées de deux sources sur la même observation. Cependant la nature hybride du critère de séparation entraîne une approximation sur la position du point de convergence par rapport au point désiré.

4 Résultats expérimentaux

Les sources utilisées ici sont deux processus binaires tels que $|k(p_1)| = 1.9987$ et $|k(p_2)| = 2$, passés à travers les filtres de coloration $D_1 = [1 \ 0.8 \ 0.5 \ 0.3 \ 0.1]$ et $D_2 = [1 \ 0.9 \ 0.7 \ 0.45 \ 0.4]$.

Le mélange est défini par :

$$\begin{aligned} A_{11} &= [0.5 \ -0.9 \ 0.4] & A_{12} &= [-0.6 \ 0.6 \ 0.3] \\ A_{21} &= [0.4 \ -0.7 \ 0.3] & A_{22} &= [0.7 \ 0.9 \ 0.5] \end{aligned} \quad (16)$$

La longueur des filtres de séparation et de blanchiment est égale à 9. Nous adaptons les coefficients des filtres à l'aide d'une version modifiée de l'algorithme de montée en gradient, définie dans [1] pour le cas de mélanges linéaires instantanés.

$$\begin{aligned} B^j(n+1) &= B^j(n) + \mu \tanh \left(\text{sign}[k(o)] \frac{\partial k(o)}{\partial B^j} \right) \\ C_1^j(n+1) &= C_1^j(n) + \mu \tanh \left(\text{sign}[k(o)] \frac{\partial k(o)}{\partial C_1^j} - \frac{\partial \lambda E [(x_1 - u)^2]}{\partial C_1^j} \right) \\ C_2^j(n+1) &= C_2^j(n) + \mu \tanh \left(\text{sign}[k(o)] \frac{\partial k(o)}{\partial C_2^j} - \frac{\partial \lambda E [(x_1 - u)^2]}{\partial C_2^j} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

Nous notons \hat{e}_l la source estimée d'indice l et e_l sa contribution sur le premier capteur. Nous évaluons la précision de l'extraction par le critère :

$$E(\hat{e}_l) = \frac{\sum_n |\hat{e}_l(n) - e_l(n)|^2}{\sum_n |e_l(n)|^2} \quad (18)$$

Les cumulants sont calculés sur des fenêtres de 300 échantillons. Le tableau suivant présente les résultats obtenus

TAB. 1: Erreur d'estimation en fonction du paramètre λ .

valeur de λ	source restaurée	$E(\hat{\epsilon}_1)$	$E(\hat{\epsilon}_2)$
3	non	0.779	0.4118
2.5	oui	0.2407	0.1272
2	oui	0.1587	0.0839
1	oui	0.0817	0.0432
0.85	oui	0.0824	0.0435
0.5	oui	0.093	0.0486
0.2	oui	0.1276	0.0674
.05	non	2.2639	1.1966

avec plusieurs valeurs de λ et après 500 mises à jour de chaque filtre. Nous voyons que, comme nous l'avons mentionné dans la précédente section, des valeurs de λ supérieures à 2.5 ne permettent pas d'extraire une source. Nos résultats expérimentaux montrent que pour tout $\lambda > 2.5$ le signal de sortie $u(t)$ est égal à l'observation $x_1(t)$. Lorsque le paramètre λ prend des valeurs intermédiaires entre 0.2 et 2, les sources sont restaurées avec une erreur relativement faible. Nous pouvons noter que l'erreur augmente lorsque λ s'éloigne de la valeur 1, ce qui confirme le fait que la convergence se fait dans un voisinage du point désiré et que la largeur de ce voisinage évolue en fonction de la valeurs de λ . Lorsque λ diminue et devient inférieur à une certaine valeur les sources ne sont plus extraites et les filtres continuent à évoluer au fil des itérations sans qu'aucune convergence ne soit visible. Dans ce cas, le système est devenu mal conditionné car la fonction de pénalité Equ. (11) n'influe pas suffisamment sur la fonction de coût (12) pour contraindre correctement le système. Les figures 4 à 7 montrent les résultats obtenus avec $\lambda = 0.85$.

5 Conclusion et perspectives

Nous avons introduit dans ce papier une nouvelle approche permettant de réaliser la séparation de sources en mélanges convolutifs pour des sources colorées. Nous proposons pour cela une nouvelle structure de séparation et un nouveau critère d'adaptation des filtres associés. Cette structure permet d'extraire directement les contributions séparées des sources sur une observation, ce qui nécessitait deux étapes et donc deux approximations dans les approches précédentes. Toutefois, le critère d'adaptation proposé entraîne un autre type d'approximation dont l'ampleur peut être réduite grâce au paramètre λ . Nous projetons de modifier le critère proposé dans le but d'améliorer la qualité du signal estimé. Quoi qu'il en soit, les résultats expérimentaux obtenus montrent que malgré ce défaut cette première version permet déjà d'extraire les sources avec une bonne précision.

Références

[1] F. Abrard, Y. Deville, and M. Benali. Numerical and analytical solution to the differential source separation problem. In *Proceedings of EUSIPCO*, Tampere, Finland, September, 4-8, 2000.

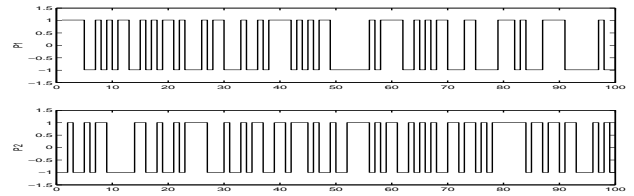


FIG. 4: Processus blancs P_1 (haut) et P_2 (bas).

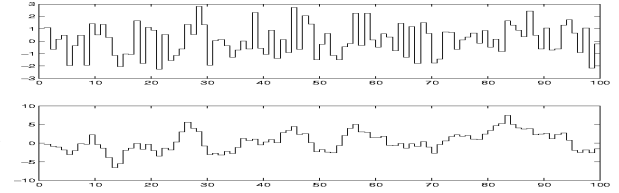


FIG. 5: Signaux observés x_1 (haut) et x_2 (bas).

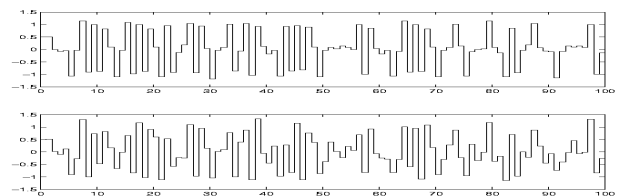


FIG. 6: Signal théorique $a_{11} * s_1$ (haut) et signal extrait u (bas).

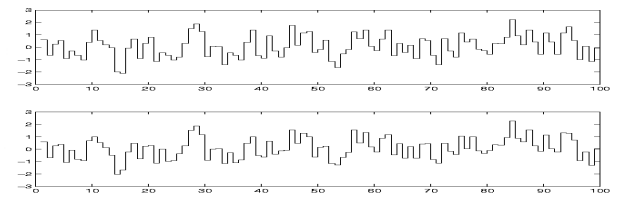


FIG. 7: Signal théorique $a_{12} * s_2$ (haut) et signal extrait $x_1 - u$ (bas).

- [2] J. A. Cadzow. Blind deconvolution via cumulant extrema. *IEEE Signal Processing Magazine*, pages 24–42, May 1996.
- [3] J. S. Seo. *Blind fault detection and source identification using higher order statistics for impacting systems*. PhD thesis, University of Southampton, Faculty of Engineering and Applied Science, Institute of Sound and Vibration Research, November 2000.
- [4] C. Simon, Ph. Loubaton, C. Vignat, C. Jutten, and G. d'Urso. Blind source separation of convolutive mixtures by maximization of fourth-order cumulants: the non-iid case. In *Proceedings Asilomar*, November 1998.
- [5] J. K. Tugnait. Identification and deconvolution of multichannel linear non-gaussian processes using higher order statistics and inverse filter criteria. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 45(3):658–672, March 1997.